

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

1. נתונה משוואה בשני נעלמים $(y-x)$, ומבקשים שנמצא את y .

דרך א': אלגברה

$$2x(y+x) + y(y-2x) - 2x^2 = 16$$

נפשט את המשוואה במטרה לבודד את y . תחילה נפתח סוגריים ונקבל:

$$2xy + 2x^2 + y^2 - 2xy - 2x^2 = 16$$

$$(2xy + 2x^2 + y^2 - 2xy - 2x^2 = 16 \Rightarrow) y^2 = 16$$

לפיכך כינוס איברים נקבל: $y^2 = 16$

נוציא שורש לשני צדי המשוואה ונקבל ש- y שווה ל-4 או ל-(-4). מכיוון שנתון לנו ש- y הוא מספר חיובי ($0 < y$), הוא אינו יכול להיות שווה ל-(-4), ולכן נקבע כי הוא שווה ל-4.

תשובה (4).

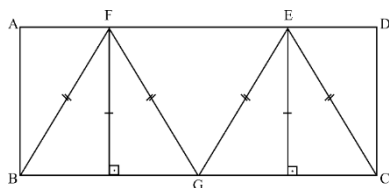
2. נתון שרבעה מחלקת שווה בשווה 101 מטבעות בין 4 ילדיה, ואת השארית מוסיפה לחלקו של בנו הבכור חיים. לאחר מכן מחלק חיים את המטבעות שקיבל שווה בשווה בין 3 ילדיו, ואת השארית מוסיף לחלקה של בתו הבכורה יעל, ושואלים אותנו כמה מטבעות קיבלה יעל.

רבעה מחלקת 101 מטבעות בין 4 ילדיה. כל אחד מהם (כולל חיים) יקבל 25 מטבעות ($4 \cdot 25 = 100$), ויותר מטבע נוסף אותו היא מוסיפה לחלקו של חיים. כלומר, הוא מקבל 26 מטבעות.

כעת חיים מחלק 26 מטבעות בין 3 ילדיו. כל אחד מהם (כולל יעל) יקבל 8 מטבעות ($3 \cdot 8 = 24$), ויותר 2 מטבעות נוספים אותם היא מוסיפה לחלקה של יעל. כלומר, יעל מקבלת 10 מטבעות.

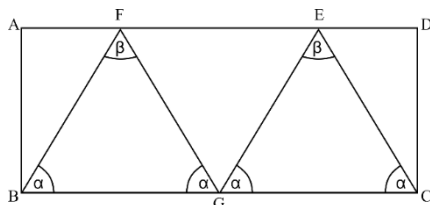
תשובה (2).

3. נתון מלבן ABCD וחסומים בו שני משולשים שווים שוקיים BFG ו-GEC. עלינו למצוא איזו מהטענות בתשובות (עוסקות בזוויות α ו- β המסומנות בסרטוט) בהכרח נכונות.



מכיוון שהשוקיים של שני המשולשים שווים באורכם, ויש להם את אותו הגובה (שווה לרוחב המלבן), נקבע כי המשולשים חופפים.

נסמן את הזוויות בשני המשולשים ונראה כי סכום הזוויות בכל אחד מהמשולשים שווה ל- $2\alpha + \beta = 180^\circ$. כיוון שסכום זוויות במשולש שווה ל- 180° , נקבע כי $2\alpha + \beta = 180^\circ$.



תשובה (3).

4. שואלים אותנו כמה **לכל היותר** משולשים ישרי-זווית שזוויותיהם 30° , 60° ו- 90° , שונים זה מזה (לא חופפים) קיימים, בהינתן לשכל אחד מהם יש צלע שאורכה 5 ס"מ.

מבט על התשובות מלמד אותנו שמספר המשולשים האפשריים מאוד מצומצם. נפרט את כל האפשרויות באופן שיטתי על הדף:

ייתכן משולש שבו הניצב הקטן שווה ל-5 ס"מ. הניצב הגדול יהיה שווה ל- $5 \cdot \sqrt{3}$ ס"מ, והיתר יהיה שווה ל- 10 ($5 \cdot 2 = 10$) ס"מ.

