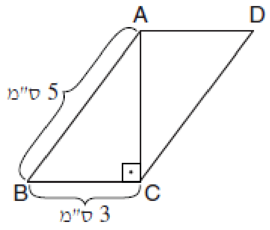
הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

.1 עלינו למצוא את שטח המקבילית שבסרטוט:



כדי למצוא שטח מקבילית עלינו לכפול את אורך אחת מצלעותיה בגובה לאותה צלע. לפיכך, שטח המקבילית שווה למכפלת BC ב-AC. כיוון ש-AC הוא ניצב במשולש ישר זווית ABC שאחד הניצבים שלו שווה ל-3 ס"מ, והיתר שלו שווה ל-5 ס"מ, נקבע כי הוא שווה ל-4 ס"מ.

לפיכך שטח המקבילית הוא $12\ (=3\cdot 4)$ סמ"ר.

תשובה (2).

.2 נשאלנו כמה סטודנטים בקבוצה של 40 סטודנטים **אינם** מרכיבים משקפיים **ואינם** בעלי שֵׂער ארוך, אם ידוע כי 10 מהם מרכיבים משקפיים (ו-30 מהם אינם מרכיבים משקפיים) ו-20 מהם בעלי שֵׂער ארוך (ו-20 מהם אינם בעלי שיער ארוך), וכי בדיוק **מחצית** ממרכיבי המשקפיים הם בעלי שֵׂער ארוך (כלומר, שיש 5 מרכיבי משקפיים בעלי שיער ארוך).

נסדר את נתוני השאלה בטבלה:

	מרכיבים משקפיים	**אינם מרכיבים משקפיים**	**סה"כ**
בעלי שער ארוך	**5**		**20**
אינם בעלי שער ארוך			**20**
סה"כ	**10**	**30**	**40**

ניתן לראות כי יש בקבוצה 10 סטודנטים שמרכיבים משקפיים, מהם 5 בעלי שיער ארוך (מחצית ממרכיבי המשקפיים). מכאן שיש בקבוצה $5\ (=10-5)$ מרכיבי משקפיים שאינם בעלי שיער ארוך.

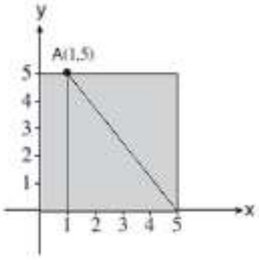
אם יש בקבוצה בסה"כ 20 סטודנטים ש**אינם** בעלי שיער ארוך, ו-5 מהם מרכיבים משקפיים, אזי 15 $(=20-5)$ מהם **אינם** מרכיבים משקפיים.

לפיכך, יש בקבוצה 15 סטודנטים ש**אינם** בעלי שיער ארוך **ואינם** מרכיבים משקפיים.

תשובה (3).

---

3. נתבקשנו לקבוע מהם שיעורי הנקודה המצויה על היקף הריבוע הכהה שמרחקה מהנקודה A הוא הגדול ביותר.



נסתכל על המלבן הימני שנוצר מהורדת אנך מנקודה A לעבר נקודה (1,0) על ציר ה-x. אנחנו יודעים כי האלכסון הוא הישר הארוך ביותר במלבן, ולכן נוכל לקבוע כי נקודה (5,0) היא הנקודה המצויה על היקף הריבוע הכהה שמרחקה מנקודה A הוא הגדול ביותר.

תשובה (3).

---

4. לפנינו שאלת הספק. נתון שצינור א מזרים מים לבריכה וממלא אותה ב-4 שעות, ושצינור ב מזרים מים מהבריכה החוצה ומרוקן אותה ב-8 שעות, ושואלים אותנו כמה זמן ייקח למלא בריכה ריקה אם פותחים את שני הצינורות בו זמנית.

תחילה נמצא את הקצב המשותף של שני הצינורות. נעשה זאת דרך השוואת זמנים.

צינור ב מרוקן בריכה ב-8 שעות. אם צינור א ממלא בריכה ב-4 שעות, הרי שימלא 2 בריכות ב-8 שעות.

