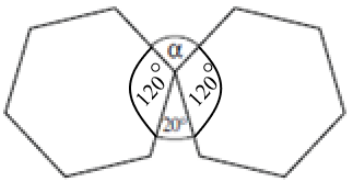


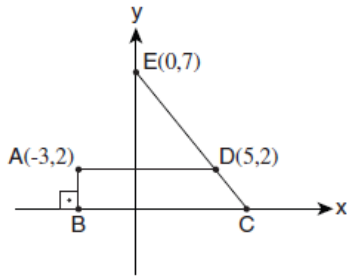
הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-16)

1. עלינו למצוא כמה מוצרים נמכרו בסופרמרקט במהלך שעה מסוימת. בסופרמרקט יש שתי קופות. בקופה הראשונה התחלף לקוח כל 20 דקות, ולפיכך במהלך שעה עברו בקופה $3 \left(\frac{60}{20} = 3 \right)$ לקוחות. בקופה זו כל לקוח רכש בממוצע 15 ממוצעים, ולכן סך המוצרים שנמכרו במהלך השעה בקופה זו הוא $45 (3 \cdot 15 =)$. בקופה הראשונה התחלף לקוח כל 6 דקות, ולפיכך במהלך שעה עברו בקופה $10 \left(\frac{60}{6} = 10 \right)$ לקוחות. בקופה זו כל לקוח רכש בממוצע 6 מוצרים, ולכן סך המוצרים שנמכרו במהלך השעה בקופה זו הוא $60 (10 \cdot 6 =)$. לפיכך בסך הכול נמכרו $105 (45 + 60 =)$ מוצרים בסופרמרקט במהלך אותה השעה.
- תשובה (1).

2. עלינו לחשב את ערכו של הביטוי $\frac{6!}{16}$. נציג את המונה והמכנה בצורה של מכפלות מספרים שלמים ראשוניים, ואז נצמצם. נקבל:
- $$\left(\frac{6!}{16} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 5 \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \right)$$
- תשובה (2).

3. עלינו למצוא את גודלה של זווית α בסרטוט.
- 
- ניתן לראות כי שתי זוויות פנימיות של המשושים המשוכללים, יחד עם הזוויות שגודלה 20° ועם זווית α , יוצרות זווית עגולה שגודלה 360° . אנחנו יודעים שכל זווית פנימית של משושה משוכלל שווה ל- 120° , ולפיכך ניתן לבנות משוואה לפיה: $120^\circ + 120^\circ + 20^\circ + \alpha = 360^\circ$. נחלץ ממנה את α ונגלה כי היא שווה ל- 100° .
- תשובה (1).



4.

עלינו למצוא את שטח טרפז ABCD.

שטח טרפז שווה למכפלת ממוצע הבסיסים שלו בגובהו.

גובה הטרפז שווה לערך ה-y של נקודה A. כלומר ל-2.

AD מקביל לציר ה-x (יש לו את אותם ערכי y), ולכן אורכו

שווה להפרש בין ערכי ה-x של נקודות D ו-A. לפיכך הוא

$$\text{שווה ל-} 8 = (5 - (-3)).$$

נותר לנו למצוא את אורכו של BC השווה להפרש בין ערכי ה-x שלו. AB מקביל לציר ה-y. לכן

לנקודות A ו-B יש את אותו ערך x. לפיכך, ערך ה-x של נקודה B הוא (-3).

כעת נסתכל על הישר EC. במעבר מנקודות E ל-D, ערך ה-x גדל ב-5 (מ-0 ל-5) וערך ה-y קטן ב-5-

(מ-7 ל-2). לכן נקבע כי כל גידול של 1 בערך ה-x, יביא לקיטון של 1 בערך ה-y על הישר.

נסתכל על נקודות D ו-C. ערך ה-y קטן ב-2 (מ-2 ל-0), ולכן ערך ה-x חייב לגדול ב-2, מ-5 ל-7.

מצאנו שערך ה-x של נקודה C היא 7, ולכן אורך הישר BC הוא $10 = (7 - (-3))$

$$\text{שטח הטרפז יהיה שווה ל-} 18 = \left(2 \cdot \left(\frac{8+10}{2} \right) \right)$$

תשובה (3).

5.