ייתכן משולש שבו הניצב הגדול שווה ל-5 ס"מ. הניצב הקטן יהיה שווה ל- $\frac{5}{\sqrt{3}}$ ס"מ, והיתר יהיה שווה ל- $\frac{10}{\sqrt{3}}$ ($2 \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$) ס"מ.

ייתכן משולש שבו היתר שווה ל-5 ס"מ. הניצב הקטן יהיה שווה ל- $\frac{5}{2}$ ס"מ, והניצב הגדול יהיה שווה ל- $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\sqrt{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$) ס"מ.

ראינו כי יש שלושה משולשים העומדים בתנאי השאלה (הצלע שאורכה 5 ס"מ יכולה להיות הניצב הקטן, הניצב הגדול או היתר במשולש), ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

5. נתונה פעולה מומצאת $a \S b = - \left[\left(\frac{a}{b} \right)^{-a} \right]$ ושואלים אותנו למה שווה ערכו של $2 \S -6$.

תחילה נחליף את a ב-2 ואת b ב-(-6), ונקבל $-\left[\left(\frac{2}{-6} \right)^{-2} \right]$.

כעת נפשט את הביטוי המספרי שהתקבל עד שנגיע לאחת התשובות המוצעות:

תחילה נצמצם את האיבר שבתוך הסוגריים, ונקבל: $-\left[\left(\frac{1}{-3} \right)^{-2} \right]$.

כעת ניעזר בכלל לפיו $\left(\frac{a}{b} \right)^{-m} = \left(\frac{b}{a} \right)^m$, ונהפוך את מעריך החזקה השלילי לחיובי. נקבל:

$$\cdot \left[- \left[\left(\frac{-3}{1} \right)^2 \right] \right] = - \left[(-3)^2 \right]$$

כעת נחשב את הביטוי שבתוך הסוגריים המרובעים, ונקבל: $-[9]$.

קיבלנו שערכו של $2 \S -6$ שווה ל- (-9) . לפיכך, תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

6. נתון ש- $a < 10$ ו- $b < 5$. עלינו למצוא אי-שוויון המתאר במדויק את הטווח שבו D יכול להימצא, בהינתן ש- $D = a - b$.

דרך א': הבנה אלגברית

אם a היה שווה ל-10, ו-b היה שווה ל-5, אז D היה שווה בדיוק ל-5. העובדה שבפועל a קטן מ-10 ו-b גדול מ-5, ובאותו אופן, העובדה שבפועל b גדול מ-5 גם היא תביא לכך ש-D יקטן. לפיכך, D בהכרח יהיה קטן יותר מ-5.

ד"ר ב': בדיקת התשובות המוצעות

נציב ערכים שונים עבור a ו- b בהתאם לטווחים הנתונים שלהם, במטרה לפסול שלוש תשובות.

תשובה (1): נציב למשל $a = 0$ ו- $b = 6$, ונקבל ש- $D = -6$. לפיכך, D אינו חייב להיות גדול מ- (-2) והתשובה נפסלת.

תשובה (2): נציב למשל $a = 0$ ו- $b = 30$, ונקבל ש- $D = -30$. לפיכך, D אינו חייב להיות גדול מ- (-15) והתשובה נפסלת.

תשובה (3): נציב למשל $a = 9$ ו- $b = 6$, ונקבל ש- $D = 3$. לפיכך, D אינו חייב להיות קטן מ-2 והתשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה.

תשובה (4)

7. נתונים שני רבעי מעגל המונחים על קטע AB שאורכו 1 ס"מ, ועלינו למצוא את סכום השטחים האפורים.

