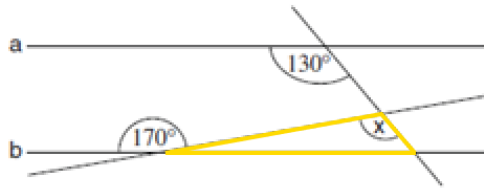


הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 8-1)



1. עלינו למצוא את ערכה של זווית x בסרטוט הנתון.

נזהה כי זווית x היא אחת משלוש זוויות במשולש המסומן בסרטוט.

אחת מהזוויות הנוספות במשולש שווה ל- 10° ($180^\circ - 170^\circ = 10^\circ$) (משלימה לזווית שטוחה), והזווית השלישית שווה ל- 50° ($180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$) (זוויות קהות וחדות הנוצרות בחיתוך ישר עם שני הישרים המקבילים a ו- b).

סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° , ומכאן ש- x שווה ל- 120° ($180^\circ - 10^\circ - 50^\circ = 120^\circ$).

תשובה (2).

2. עלינו למצוא את ערכו של a בהינתן המשוואה $|3| - |-5| + |-12| - a = 16$.

$|3| = 3$, $|-5| = 5$ ו- $|-12| = 12$, ולכן את המשוואה ניתן לכתוב גם כך: $3 - 5 + 12 - a = 16$.

נותר לנו לבדוד את a , ונקבל $a - 6 = 16 \Rightarrow a = 22$.

תשובה (3).

3. עלינו למצוא בתשובות ביטוי אלגברי המייצג את מספר האותיות שניתן לכתוב בעט מלא נובע אחד.

כדי למצוא את מספר האותיות שניתן לכתוב בעט מלא נובע אחד עלינו לחלק את נפח הדיו בעט

נובע מלא בכמות הדיו הדרושה לכתיבת אות אחת. כלומר, ל- $\frac{x}{1}$.

נפשט את הביטוי ונראה כי הוא שווה ל- x^3 $\left(\frac{x}{\frac{1}{x^2}} = \frac{x}{1} = x \cdot x^2 = x^3 \right)$.

הערה: ניתן היה להיעזר גם בהצבת דוגמה מספרית כדי לפתור את השאלה. נקבע למשל כי $x = 2$.

בעט יהיו 2 סמ"ק דיו, וכדי לכתוב אות נזדקק ל- $\frac{1}{4}$ סמ"ק דיו. לפיכך, עט מספיקה ל- $\left(\frac{2}{\frac{1}{4}} = 8 \right)$.

אותיות. תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות, ולכן התשובה הנותרת בהכרח נכונה.

תשובה (3).

4. עלינו למצוא את ההסתברות שמשחק מסוים יסתיים ללא מנצח. מנתוני השאלה קל יותר לחשב את הסיכויים שדן או משה ינצחו, ולכן תחילה נחשב אותם. דן צריך שהמטבע ייפול על צדו השחור, ולאחר מכן בהטלת הקובייה יתקבל אחד המספרים 1 או 2. הסיכוי לכך הוא $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}\right) = \frac{1}{6}$.
- משה צריך שהמטבע ייפול על צדו הלבן, ולאחר מכן בהטלת הקובייה יתקבל אחד המספרים 5 או 6. הסיכוי לכך הוא גם כן $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}\right) = \frac{1}{6}$.
- הסיכוי שהמשחק יסתיים בתיקו, כלומר לא יסתיים בניצחון של אחד מהשניים, יהיה שווה ל-1 פחות הסיכוי לניצחון של דן או משה. כלומר ל- $\left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$.

תשובה (4).

5. נשאלנו מהו הממוצע של 7 מספרים שהממוצע שלהם שווה ל-30, ושל מספר נוסף – 110. אם הממוצע של 7 מספרים שווה ל-30, הרי שסכומם שווה ל- $210 (7 \cdot 30)$. סכום המספרים החדש לאחר שנוסיף את המספר 110 יהיה שווה ל- $320 (210 + 110)$, ולכן הממוצע שלהם יהיה שווה ל- $40 \left(\frac{320}{8}\right)$.

תשובה (4).

6. נשאלנו איזו משלשות המספרים שבתשובות אינה יכולה להיות אורכי הצלעות של משולש. נבדוק את התשובות המוצעות.
- נזכור כי **סכום** כל שתי צלעות במשולש חייב להיות **גדול מהצלע השלישית** במשולש, וכי **ההפרש** בין כל שתי צלעות במשולש חייב להיות **קטן מהצלע השלישית** במשולש.
- תשובה (3): 5, 6, 11.5. במקרה זה **סכום** שתי צלעות במשולש $5 + 6 = 11$ **קטן מהצלע השלישית** במשולש (11.5). לכן מספרים אלו **לא** יכולים להיות אורכי הצלעות במשולש. זו התשובה הנכונה. אין צורך לבדוק תשובות נוספות.