אם ב-8 שעות שבהן הצינורות מזרימים יחד מים, צינור אחד ימלא 2 בריכות, וצינור נוסף ירוקן בריכה אחת, אז בתום 8 שעות תתמלא בדיוק בריכה אחת.

תשובה (2).

---

5. עלינו למצוא איזה מהשוויונות שבתשובות ייתכן, בהינתן אי-השוויון: $2x+4y<-5$.

מכיוון שבכל השוויונות שבתשובות בודדו את x, נבודד אותו באי-השוויון הנתון. נקבל:

$$\left(2x+4y<-5 \Rightarrow 2x<-4y-5 \Rightarrow\right) x<-2y-2\frac{1}{2}$$.

מצאנו את תחום ההגדרה של x. כעת ניגש לתשובות המוצעות ונבדוק איזה מה-x-ים המופיעים בהן נמצא בו.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $x=-2y-1$ באי-השוויון ונקבל: $\left(-2y-1<-2y-2\frac{1}{2} \Rightarrow\right) -1<-2\frac{1}{2}$. זהו פסוק שקר, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $x=-2y+2$ באי-השוויון ונקבל: $\left(-2y+2<-2y-2\frac{1}{2} \Rightarrow\right) 2<-2\frac{1}{2}$. זהו פסוק שקר, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $x=-2y-3$ באי-השוויון ונקבל: $\left(-2y-3<-2y-2\frac{1}{2} \Rightarrow\right) -3<-2\frac{1}{2}$. זהו פסוק אמת, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

6. עלינו למצוא את ערכו של a, בהינתן המשוואה $2a \cdot b - 10b = 2a - 10$.

נבודד את a ונמצא את ערכו:

תחילה נעביר את כל ה-aים לצד שמאל של המשוואה ואת כל ה-bים לצד ימין שלה. נקבל: $2a \cdot b - 2a = -10 + 10b$.

נוציא גורם משותף 2a מצד שמאל של המשוואה וגורם משותף 10 מצד ימין של המשוואה ונקבל: $2a \cdot (b-1) = 10 \cdot (b-1)$.

נותר לנו לחלק את שני צדי המשוואה ב- $2 \cdot (b-1)$, ונקבל: $a = 5$ $\left(\frac{2a \cdot (b-1)}{2 \cdot (b-1)} = \frac{10 \cdot (b-1)}{2 \cdot (b-1)} \Rightarrow\right)$.

תשובה (3).

---

7. עלינו למצוא את גילו של האב במשפחה שבה יש אב, אם וארבעה ילדים.

דרך א׳: בניית משוואה

נתון כי הילד הבכור בן 15 וכי הילד הצעיר ביותר בן 9, וכמו כן נתון שהילדים נולדו בהפרשים שווים זה מזה. מכאן שגילאי הילדים הנוספים הם 11 ו-13.

גילו של האב אותו צריך למצוא יוגדר באמצעות x, והאם המבוגרת ממנו בשנתיים תהיה בת $(x + 2)$.

כעת נותר לנו להשתמש בנתון לפיו **ממוצע** הגילים של ההורים שווה ל**סכום** הגילים של הילדים ולבנות בעזרתו את המשוואה: $\frac{x + (x+2)}{2} = 9 + 11 + 13 + 15$.

נבודד את x ונגלה כי $x = 47$ $\left(\frac{2x+2}{2} = 48 \Rightarrow \frac{\cancel{2}(x+1)}{\cancel{2}} = 48 \Rightarrow x + 1 = 48 \Rightarrow\right)$. כלומר, גילו של האב בן 47.

דרך ב׳: בדיקת התשובות המוצעות

מצאנו שסכום גילי ארבעת הילדים הוא 48.