עלינו לחשב את ערכו של הביטוי $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$.

$$\left(\frac{\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}{\frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5} \right) \text{ נפעל לפי סדר פעולות חשבון, ונקבל: } \frac{3}{5}$$

תשובה (4).

6.

נשאלנו פי כמה גדול גילו של נדב מגילה של מירב, בהינתן שממוצע הגילים של נדב ומירב גדול פי 3 מהגיל של מירב.

מכיוון שאין נתונים ממשיים בשאלה, ניתן להיעזר בדוגמה מספרית כדי לפתור אותה.

נניח שמירב בת 1 שנה. ממוצע הגילים של השניים גדול פי 3 מהגיל של מירב, ולכן יהיה 3 שנים.

סכום הגילים של השניים יהיה שווה ל-6 ($2 \cdot 3$) שנים, ולכן נקבע כי אם מירב בת 1 שנה, אז נדב

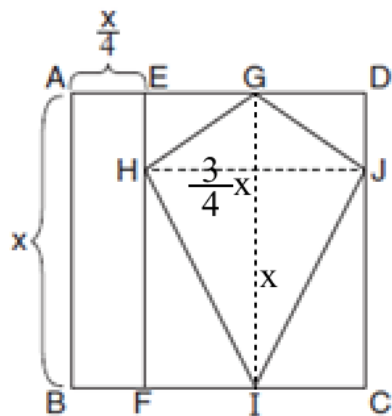
בן 5 ($6 - 1$) שנים.

$$\text{לפיכך, נדב גדול ממירב פי } 5 \left(\frac{5}{1} = 5 \right).$$

תשובה (1).

7. נתונה פעולה מומצאת הפועלת על שני מספרים: $\$(a, b) = 2(a + b)$, ושואלים אותנו איזו מהמשוואות בתשובות נכונה **בהכרח**. נבדוק את התשובות המוצעות:
- תשובה (1): נבצע את הפעולה בשני האגפים ונקבל: $2(2x + y) = 2(x + 2y)$. לאחר פישוט המשוואה נקבל: $x = y$ ($4x + 2y = 2x + 4y \Rightarrow 2x = 2y \Rightarrow x = y$). כלומר, המשוואה נכונה רק כאשר x ו- y שווים, ולכן התשובה נפסלת.
- תשובה (2): נבצע את הפעולה בשני האגפים ונקבל: $2(2x + 2y) = 2 \cdot 2 \cdot (x + y)$. לאחר פישוט המשוואה נקבל: $0 = 0$ ($4x + 4y = 4x + 4y \Rightarrow 0 = 0$). כלומר, המשוואה נכונה בהכרח ללא תלות ב- x וב- y . זו התשובה הנכונה.
- למען שלמות ההסבר נבדוק גם את שאר התשובות:
- תשובה (3): נבצע את הפעולה בשני האגפים ונקבל: $2\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right) = \frac{2 \cdot (x + y)}{4}$. לאחר פישוט המשוואה נקבל: $x = -y$ ($x + y = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{y}{2} \Rightarrow x = -y$). כלומר, המשוואה נכונה רק כאשר x ו- y נגדיים, ולכן התשובה נפסלת.
- תשובה (4): נבצע את הפעולה בשני האגפים ונקבל: $2(x + y + 0) = 2 \cdot 2 \cdot (x + y)$. לאחר פישוט המשוואה נקבל: $-x = y$ ($2x + 2y = 4x + 4y \Rightarrow -2x = 2y \Rightarrow -x = y$). כלומר, המשוואה נכונה רק כאשר x ו- y נגדיים, ולכן התשובה נפסלת.
- תשובה (2).**

8. נשאלנו כמה קורסים במדעי החברה מלמדים במכללה שבה יש 152 קורסים בסך הכול. זוהי שאלת יחסים עם נתון ממשי (מספר הקורסים הכולל במכללה). נפתור אותה באמצעות משוואה.
- יש הכי מעט קורסים במדעי הרוח, ולכן נקבע כי מספר הקורסים במדעי הרוח הוא x . מספר הקורסים במדעי הטבע גדול ממנו פי 6, ולכן יהיה שווה ל- $6x$. מספר הקורסים במדעי החברה גדול פי 2 ממספר הקורסים במדעי הטבע, ולכן יהיה שווה ל- $12x$.
- הערה**: קורסים הם בהכרח מספר שלם. התשובות מייצגות את מספר הקורסים במדעי הטבע (שווה ל- $12x$), ולכן ניתן כבר בשלב זה לפסול תשובות שלא מתחלקות ב-12. תשובות (1) ו-(3) נפסלות. לעיתים בדיקה זו תאפשר לנו לפסול שלוש תשובות.
- נמשיך לפתור. סך הקורסים הכולל יהיה שווה ל- $19x$ ($x + 6x + 12x = 19x$), ונבנה משוואה לפיה $19x = 152$. נחלץ ממנה את x ונקבל כי הוא שווה ל-8.
- לפיכך, מספר הקורסים במדעי הטבע שווה ל-96 ($12 \cdot 8 = 96$).
- תשובה (4).**