תשובה (3).

7. עלינו למצוא מה הייתה השעה האמיתית ברגע שעידן נכנס לכיתה. נתון שהשעון של עידן נעצר שעה לפני שנכנס לכיתה, ושחזר לפעול 10 דקות לפני שנכנס לכיתה. כלומר, השעון נעצר למשך 50 דקות. אם ברגע שנכנס לכיתה הורה שעונו של עידן על השעה השגויה 08:30, הרי שבפועל השעה מאוחרת יותר ב-50 דקות. לכן השעה האמיתית הייתה 09:20.

תשובה (3).

8. עלינו למצוא את השארית המתקבלת מחלוקת x ב-4. ניעזר בהצבת דוגמה מספרית מתאימה עבור x כדי לפתור את השאלה. נתון ש- x ו- $\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2}\right)$ הם מספרים שלמים וחייביים. נמצא x מתאים המקיים את הנתונים. אם נציב x שווה ל-1, נקבל $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$. זהו **אינו** מספר שלם, ולכן x לא יכול להיות שווה ל-1.

אם נציב x שווה ל-2, נקבל מספר שלם: $\left(\frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\right)$. לפיכך, x יכול להיות שווה ל-2.
 נותר לנו לחשב את השארית. השארית המתקבלת מחלוקת x ב-4, כלומר 2 ב-4, שווה ל-2.
תשובה (2).

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

9. נשאלנו באיזה מטווחי המרחקים שבתשובות יש את מספר הזרעים הקטן ביותר מסוג B. נתמקד ברבע המעגל המייצג את פיזור הזרעים של צמחים מזן B. פיזור הזרעים הקטן ביותר הוא פיזור של עד 5% מהזרעים המסומן באמצעות חלק מטבעת ללא מילוי. ניתן לראות כי מדובר בחלק מטבעת המייצג מרחק של בין 40 ל-50 מטרים מהצמח.
תשובה (3).

10. עלינו למצוא תרשים שעשוי לתאר את מספר הזרעים של צמח כלשהו ממין C שנחתו בכל אחד מטווחי המרחקים המתוארים בתרשים.
 נתמקד ברבע המעגל המייצג את פיזור הזרעים של צמחים מזן B.
 טווח של עד 10 מטרים: עד 5% מהצמחים.
 טווח של 10 עד 20 מטרים: 25% עד 40% מהצמחים.
 טווח של 20 עד 30 מטרים: 40% ומעלה מהצמחים.
 טווח של 30 עד 40 מטרים: 25% עד 40% מהצמחים.
 טווח של 40 עד 50 מטרים: 5% עד 15% מהצמחים.
 כלומר, העמודה הנמוכה ביותר בתרשים צריכה להיות זו של עד 10 מטרים, והגבוהה ביותר היא זו של 20 עד 30 מטרים. זה מספיק כדי לקבוע שהתרשים המתאים מופיע בתשובה (2).
תשובה (2).

11. נשאלנו מהו האחוז הגדול ביותר האפשרי של זרעי צמח ממין A שנחתו במרחק גדול מ-40 מטרים מהצמח.
 נתמקד ברבע המעגל המייצג את פיזור הזרעים של צמחים מזן A. אנחנו רוצים שאחוז הזרעים שפוזרו במרחק גדול מ-40 מטרים מהצמח יהיה מקסימלי, ולכן נדרוש שאחוז הזרעים שפוזרו במרחקים קטנים מ-40 מטרים יהיה מינימלי.
 טווח של עד 10 מטרים: 0% עד 5% מהצמחים. נבחר ב-0%.
 טווח של 10 עד 20 מטרים: 5% עד 15% מהצמחים. נבחר ב-5%.
 טווח של 20 עד 30 מטרים: 15% עד 15% מהצמחים. נבחר ב-15%.
 טווח של 30 עד 40 מטרים: 25% עד 40% מהצמחים. נבחר ב-25%.
 אחוז הזרעים המינימלי שפוזרו במרחק של עד 40 מטרים מהצמחים שווה ל-45% ($0\% + 5\% + 15\% + 25\%$), ולפיכך האחוז הגדול ביותר האפשרי של זרעי צמח ממין A שנחתו במרחק גדול מ-40 מטרים מהצמח יהיה 55% ($100\% - 45\%$).
תשובה (3).