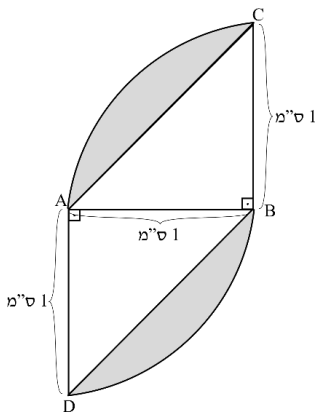
AB , BC ו- AD הם רדיוסים של גזרות מעגל זהות. לפיכך, אם AB שווה ל-1 ס"מ, אז גם BC ו- AD שווים ל-1 ס"מ.

כעת נביט על הסרטוט ונראה כי כדי להגיע לכל אחד מהשטחים האפורים יש לחסר מגזרה המהווה $\frac{1}{4}$

מהמעגל משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

$$\text{לפיכך, כל שטח אפור יהיה שווה ל-} \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{4}\pi \cdot 1^2 - \frac{1 \cdot 1}{2}\right)$$

$$\text{סכום שני השטחים האפורים יהיה שווה ל-} \frac{\pi}{2} - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right)$$



תשובה (2)

הסקה מתרשים (שאלות 8-12)

8. עלינו למצוא כמה זוגות של מינים מתחרים יש בשמורה בהינתן שזוג מינים מתחרים הם זוג מינים שיש להם מקור מזון משותף, ויש חפיפה בין שטחי השוטטות של שני המינים ביום המחקר. ניתן לראות בטבלה כי יש שלושה זוגות שיש להם מקור מזון משותף: האריה והנמר אוכלים זברות, הזברה והשפן אוכלים עשב, והנמר והתן אוכלים שפנים. נבדוק למי מזוגות אלה היו שטחי שוטטות משותפים ביום המחקר. לאריה ולנמר אין שטח שוטטות משותף ביום המחקר, לזברה ולשפן יש שטח משותף ביום המחקר, וגם לנמר ולתן יש שטח שוטטות משותף ביום המחקר. מצאנו שיש **שני זוגות מינים** שיש להם מקור מזון משותף, ויש חפיפה בין שטחי השוטטות של שני המינים ביום המחקר (זברה ושפן, נמר ותן).

תשובה (2).

9. נשאלו כמה פרטים (מכל המינים בשמורה), **לכל היותו**, פגש נמר מסוים בשיטוטיו ביום המחקר. נתון כי מספר הנמרים בשמורה הוא 3. לכן הנמר יכול היה לפגוש ב-2 הנמרים הנוספים. בנוסף, מהתרשים עולה כי לנמרים יש שטחי שוטטות משותפים עם שפנים (יש 52 שפנים סך הכול), ועם תנים (יש 15 תנים סך הכול), והוא יכול היה לפגוש כל אחד מהם. מכאן שיכול היה לפגוש $69 (= 2 + 52 + 15)$ פרטים שונים **לכל היותו** ביום המחקר.

תשובה (4).

10. עלינו לחשב את גודל השטח ששוטטו בו **זברות בלבד** (בקמ"ר), אם ידוע כי שטח השוטטות המשותף לזברות ולשפנים מהווה $\frac{1}{4}$ משטח השוטטות הכולל של **השפנים**, וכי השטח המשותף לזברות ולאריות הוא 6 קמ"ש. ניתן לראות בתרשים כי חלק מהשטח שבו שוטטו הזברות משותף להן ולאריות, ובנוסף חלק מהשטח שבו הן שוטטו משותף להן ולשפנים. לפיכך, כדי למצוא את גודל השטח שבו שוטטו **זברות בלבד**, עלינו לחסר מהשטח הכולל שבו שוטטו הזברות (נתון בטבלה שהוא שווה ל-24 ק"מ) את השטח המשותף לזברות ולאריות, ואת השטח המשותף לזברות ולשפנים. בטבלה נתון כי גודל שטח השוטטות הכולל של השפנים הוא 32 קמ"ר. נתון כי שטח השוטטות המשותף לזברות ולשפנים מהווה $\frac{1}{4}$ משטח השוטטות הכולל של השפנים, ולכן הוא שווה ל- $\left(\frac{1}{4} \cdot 32 = 8\right)$ קמ"ר. נחסר משטח השוטטות הכולל של הזברות (כאמור, נתון בטבלה שהוא שווה ל-24 קמ"ר) את החלק המשותף לזברות ולשפנים (חישבנו שגודלו 8 קמ"ר), ואת השטח המשותף לזברות ולאריות (כאמור, נתון שהוא שווה ל-6 קמ"ר), ונקבל כי גודל השטח שבו שוטטו הזברות בלבד שווה ל- $(24 - 8 - 6 = 10)$ קמ"ר.