9. עלינו למצוא את שטח הדלתון GHJ.
שטח דלתון שווה למחצית מכפלת האלכסונים שלו.
אלכסון GI שווה לצלע הריבוע x, ואלכסון HJ שווה ל-ED.
כלומר ל- $\left(x - \frac{x}{4}\right) \frac{3}{4}x$.

$$\left(\frac{x \cdot \frac{3}{4}x}{2}\right) = \frac{3}{8}x^2 \text{ שטח הדלתון שווה ל-}$$

תשובה (4).

10. עלינו למצוא את ערכו של הביטוי $x - y$.
נפתור את השאלה באמצעות הבנה אלגברית.
נתונה המשוואה $x^2 - y^2 = p$, וידוע כי x ו-y הם שלמים חיוביים וכי p הוא ראשוני.
ניעזר בנוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונסדר את המשוואה כך: $(x - y) \cdot (x + y) = p$.
כעת p מוצג כמכפלה של שני מספרים שלמים $(x - y)$ ו- $(x + y)$. מכיוון ש-p הוא ראשוני, הרי שניתן לקבוע כי שני המספרים שמכפלתם שווה ל-p הם 1 ו-p עצמו.
 $(x - y)$ הוא כמובן המספר הקטן יותר, ולכן יהיה שווה ל-1, ו- $(x + y)$ הוא המספר הגדול יותר, ולכן יהיה שווה ל-p עצמו.

תשובה (1).

11. עלינו להשוות בין K ל-M, בהינתן ש- $K = x - x^{\frac{1}{2}}$ ו- $M = x^{\frac{3}{2}}$.
נפשט את המשוואות בצורה נוחה, ונקבל: $K = x - \sqrt{x}$ ו- $M = \left(x^{1+\frac{1}{2}} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}}\right) x \cdot \sqrt{x}$.

דרך א': הבנה אלגברית

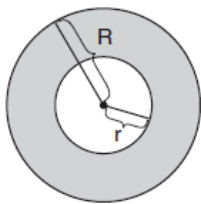
נתון ש-x גדול מ-10, ולפיכך $\sqrt{x}$ גדול מ-1. ההבדל בין K ו-M הוא ש-K שווה ל-x פחות $\sqrt{x}$ (מספר גדול מ-1), ו-M שווה ל-x כפול $\sqrt{x}$ (כאמור, מספר גדול מ-1). לכן M תמיד יהיה גדול מ-K.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב דוגמה מספרית נוחה במקום x, למשל 100, ונקבל ש- $K = (100 - \sqrt{100} = 100 - 10 = 90)$ ו- $M = (100 \cdot \sqrt{100} = 100 \cdot 10 = 1,000)$. תשובות (2) ו-(3) נפסלות.

כדי להכריע בין תשובות (1) ו-(4) ננסה לחשוב האם קיים ערך x עבורו M אינו גדול מ-K. מכיוון שלא ניתן לחשוב על ערך כזה, נקבע כי בסבירות גבוהה תשובה (1) נכונה.

תשובה (1).



12. עלינו להביע את רדיוס העיגול הפנימי (r) באמצעות רדיוס העיגול הגדול (R).

נבנה משוואה הכוללת את r ואת R .

שטח העיגול הגדול שווה ל- πR^2 , ושטח הטבעת שווה לשטח העיגול הגדול פחות

שטח העיגול הקטן, כלומר ל- $\pi R^2 - \pi r^2$.