<u>תשובה (1)</u>: אם האב בן 44 אזי האם המבוגרת ממנו בשנתיים תהיה בת 46. ממוצע הגילים של השניים יהיה שווה ל- 45 $\left(= \frac{44 + 46}{2}\right)$. זה לא מתאים לסכום הגילים של ארבעת הילדים, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: אם האב בן 47 אזי האם המבוגרת ממנו בשנתיים תהיה בת 49. ממוצע הגילים של השניים יהיה שווה ל- $48 = \frac{47 + 49}{2}$, וזה מתאים בדיוק לסכום הגילים של ארבעת הילדים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 8-12)

8. נשאלנו באיזו מהשנים היה היחס בין מספר המכוניות הפרטיות למספר האוטובוסים הרגילים **הגדול** ביותר.

היחס בין מספר המכוניות הפרטיות למספר האוטובוסים הרגילים בשנה מסוימת יהיה **גדול** יותר ככל שמספר המכוניות הפרטיות (המונה) יהיה גדול יותר, וככל שמספר האוטובוסים הרגילים (המכנה) יהיה קטן יותר.

מהתרשים עולה כי בשנת 2017 היו בתל אביב 131,950 מכוניות פרטיות ו-6,250 אוטובוסים רגילים, בשנת 2018 היו בתל אביב 135,700 מכוניות פרטיות ו-6,200 אוטובוסים רגילים, בשנת 2019 היו בתל אביב 142,400 מכוניות פרטיות ו-6,200 אוטובוסים רגילים, ובשנת 2020 היו בתל אביב 157,100 מכוניות פרטיות ו-6,000 אוטובוסים רגילים.

גם מבלי לחשב את היחס בכל אחת מהשנים בנפרד, ניתן לראות כי ביחס לשאר השנים שבתשובות, בשנת 2020 היו בתל אביב הכי הרבה מכוניות פרטיות, והכי מעט אוטובוסים רגילים. מכאן שהיחס בין מספר המכוניות הפרטיות למספר האוטובוסים הרגילים בשנה זו הוא **הגדול** ביותר.

תשובה (4).

---

9. נשאלנו איזה מהתרשימים שבתשובות יכול לייצג את השינויים במספר המשאיות ובמספר המכוניות הפרטיות בתל אביב בשנים 2015-2020.

נסתכל על העמודות הרלוונטיות בטבלה:

סוג הרכב / שנה	מכונית פרטית	משאית
2015	124,500	51,550
2016	128,900	52,250
2017	131,950	50,600
2018	135,700	47,650
2019	142,400	44,600
2020	157,100	44,800

ניתן לראות כי מספר המשאיות עלה באופן חד פעמי בשנת 2016, חווה ירידה מתמשכת בכל אחת מהשנים 2017 עד 2019, ואז נותר ללא שינוי בשנת 2020. העקומות המייצגות את מספר המשאיות בתשובות (3) ו-(4) אינן מתאימות לשינויים אלו, ולכן הן נפסלות.

כדי להכריע בין תשובות (1) ל-(2) מספיק לראות כי מספר המכוניות לאורך כל השנים המתוארות בטבלה גדול משמעותית ממספר המשאיות באותן שנים. לכן העקומה המייצגת את מספר המכוניות הפרטיות חייבת להיות מעל העקומה המייצגת את מספר המשאיות לאורך כל התרשים. תשובה (2) נפסלת.

תשובה (1).

---

10. נשאלנו מה היה **בקירוב** אחוז האופנועים מסך כלי הרכב בתל אביב בשנת 2015.

ניתן לראות בטבלה כי בשנת 2015 היו בסך הכול 15,000 אופנועים מתוך 202,100 כלי רכב.

כלומר, חלקם היחסי **בקירוב** של האופנועים מתוך סך כל כלי הרכב בשנה זו באחוזים הוא

$$\left(\frac{15,000}{202,100}\cdot 100 \simeq \frac{15,000}{200,000}\cdot 100 = \frac{3}{4\cancel{0}}\cdot 10\cancel{0} = \frac{30}{4} = \right) 7.5\%$$

תשובה (2).