תשובה (1).

11. בעקבות תצפית שזיהתה נמר שטורף זברה הבינו החוקרים כי נפלה טעות בתרשים וכי שטחי השוטטות של שני מינים בתרשים הוחלפו זה בזה. שואלים איזה מזוגות המינים הבאים יכול להיות זוג המינים שהוחלפו בתרשים.

מהתצפית ניתן להסיק כי חייבת להיות חפיפה בין שטח השוטטות של הנמרים והזברות. לפיכך, עלינו לבדוק את התשובות המוצעות ולחפש זוג מינים שאם נחליף ביניהם תהיה חפיפה בין שטחי השוטטות של הנמרים והזברות.

תשובה (1): החלפת שטחי שוטטות של הזברות והנמרים לא יוצרת חפיפה ביניהם. לא מתאים.

תשובה (2): החלפת שטחי שוטטות של הזברות והתנים יוצרת חפיפה בין הנמרים לזברות. מתאים, ולכן זו התשובה הנכונה.

אין צורך לבדוק תשובות נוספות.

תשובה (2).

12. נשאלנו כמה שפנים במשקל הממוצע של שאר השפנים, לכל הפחות, יש להוסיף לשמורה, כדי שהמשקל הכולל של השפנים יעלה על משקלו הממוצע של אריה אחד.

בטבלה נתון שמשקלו הממוצע של אריה הוא 250 ק"ג. כלומר, עלינו לדאוג שמשקל השפנים הכולל יהיה גבוה ממשקל זה.

אם בטבלה יש 52 שפנים שמשקלם הממוצע הוא 4 ק"ג, הרי שמשקלם הכולל של כל השפנים בשמורה הוא $208 (= 52 \cdot 4)$ ק"ג. כלומר, עלינו להוסיף לשמורה לפחות 11 שפנים במשקל ממוצע של 4 ק"ג (משקלם הכולל הוא $44 (= 11 \cdot 4)$ ק"ג), כדי שמשקלם הכולל של השפנים בשמורה יהיה גבוה מ-250 ק"ג.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. נתונה שאלת הספק. עלינו למצוא את היחס בין הזמן שנדרש למכונה מסוג א' לסיים עבודה מסוימת, לבין הזמן שנדרש ממכונה ב' לסיים את אותה עבודה.

אם 4 מכונות מסוג א' מסיימות את העבודה ב-9 שעות, הרי שלמכונה אחת מאותו סוג ייקח פי 4 זמן לבצע את העבודה. כלומר, ייקח למכונה א' $36 (= 4 \cdot 9)$ שעות לבצע את העבודה.

באותו אופן, אם 9 מכונות מסוג ב' מסיימות את העבודה ב-4 שעות, הרי שלמכונה אחת מאותו סוג ייקח פי 9 זמן לבצע את העבודה. כלומר, ייקח למכונה ב' גם כן $36 (= 9 \cdot 4)$ שעות לבצע את העבודה.

לפיכך, היחס בין הזמן שנדרש למכונה א' לסיים את העבודה לבד, לבין הזמן שנדרש ממכונה ב' לסיים

$$\text{את העבודה לבד, שווה ל-} 1 \left(\frac{36}{36} = 1 \right).$$

תשובה (1).

14. נתונות שתי פירמידות (A ו-B) בעלות בסיסים מלבניים, לשתיהן יש את אותו נפח ואותו גובה. אורכי צלעות הבסיס של פירמידה A הן 1 ו-6, ואורך אחת מצלעות הבסיס של פירמידה B היא 2 ס"מ. נשאלנו באיזו מהפירמידות היקף הבסיס גדול יותר, לשם כך עלינו למצוא את אורך הצלע הנוספת של פירמידה B.

