

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
- פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

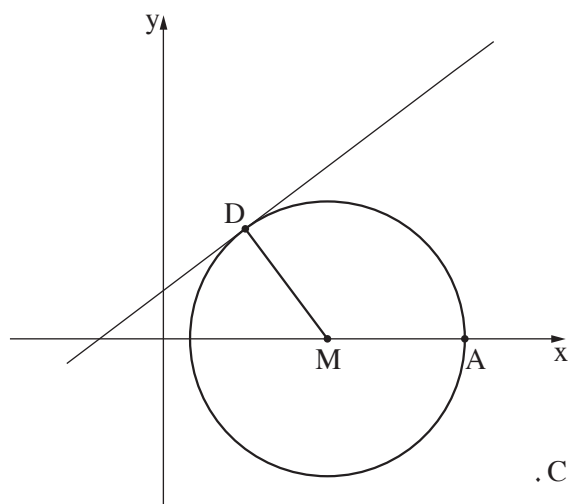
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות

1. דפנה ויעל יצאו להליכה באותו הזמן ובאותו המסלול. אורך המסלול הוא 13.5 ק"מ.
 דפנה הלכה במהירות קבועה בלי לעצור עד סוף המסלול.
 יעל הלכה במשך שעה אחת באותה המהירות שהלכה דפנה, ואז עצרה למשך חצי שעה.
 לאחר העצירה המשיכה יעל ללכת עד סוף המסלול במהירות הגבוהה ב־0.5 קמ"ש ממהירות ההליכה שלה.
 היא הגיעה אל סוף המסלול 18 דקות לאחר שהגיעה אליו דפנה.
א. מצאו את מהירות ההליכה של דפנה.
ב. מצאו את המהירות שבה הייתה יעל צריכה ללכת לאחר העצירה כדי להגיע אל סוף המסלול באותו הזמן שהגיעה אליו דפנה.



2. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M נמצא על ציר ה־x.
 הישר $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ משיק למעגל בנקודה D.
 נתון כי שיעור ה־y של הנקודה D הוא 4.
א. מצאו את משוואת הישר MD.
ב. מצאו את משוואת המעגל.
 הנקודה A היא נקודת החיתוך הימנית של המעגל עם ציר ה־x, כמתואר בסרטוט.
 דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
 המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה C.
ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.
 (2) מצאו את היקף המרובע DMAC.
 חסמו את המרובע DMAC במעגל.
ד. האם רדיוס המעגל החוסם את המרובע DMAC גדול מרדיוס המעגל שמרכזו M? נמקו את תשובתכם.

3. חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות. חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.

75% מתלמידי השכבה מתנדבים.

$\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.

נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?

ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

בחרים באקראי תלמיד מן השכבה.

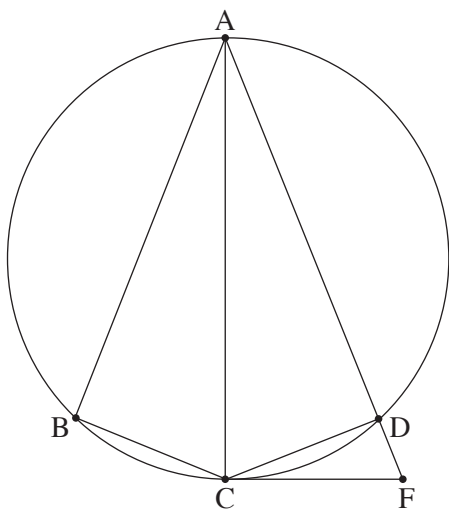
ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?

בכתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:

"אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".

ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המרובע ABCD חסום במעגל.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD כך ש- CF משיק למעגל.

נתון כי המיתר AC חוצה את הזווית BAD (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\angle ABC = \angle CDF$.

ב. (1) הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle CDF$.

(2) הוכיחו כי $(BC)^2 = AB \cdot DF$.