.11 נשאלנו כמה נוסעים בממוצע נסעו בשבוע בכל אוטובוס זעיר בשנת 2019, אם ידוע כי סך כל הנוסעים שנסעו באוטובוסים זעירים בתל אביב בשנה זו הוא 52 מיליון.

ניתן לראות בטבלה כי בשנת 2019 היו בתל אביב 2,000 אוטובוסים זעירים בסך הכול.

כדי למצוא את ממוצע הנוסעים השבועי **בכל האוטובוסים הזעירים יחד** בשנת 2019 יש לחלק את מספר הנוסעים הכולל באוטובוסים זעירים באותה שנה במספר השבועות (52 שבועות). נחשב אותו ונראה כי הוא שווה ל- $1,000,000 = \left(\frac{52,000,000}{52}\right)$.

כעת נחלק את ממוצע הנוסעים השבועי בכל האוטובוסים הזעירים יחד בשנת 2019 במספר האוטובוסים הזעירים באותה שנה, ונקבל שממוצע הנוסעים בכל שבוע **באוטובוס זעיר אחד** באותה שנה שווה ל- $500 = \left(\frac{1,\cancel{000},\cancel{000}}{2,\cancel{000}}\right)$.

תשובה (3).

.12 שואלים אותנו מהו טווח הערכים האפשרי עבור מכוניות **פרטיות** אדומות בתל אביב בשנת 2016, אם ידוע כי $\frac{1}{8}$ מסך כלי הרכב הממונעים בתל אביב בשנה זו היו אדומים.

תחילה נחשב כמה כלי רכב ממונעים אדומים היו בתל אביב בשנת 2016.

ניתן לראות בטבלה כי בשנה זו היו 208,000 רכבים ממונעים בתל אביב בסך הכול.

נתון ש- $\frac{1}{8}$ מהם אדומים, ולכן נקבע כי בשנת 2016 היו בתל אביב בסך הכול $26,000 = \left(\frac{1}{8} \cdot 208,000\right)$ כלי רכב ממונעים אדומים.

כעת נחשב את טווח הערכים האפשרי עבור מכוניות פרטיות אדומות בתל אביב בשנת 2016.

ניתן לראות כי בשנה זו היו 128,900 מכוניות פרטיות בתל אביב. ייתכן וכל 26,000 כלי הרכב הממונעים היו מכוניות פרטיות, ולכן המספר המקסימלי עבור מכוניות פרטיות אדומות בתל אביב בשנת 2016 הוא 26,000. מנגד, ייתכן וכל 26,000 כלי הרכב הממונעים אינם מכוניות פרטיות, ואז מספרן של המכוניות הפרטיות האדומות יהיה 0.

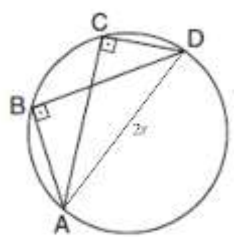
כלומר, טווח הערכים בעבור מכוניות פרטיות אדומות בתל אביב בשנת 2016 הוא בין 0 ל-26,000 (כולל 0 ו-26,000).

תשובה (4).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

.13 עלינו להביע את ערכו של הביטוי $AB^2 + BD^2 + AC^2 + CD^2$ באמצעות רדיוס המעגל שבסרטוט.

$\sphericalangle ACD$ ו- $\sphericalangle ABD$ הן זוויות היקפיות השוות ל- 90°. מכאן שהן מונחות על קוטר. כלומר, AD הוא קוטר במעגל והוא שווה ל-2r.



כעת נתמקד בשני המשולשים שבסרטוט: ABD ו-ACD. כיוון שהם משולשים ישרי זווית, הם מקיימים את משפט פיתגורס. כלומר $AB^2+BD^2=AD^2$ ו- $AC^2+CD^2=AD^2$.

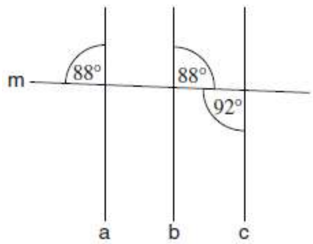
מכיוון שכבר הסקנו ש-AD הוא קוטר במעגל, נקבע כי AD^2 שווה ל- $4r^2\left(=(2r)^2\right)$.