שטח הטבעת הכהה צריך להיות שווה ל- $\frac{1}{5} \pi R^2$ משטח העיגול הגדול, ולכן ניתן לבנות משוואה כפיה:

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \frac{1}{5} \pi R^2 \quad \text{נבודד את } r \text{ עליו נשאלנו, ונקבל:}$$

$$\left(\pi R^2 - \pi r^2 = \frac{1}{5} \pi R^2 \Rightarrow \frac{4}{5} \pi R^2 = \pi r^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{5} R^2} = r \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} R = r \right)$$

תשובה (1).

13. נשאלנו בכמה דרכים יוכלו 4 חברות להתחלק ל-2 זוגות.

מכיוון שמספר האפשרויות מאוד מצומצם, נפרט באופן שיטתי את כל הדרכים האפשריות.

נסמן את שמות הבנות באותיות א, ב, ג ו-ד. החלוקות האפשריות יהיו:

1. א-ב ג-ד

2. א-ג ב-ד

3. א-ד ב-ג

ניתן לראות כי יש בסך הכול שלוש דרכים אפשריות בהן 4 הבנות מתחלקות ל-2 זוגות.

תשובה (3).

14. נשאלנו כמה תלמידים החלו את הלימודים במחזור של 2019. מכיוון שהשלם המקורי נמצא

בתשובות, נבדוק אותן. נתחיל מהתשובה שהכי נח לבדוק

תשובה (3): 500. בשנה הראשונה נושרים 10% מהתלמידים, כלומר

$$50 \left(\frac{10}{100} \cdot 500 = \frac{1}{10} \cdot 500 = \right) 500 \quad \text{תלמידים. לאחר שנה זו יותרו } (500 - 50) = 450 \quad \text{תלמידים.}$$

בשנה השנייה נושרים 10% מהתלמידים, כלומר $45 \left(\frac{10}{100} \cdot 450 = \frac{1}{10} \cdot 450 = \right)$ תלמידים. לאחר

שנה זו יותרו $(450 - 45) = 405$ תלמידים. בשנה השלישית נושרים 20% מהתלמידים, כלומר

$$81 \left(\frac{20}{100} \cdot 405 = \frac{1}{5} \cdot 405 = \right) 405 \quad \text{תלמידים. לאחר שנה זו יותרו } (405 - 81) = 324 \quad \text{תלמידים.}$$

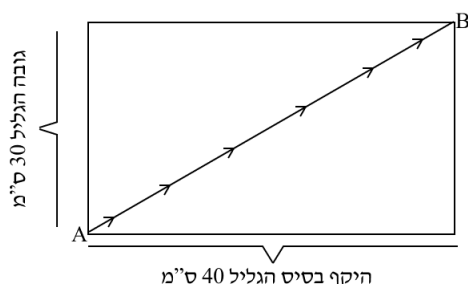
מתאים, ולכן זו התשובה הנכונה. אין צורך לבדוק תשובות נוספות.

תשובה (3).

15. בוחרים מספר בין 1 ל-299 שאינו מתחלק ב-3 ומוסיפים לו 1. עלינו למצוא את הסיכוי שהמספר שיתקבל יתחלק ב-3.
- נעבור על רשימת המספרים בין 1 ל-299 שאינם מתחלקים ב-3.
- המספרים הם 1 ו-2, 4 ו-5, 7 ו-8, 10 ו-11 וכך הלאה.
- ניתן לראות כי מבין כל שני מספרים רצופים, יש מספר אחד שאם נוסיף לו 1 הוא יתחלק ב-3, ומספר נוסף שאם נוסיף לו 1 הוא לא יתחלק ב-3.
- לכן, הסיכוי שהמספר שקיבלנו יתחלק ב-3 הוא $\frac{1}{2}$.

תשובה (2).

16. נשאלנו מה אורך המסלול שעבר החילוץ מנקודה A לנקודה B.
- נפרוס את הגליל ונקבל מלבן ש-A ו-B הם שני קודקודים נגדיים שלו.



החילוץ עבר מנקודה A לנקודה B במסלול הקצר ביותר האפשרי, תוך שהוא מקיף את הגליל פעם אחת. מסלול זה הוא בעצם אלכסון המלבן.

אורך המלבן שווה להיקף בסיס הגליל, כלומר ל-40 ס"מ, ורוחב המלבן שווה לגובה הגליל, כלומר ל-30 ס"מ.