נפח פירמידה שווה לשליש ממכפלת שטח הבסיס שלה בגובה. מכיוון שלשתי הפירמידות יש את אותו גובה ואת אותו נפח, נקבע כי גם שטח הבסיס של שתי הפירמידות חייב להיות זהה.

לפיכך, אם אורכי צלעות הבסיס של פירמידה A (מלבן) הם 1 ו-6, אז שטח הבסיס שלה שווה ל- $6 (= 1 \cdot 6)$ סמ"ר.

מכאן שאם שטח הבסיס של פירמידה B (מלבן) הוא גם כן 6 סמ"ר, ואחת מצלעות הבסיס שלה שווה ל-2 ס"מ, אז צלע הבסיס הנוספת תהיה שווה ל- $3 \left(\frac{6}{2} = 3 \right)$ ס"מ.

ההיקף של בסיס פירמידה A שווה ל- $14 (= 2 \cdot 1 + 2 \cdot 6)$, וההיקף של פירמידה B שווה ל-10 $(= 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3)$ ס"מ.

מכאן שהיקף הבסיס של פירמידה A גדול מהיקף הבסיס של פירמידה B.

תשובה (1).

15. נתון שבחבילת עפרונות יש 12 עפרונות חדשים, ואורך כל אחד מהם 20 ס"מ. מתן כותב בעיפרון 6 שעות בכל יום, ובכל שעה העיפרון מתקצר בסנטימטר אחד.

שואלים אותנו לכמה ימים תספיק לו חבילת עפרונות, אם הוא מפסיק להשתמש בעיפרון כשאורכו מגיע ל-4 ס"מ.

אורכו של עיפרון הוא 20 ס"מ. הוא מאבד 1 ס"מ מאורכו בכל שעה וכשהוא מגיע ל-4 ס"מ מתן מפסיק להשתמש בו. לפיכך, כל עיפרון מספיק ל- $16 (= 20 - 4)$ שעות.

מכיוון שבחבילת העפרונות יש 12 עפרונות, נקבע כי הם יספיקו יחד ל- $12 \cdot 16$ שעות סך הכול. אנחנו יודעים שמתן משתמש בעיפרון במשך 6 שעות בכל יום, ולכן ניתן לקבוע שחבילת עפרונות תספיק למתן למשך $32 \left(\frac{12 \cdot 16}{6} = 32 \right)$ ימים.

תשובה (4).

16. דביר מטיל 3 קוביות הוגנות, ומבקשים שנחשב את הסיכוי שסכום התוצאות יהיה 17 **לפחות**. יש $(6 \cdot 6 \cdot 6)$ צירופים שונים בהטלת 3 קוביות הוגנות שלכל אחת מהן 6 אפשרויות שונות. מכיוון שמספר הצירופים האפשריים שיינתנו סכום של 17 **לפחות** קטן יחסית, נספור אותם באופן שיטתי על הדף.

דביר יכול לקבל 5 בהטלת הקובייה הראשונה, 6 בהטלת הקובייה השנייה, ו-6 בהטלת הקובייה השלישית (הסכום יהיה 17).

הוא יכול לקבל 6 בהטלת הקובייה הראשונה, 5 בהטלת הקובייה השנייה, ו-6 בהטלת הקובייה השלישית (הסכום יהיה 17).

הוא יכול לקבל 6 בהטלת הקובייה הראשונה, 6 בהטלת הקובייה השנייה, ו-5 בהטלת הקובייה השלישית (הסכום יהיה 17).

הוא יכול לקבל 6 בהטלת הקובייה הראשונה, 6 בהטלת הקובייה השנייה, ו-6 בהטלת הקובייה השלישית (הסכום יהיה 18).

נסכם: מתוך $(6 \cdot 6 \cdot 6)$ צירופים שונים שיכולים להתקבל מהטלת 3 קוביות הוגנות, יש רק 4 צירופים אפשריים שיינתנו סכום תוצאות השווה ל-17 לפחות.