אם כך, $AB^2+BD^2=4r^2$ ו- $AC^2+CD^2=4r^2$, והביטוי $AB^2+BD^2+AC^2+CD^2$ שווה ל- $8r^2\left(=4r^2+4r^2\right)$.

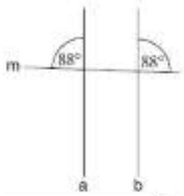
הערה: ברגע שהסקנו ש-AD הוא קוטר במעגל, ניתן היה להשתמש גם בהצבת דוגמה מספרית ולפסול בעזרתה שלוש תשובות. למשל, נניח שרדיוס המעגל שווה ל-5 ס״מ. קוטר המעגל יהיה שווה ל-10 ס״מ, AB יהיה שווה ל-6 ס״מ ו-BD ל-8 ס״מ, ובאותו אופן גם CD יהיה שווה ל-6 ס״מ ו-AC ל-8 ס״מ (אלו אורכים שידוע לנו שמקיימים משולש ישר זווית, ולכן ניתן להציבם). הביטוי יהיה שווה ל- $200\left(=6^2+8^2+6^2+8^2=36+64+36+64\right)$. נותר לנו להציב $r=5$ בתשובות, ולפסול תשובות שערכן המספרי שונה מ-200. תשובות (1) עד (3) נפסלות, ולכן התשובה הנותרת בהכרח נכונה.

תשובה (4).

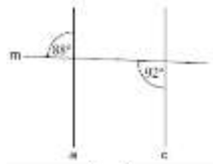
.14 עלינו למצוא איזה מבין הישרים a, b ו-c מקבילים.



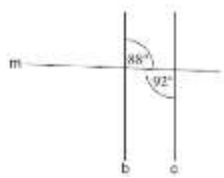
נבדוק את כל זוגות הישרים בהתאם לתשובות:



<u>תשובה (1)</u>: אם הישרים a ו-b היו מקבילים, אז שתי הזוויות המתוארות בסרטוט זה היו צריכות להשלים אחת את השנייה ל- 180°. $88^\circ+88^\circ\neq180^\circ$ ולכן נקבע כי הם **אינם** מקבילים.



<u>תשובה (2)</u>: אם הישרים a ו-c היו מקבילים, אז שתי הזוויות המתוארות בסרטוט זה היו צריכות להשלים אחת את השנייה ל- 180°. $88^\circ+92^\circ=180^\circ$ ולכן נקבע כי הם מקבילים. זו התשובה הנכונה.



למען שלמות ההסבר נבדוק גם את תשובה (3):

<u>תשובה (3)</u>: אם הישרים b ו-c היו מקבילים, אז שתי הזוויות המתוארות בסרטוט זה היו צריכות להיות שוות זו לזו. $88^\circ\neq92^\circ$ ולכן נקבע כי הם **אינם** מקבילים.

תשובה (2).

.15 לפנינו שאלת יחסים. עלינו למצוא איזה חלק של אסם **ג** התמלא בהתאם לנתוני השאלה.

מכיוון שאין בשאלה נתונים ממשיים, ניעזר בדוגמה מספרית נוחה כדי לפתור אותה.

נתון שהקיבולת של אסם **א** גדולה פי 2 מזו של אסם **ב**, והקיבולת של אסם **ג** שווה לקיבולת של אסמים **א** ו-**ב** יחדיו. בהתאם לנתון זה נקבע כי אסם **ב** יכול להכיל 3 ק״מ, אסם **א** יכול להכיל $6=(2\cdot3)$ ק״ג, ואסם **ג** יכול להכיל $9=(6+3)$ ק״ג.