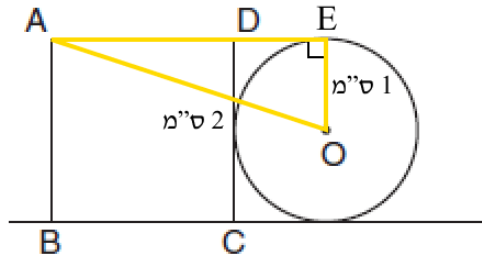
- 12.** נשאלנו איזה מהתרשימים בתשובות מתאר מין מסוים שמפיץ מספר שווה של זרעים בכל אחד מטווחי המרחקים המתוארים בתרשים.
- נזכור כי סך הפיזור של הצמח על פני חמשת הטווחים חייב להסתכם ל-100%.
- תשובה (1): גם אם אחוז הפיזור בכל טווח יהיה **מקסימלי** (15%), נגיע רק ל-75% ($5 \cdot 15\% =$). התשובה נפסלת.
- תשובה (3): גם אם אחוז הפיזור בכל טווח יהיה **מינימלי** (25%), נגיע ליותר מ-100%. $125\% (= 5 \cdot 25\%)$. התשובה נפסלת.
- תשובה (2): אחוז הפיזור הכולל יהיה בין 75% ($5 \cdot 15\% =$) ל-125% ($5 \cdot 25\% =$). 100% נמצא בטווח זה, ולכן זו התשובה הנכונה.
- תשובה (2).**

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

- 13.** עלינו לפשט את הביטוי $(L \cdot T - M) - (M \cdot T - L)$.
- דרך א':** הצבת דוגמה מספרית
- נציב בביטוי ערכים מספריים נוחים במקום L, T, M , למשל $M=1, L=2, T=3$, ונקבל כי ערכו המספרי שווה ל-4 ($=(2 \cdot 3 - 1) - (1 \cdot 3 - 2)$).
- כעת נציב את אותם ערכים גם בביטויים שבתשובות ונפסול תשובות שערך המספרי שונה מ-4. תשובות (2) עד (4) נפסלות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה.
- דרך ב':** אלגברה
- נפתח את הסוגריים ונקבל: $L \cdot T - M - M \cdot T + L$, או לחלופין $L \cdot T + L - M - M \cdot T$.
- נוציא גורם משותף L משני האיברים הראשונים, וגורם משותף M משני האיברים האחרונים ונקבל: $L \cdot (T + 1) - M \cdot (1 + T)$.
- נותר לנו להוציא גורם משותף $(T + 1)$, ונקבל $(T + 1)(L - M)$.
- תשובה (1).**

- 14.** נשאלנו מהי ספרת היחידות של 8^6 .
- בעזרת חוקי חזקות ניתן להציג את 8^6 גם כך: $8^2 \cdot 8^2 \cdot 8^2 = (8^2)^3$. כלומר, 8^6 שווה ל- $64 \cdot 64 \cdot 64$. ספרת האחדות של התרגיל תהיה שווה ל-4 ($= \dots 4 \cdot \dots 4 \cdot \dots 4$).
- תשובה (4).**

15. עלינו למצוא את המרחק בין קודקוד A של הריבוע למרכז המעגל O. נחבר את הנקודות A ו-O באמצעות ישר. כמו כן, נעביר רדיוס ממרכז המעגל על המשך הצלע AD כך שיווצר משולש ישר זווית AOE (רדיוס לנקודת השקעה עם ישר יוצר זווית של 90°). נתון שצלע הריבוע היא 2 ס"מ, ושרדיוס המעגל הוא 1 ס"מ. לכן AE השווה לסכום האורכים של צלע הריבוע ורדיוס המעגל יהיה שווה ל-3 ס"מ, ו-OE השווה לרדיוס המעגל יהיה שווה ל-1 ס"מ.



AO הוא יתר במשולש ישר זווית שניצביו שווים ל-1 ו-3 ס"מ, ולכן לפי משפט פיתגורס הוא שווה ל- $\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

תשובה (2).

16. עלינו למצוא לאחר כמה חודשי אימון שלמים תצליח חגית לרוץ 30 ק"מ בשעתיים. נבדוק את התשובות המוצעות. נתחיל מתשובה בינונית בערכה. שגית רצה בשעה הראשונה במהירות מסוימת, ובשעה השנייה במהירות הקטנה ממנה ב-2 קמ"ש. המהירות בשעה הראשונה בכל ריצה שווה ל- $(10 + x)$, כאשר x הוא מספר חודשי האימון השלמים שעברו מאז שהחלה באימונים.
- תשובה (1):** לאחר 5 חודשים. המהירות בשעה הראשונה תהיה שווה ל- $15 (= 10 + 5)$ קמ"ש, ובשעה השנייה ל- $13 (= 15 - 2)$ קמ"ש. לפיכך היא תרוץ 28 $(15 + 13)$ ק"מ בשעתיים. לא מתאים. לכן התשובה נפסלת.
- בשלב זה ניתן לקבוע כי מספר החודשים ששגית מתאמנת בריצה חייב להיות גדול מ-5, ולכן תשובה (2) בהכרח נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק אותה.
- תשובה (2):** לאחר 6 חודשים. המהירות בשעה הראשונה תהיה שווה ל- $16 (= 10 + 6)$ קמ"ש, ובשעה השנייה ל- $14 (= 16 - 2)$ קמ"ש. לפיכך היא תרוץ 30 $(16 + 14)$ ק"מ בשעתיים. מתאים. אין צורך לבדוק תשובות נוספות.
- תשובה (2).**