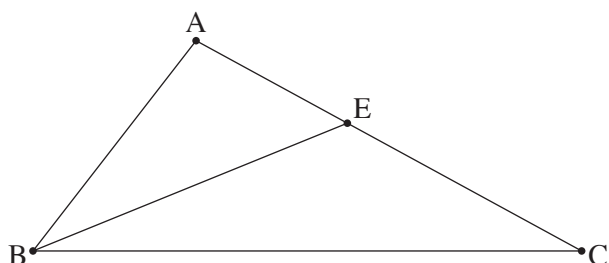
נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 6.25 משטח המשולש CDF,

DF = 4.

ג. מצאו את אורכי הקטעים BC ו- AB.

נתון: $\angle CDF = 90^\circ$.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל.



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

הנקודה E נמצאת על הצלע AC.

נתון: $AB = 12$, $AC = 20$, $BC = 25$.

א. מצאו את גודל הזווית BAC.

נתון כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל החוסם את

המשולש ABE.

ב. מצאו את גודל הזווית ABE.

ג. מצאו את אורך הקטע EC.

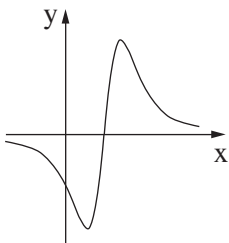
הנקודה K נמצאת על הצלע BC כך ששטח המשולש ECK הוא 32.

ד. מצאו את אורך הקטע CK.

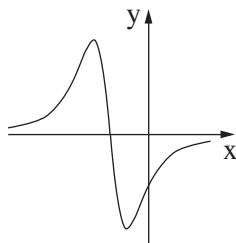
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, המוגדרת לכל x .

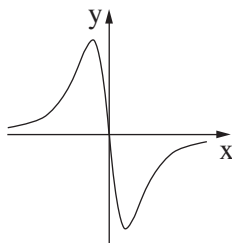
- א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = -2$.



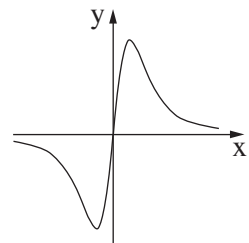
IV



III



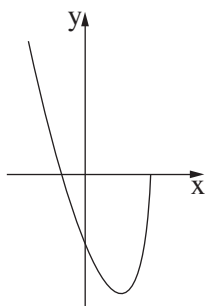
II



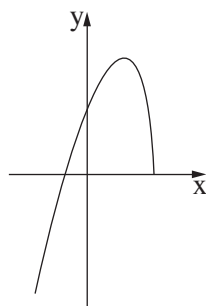
I

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

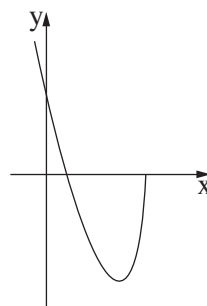
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + 6)$, המוגדרת בתחום $x \leq 9$.
(1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.
(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$?



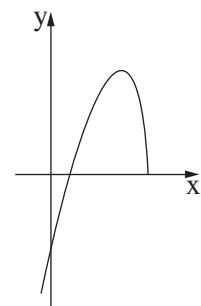
IV



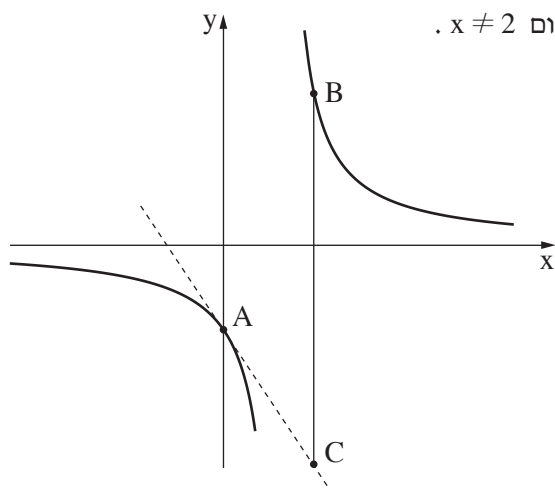
III



II



I



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{x-2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 2$.

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5 .

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 6$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, בתחום $x > 2$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה- y .

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

בהצלחה!