לפיכך, הסיכוי שסכום התוצאות יהיה 17 **לפחות** יהיה שווה ל- $\frac{1}{54}$.

$$\left(\frac{4^2}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2^1}{6 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{1}{6 \cdot 3 \cdot 3} = \right)$$

תשובה (4).

17. שואלים אותנו איזו מהטענות שבתשובות **בהכרח** נכונה לגבי הביטוי $\sqrt{x^2 - x}$, אם ידוע כי x הוא מספר שלם הגדול מ-1.

מבט מהיר על התשובות מאפשר לנו לקבוע שיש להסיק האם הביטוי יכול להיות שלם, ואם כן האם הוא זוגי / אי-זוגי.

דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב ערכים שלמים מתאימים במקום x ונבדוק איזה ערך מקבל הביטוי:

אם נציב $x = 2$ נקבל שהביטוי שווה ל- $\sqrt{2}$ ($= \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2}$). כלומר, למספר לא שלם.

אם נציב $x = 3$ נקבל שהביטוי שווה ל- $\sqrt{6}$ ($= \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}$). כלומר, למספר לא שלם.

אם נציב $x = 4$ נקבל שהביטוי שווה ל- $\sqrt{12}$ ($= \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$). כלומר, למספר לא שלם.

אם נציב $x = 5$ נקבל שהביטוי שווה ל- $\sqrt{20}$ ($= \sqrt{25 - 5} = \sqrt{20}$). כלומר, למספר לא שלם.

אם נציב $x = 6$ נקבל שהביטוי שווה ל- $\sqrt{30}$ ($= \sqrt{36 - 6} = \sqrt{30}$). כלומר, למספר לא שלם.

וכך הלאה...

נראה שהביטוי **לא יכול להיות** מספר שלם, ולכן זו התשובה שנסמן.

דרך ב': הבנה אלגברית

נפשט את הביטוי באופן הבא: $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{x \cdot (x - 1)}$

כדי שהביטוי הנתון יהיה שלם, הבסיס של השורש (הביטוי שמתחת לשורש) חייב להיות ריבוע (או כל חזקה זוגית אחרת) של מספר שלם.

מכיוון שבמקרה הנתון הביטוי $x \cdot (x - 1)$ מורכב ממכפלה של שני מספרים עוקבים, ולא ממכפלה של שני מספרים שלמים זהים שמכפלתם תיתן מספר ריבועי שלם, נקבע כי הביטוי הנתון **לא יכול להיות** שלם.

תשובה (4).

18. נתון שבחנות **א** מחיר חולצה קצרה הוא 20 שקלים, ומחיר חולצה ארוכה הוא 40 שקלים, ובחנות **ב** מחיר כל חולצה (קצרה או ארוכה) הוא x שקלים. כמו כן, נתון שביום מסוים נמכר **מספר זהה של חולצות** בשתי החנויות, ו**שסכום הכסף שהתקבל ממכירתן היה גם כן זהה**.

עלינו למצוא את מחיר חולצה בחנות **ב**, אם ידוע כי באותו יום 30% מהחולצות שנמכרו בחנות **א** היו ארוכות.

נעזר **בהצבת דוגמה מספרית** נוחה כדי לפתור את השאלה.

מספר החולצות שנמכרו בכל אחת מהחנויות אינו נתון, ולכן נניח שהוא שווה ל-10.

במקרה זה מספר החולצות הארוכות שנמכרו בחנות **א** יהיה שווה ל-3 ($= \frac{30}{100} \cdot 10$), ומספר החולצות

הקצרות שנמכרו בחנות **א** יהיה שווה ל-7 ($= 10 - 3$). סכום הכסף שהתקבל ממכירת החולצות

שנמכרו בחנות **א** (ארוכות וקצרות) יהיה שווה ל-260 ($= 3 \cdot 40 + 7 \cdot 20$) שקלים. אם נתון שסכום

הכסף שהתקבל בשתי החנויות **זהה**, אז סכום הכסף שהתקבל בחנות **ב** שווה גם הוא ל-260 שקלים.