17. עלינו לחשב את אורך הצלע CD במלבן שהיקפו 20 ס"מ. אם היקף המלבן הוא 20 ס"מ, הרי שאורכו ורוחבו יחד שווים ל-10 ס"מ. בסרטוט הנתון האלכסון מחלק את המלבן לשני משולשי זהב, שהניצבים שלהם הם אורכו ורוחבו של המלבן. אנחנו יודעים שיחס הניצבים במשולש זהב הוא $1:\sqrt{3}$. לכן ניתן להגדיר את הניצב הקטן במשולש כ-x, ואת הניצב הגדול כ- $\sqrt{3}x$, ולבנות משוואה לפיה: $x + \sqrt{3}x = 10$

CD הוא הניצב הקטן במשולש, כלומר x . נחלץ אותו מהמשוואה שבנינו, ונקבל:

$$(x + \sqrt{3}x = 10 \Rightarrow x \cdot (1 + \sqrt{3}) = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{(1 + \sqrt{3})})$$

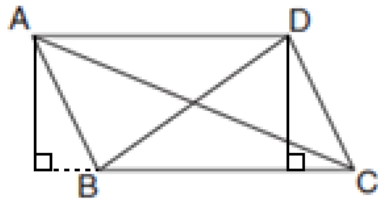
תשובה (1).

18. נשאלנו כמה שעות אור, לכל היותר, אפשר להפיק מ-16 נרות בהנחה שימוחזרו שוב ושוב ככל האפשר.

נר שעווה מאיר במשך שעה שבמהלכה הוא נמס. לפיכך, 16 הנרות המקוריים יספיקו ל-16 שעות אור. מהשעווה של כל 2 נרות שנמסו אפשר ליצור נר אחד חדש, ולכן: מהשעווה של 16 הנרות שנמסו ניתן יהיה לייצר 8 נרות חדשים, שיספיקו לעוד 8 שעות אור. מהשעווה של 8 הנרות ניתן יהיה לייצר 4 נרות חדשים, שיספיקו לעוד 4 שעות אור. מהשעווה של 4 הנרות ניתן יהיה לייצר 2 נרות חדשים, שיספיקו לעוד 2 שעות אור. מהשעווה של 2 הנרות ניתן יהיה לייצר 1 נר חדש, שיספיק לעוד 1 שעות אור. לפיכך, הנרות יספיקו ל-31 (= 16 + 8 + 4 + 2 + 1) שעות אור בסך הכול.

תשובה (4).

19. נשאלנו איזו מהטענות בתשובות נכונה בהכרח בהינתן ששטח משולש ABC שווה לשטח משולש DBC.



לשני המשולשים ABC ו-DBC יש צלע משותפת BC. אם ידוע ששטחי המשולשים זהים, הרי שניתן לקבוע כי גם הגבהים לצלע BC בשני המשולשים חייבים להיות זהים. לפיכך, הישרים AD ו-BC מקבילים. זו בדיוק הטענה שמופיעה בתשובה (1). **הערה:** למרות שבסרטוט נראה כי המרובע הוא מקבילית, לא ניתן לקבוע זאת מנתוני השאלה. כל מה שאפשר להסיק מהנתונים הוא שהישרים AD ו-BC מקבילים, וזה יכול לקרות גם בטרפז. הוא אפילו אינו חייב להיות שווה שוקיים. לכן הטענות שתשובות (2) עד (4) אינן בהכרח נכונות.

תשובה (1).

20. נשאלנו מהו טווח הערכים המדויק עבור הביטוי $\frac{a}{b}$. כלומר, עלינו למצוא את ערכו המקסימלי

ואת ערכו המינימלי של הביטוי.

הערה: לשם הנוחות בלבד נתייחס לערכים שבקצוות של הטווחים הנתונים של a ו-b כאל ערכים אפשריים עבורם.

הערך המקסימלי יתקבל כאשר המונה (a) יהיה כמה שיותר גדול, והמכנה (b) כמה שיותר קטן.

$$\text{לכן יהיה שווה ל-} \frac{1}{8} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}$$

הערך המינימלי יתקבל כאשר המונה (a) יהיה כמה שיותר קטן, והמכנה (b) כמה שיותר גדול. לכן

$$\text{יהיה שווה ל-} \frac{1}{15} = \left(\frac{\frac{1}{5}}{3} \right)$$

טווח הערכים המדויק עבור הביטוי $\frac{a}{b}$ הוא: $\frac{1}{15} < \frac{a}{b} < \frac{1}{8}$.

תשובה (1).