נתמקד באחד מהמשולשים ישרי-הזווית השווים המהווים מחצית מהמלבן. ניצבי המשולשים הם 30 ו-40 ס"מ, ולכן היתר שלהם (מהווה את אלכסון המלבן) שווה ל-50 ס"מ (הרחבה של השלשה הפיתגורית 3:4:5 פי 10). זהו גם אורך המסלול שעבר החילוץ.

תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 17-20)

17. נשאלנו באיזו קומה עצרה מעלית כלשהי לפרק הזמן הארוך ביותר?
עצירה של מעלית בקומה מסוימת מופיעה בתרשים **קו ישר או מקווקו** (כתלות במעלית) **מקביל לציר ה-x (ציר הזמן)**. **ככל שהישר ארוך יותר, כך משך הזמן שבו המעלית עצרה בקומה ארוך יותר**. לכן, עלינו לחפש את הקו הארוך ביותר המקביל לציר ה-x.
שימו לב! אין צורך לבדוק מהו הקו הארוך ביותר בכל אחת מהקומות, אלא רק מהו הקו הארוך ביותר מבין הקומות המופיעות בתשובות.
הקו הארוך ביותר הוא הקו המקווקו בקומה 4. הוא מתחיל ב-08:01:35 ומסתיים ב-08:02:00. הוא מייצג עצירה של 25 שניות.

תשובה (4).

18. עלינו למצוא באיזו מהקומות המופיעות בתשובות היה נפח התנועה **הגדול ביותר** בפרק הזמן המתואר בתרשים.
תשובה (1): קומה 5. בקומה זו נכנס רק אדם אחד, ויצאו 4 אנשים. הכול נעשה בעצירה אחת בלבד (מעלית ב שעה 08:00:55). נפח התנועה יהיה שווה ל- $(1+4) \cdot 1 = 5$.
תשובה (2): קומה 2. בקומה זו נכנסו 21 $(10+10+1)$ אנשים, ויצאו 2 $(0+1+1)$. מכיוון שהיו 3 עצירות, נקבע כי נפח התנועה שווה ל- $(21+2) \cdot 3 = 69$.
תשובה (3): קומה 3. בקומה זו נכנסו 8 $(5+1+2+0)$ אנשים, ויצאו 4 $(0+1+0+3)$. מכיוון שהיו 4 עצירות, נקבע כי נפח התנועה שווה ל- $(8+4) \cdot 4 = 48$.
תשובה (4): קומה 4. בקומה זו נכנסו 6 $(2+0+4)$ אנשים, ויצאו 7 $(3+4+0)$. מכיוון שהיו 3 עצירות, נקבע כי נפח התנועה שווה ל- $(6+7) \cdot 3 = 39$.
נפח התנועה **הגדול ביותר** הוא בקומה 2.

תשובה (2).

19. נשאלנו מה משך הזמן הארוך ביותר שחלף מרגע שמעלית א עזבה קומה מסוימת ועד **שעצרה** בקומה זו שוב.
נתמקד רק בפעילות של מעלית א המופיעה **קו ישר**.
ניתן לראות כי מעלית זו עוזבת את קומה 7 בשעה 08:00:20 ואז עוצרת שוב בקומה זו בשעה 08:02:15. משך הזמן שחלף מרגע שהמעלית עזבה את הקומה ועד **שעצרה** בה שוב הוא 1 דקה ו-55 שניות.
אין פרק זמן ארוך יותר בתשובות, ולכן זו בהכרח התשובה הנכונה.

תשובה (4).

20. עלינו למצוא מהי קומה x. נחפש קומה מתאימה לנתוני השאלה.
ניתן לראות כי בכל התרשים יש בסך הכול שלוש עצירות בקומה 2 – שתי עצירות של מעלית ב ורק עצירה אחת של מעלית א. מכיוון שהשליח ירד באותה מעלית שבה עלה, נקבע כי רק מעלית ב מתאימה לנתונים. נתמקד בקו המקווקו של מעלית ב.
השליח עולה לראשונה בקומה 2 בשעה 08:00:25 ויורד ממנה **בקומה 4** בשעה 08:00:50. הוא משתהה בקומה זו במשך 45 שניות עד שעה 08:01:35 ואז עולה עליה שוב. הוא יורד מהמעלית בקומה 2 בשעה 08:02:05.
לפיכך, x שווה ל-4.

תשובה (4).