ביום זה נמכרו 10 חולצות במחיר זהה, וכל אחת נמכרה במחיר של 26 ($= \frac{260}{10}$) שקלים.

תשובה (2).

19.

במערכת צירים נתון מלבן ABCD שצלעותיו מקבילות לצירים. שואלים אותנו איזו מהאפשרויות בתשובות יכולה לציין את ערכי נקודה C, אם ידוע כי אורך המלבן (AD) גדול פי 2 מרוחבו (AB). נסמן על גבי הסרטוט ערכי x ו-y ידועים של נקודות B ו-D, וניגש לבדוק את התשובות המוצעות. הישר AD מקביל לציר ה-x, ולכן לנקודות A ו-D יש את אותו ערך y (3), ובאותו אופן הישר AB מקביל לציר ה-y, ולכן לנקודות A ו-B יש את אותו ערך x (1). כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): (3,1). נקבל שאורך המלבן BC שווה ל-2 (3-1) (ההפרש בין ערכי ה-x של B ו-C), ושרוחב המלבן DC שווה גם כן ל-2 (3-1) (ההפרש בין ערכי ה-y של D ו-C). כלומר, אורך המלבן אינו גדול פי 2 מרוחבו, והתשובה נפסלת.

תשובה (2): (3,2). נקבל שאורך המלבן BC שווה ל-2 (3-1) (ההפרש בין ערכי ה-x של B ו-C), ושרוחב המלבן DC שווה ל-1 (3-2) (ההפרש בין ערכי ה-y של D ו-C). כלומר, אורך המלבן גדול פי 2 מרוחבו, וזו התשובה הנכונה. אין צורך לבדוק תשובות נוספות.

תשובה (2).

20.

עלינו למצוא איזה מהמספרים בתשובות הוא הגדול ביותר שבו $(x + y)$ מתחלק בהכרח ללא שארית, אם ידוע ש-x מתחלק ב-2 ללא שארית, וש-y מתחלק ב-4 ללא שארית.

דרך א': אלגברה

נתון ש-x מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן ניתן להציגו גם כ- $2a$ (כאשר a הוא מספר שלם כלשהו) כמו כן, נתון ש-y מתחלק ב-4 ללא שארית, ולכן ניתן להציגו גם כ- $4b$ (כאשר b הוא מספר שלם כלשהו, שונה מ-a או שווה לו).

לפיכך, את הביטוי $(x + y)$ ניתן להציג גם כך: $2a + 4b$.

נפשט את הביטוי החדש באמצעות הוצאת גורם משותף מקסימלי ונקבל שהוא שווה ל- $2 \cdot (a + 2b)$. ביטוי זה מורכב ממכפלה של 2 באיבר שלם לא מוכר $(a + 2b)$, ולכן כל שניתן לקבוע הוא שהוא מתחלק ב-2.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב דוגמאות מספריות בהתאם לנתוני השאלה וננסה לפסול בעזרתן תשובות.

אם נציב ש-x שווה 2 וש-y שווה 4, נקבל שהביטוי שווה ל-6. 6 אינו מתחלק ב-8 או ב-4, ולפיכך נקבע כי הביטוי לא מתחלק בהכרח ב-8 או ב-4. תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

נשאר לנו לבדוק האם הביטוי מתחלק בהכרח ב-6. אם נציב ש-x שווה 4 וש-y שווה 4, נקבל שהביטוי שווה ל-8. 8 אינו מתחלק ב-6, ולכן נקבע כי הביטוי לא מתחלק בהכרח ב-6. גם תשובה (1) נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות ולפיכך ניתן לקבוע כי התשובה הנותרת בהכרח נכונה. כלומר, ניתן לקבוע כי המספר הגדול ביותר שבו $(x + y)$ מתחלק בהכרח ללא שארית הוא 2.

תשובה (2).