ביום כלשהו היו אסמים **א** ו-**ב** מלאים, ואילו אסם **ג** היה ריק. לפיכך, באסם **א** היו 6 ק״ג, באסם **ב** היו 3 ק״ג, ובאסם ג היו 0 ק״ג. מעבירים $\frac{1}{2}$ מכמות החיטה באסם **א** (3 ק״ג), ו- $\frac{1}{3}$ מכמות החיטה באסם **ב** (1 ק״ג) לאסם **ג**, כך שכעת יש בו $4\left(=1+3\right)$ ק״ג.

אם אסם **ג** יכול להכיל עד 9 ק״ג, ויש בו 4 ק״ג, הרי ש- $\frac{4}{9}$ ממנו התמלאו.

תשובה (4).

---

16. עלינו למצוא בכמה דרכים יוכל דניאל להרכיב חבילת הפתעה שמחירה 21 שקלים, אם ידוע כי היא מכילה 3 סוגי ממתקים: מסטיק שמחירו 1 ש״ח, סוכריה שמחירה 2 שקלים, וחפיסת שוקולד שמחירה 11 שקלים, וכי בחבילה חייב להיות לפחות ממתק אחד מכל סוג.

מסטיק, סוכריה וחפיסת שוקולד עולים יחד $14 = \left(1+2+11\right)$ שקלים והם **בהכרח** חלק מכל חבילה שירכיב. נבדוק כמה אפשריות שונות קיימות לרכישת ממתקים ב- $7 = \left(21-14\right)$ השקלים הנותרים.

מכיוון שמספר האפשרויות מצומצם, נפרוט אותן באופן שיטתי.

ב-7 שקלים ניתן לרכוש 7 מסטיקים, סוכרייה אחת ו-5 מסטיקים, שתי סוכריות ו-3 מסטיקים, או שלוש סוכריות ומסטיק אחד. כלומר, יש בסך הכול 4 דרכים אפשריות להרכבת חבילת הפתעה.

תשובה (4).

---

17. עלינו לחשב את הממוצע של !8 ו-!10.

תחילה נמיר את המלל באמצעות נוסחת הממוצע ונקבל את הביטוי: $\frac{8!+10!}{2}$.

נפשט אותו עד שנגיע לאחד הביטויים שבתשובות.

$10! = 8!\cdot 9\cdot 10$ ולפיכך ניתן להציג את הביטוי גם כך: $\frac{8!+8!\cdot 9\cdot 10}{2}$.

נוציא גורם משותף !8 במונה, ונקבל: $\left(\frac{8!\cdot\left(1+9\cdot 10\right)}{2} = \frac{8!\cdot 91}{2}\right)$.

תשובה (4).

---

18. עלינו למצוא איזו מהטענות שבתשובות נכונות **בהכרח**, אם ידוע כי x הוא מספר המתחלק ב-6 אך שונה ממנו.

דרך א׳: אלגברה

x הוא מספר המתחלק ב-6 אך שונה מ-6, ולכן ניתן להציגו גם כ-6a, כאשר a הוא מספר שלם שונה מ-1. נחליף את x ב-6a בכל אחת מהתשובות, ונבדוק אותן:

<u>תשובה (1)</u>: $\left(6a+1\right)$. 6a הוא בהכרח מספר זוגי, ולכן $\left(6a+1\right)$ הוא אי-זוגי. לפיכך הביטוי בהכרח **אינו** מתחלק ב-2. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $\left(\left(6a\right)^2-9\right)$. נפשט את הביטוי ונקבל כי הוא שווה ל- $\left(36a^2-9\right)$, ולאחר הוצאת גורם משותף, נקבל כי הוא שווה ל- $9\cdot\left(a^2-1\right)$. ביטוי זה בהכרח מתחלק ב-9, אך לא ניתן לקבוע בוודאות כי הוא מתחלק גם ב-5. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $\left(6a-4\right)$. נוציא גורם משותף, ונקבל כי הביטוי שווה ל- $2\cdot\left(3a-2\right)$. ביטוי זה בהכרח מתחלק ב-2, אך לא ניתן לקבוע בוודאות כי הוא מתחלק ב-4. התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק גם אותה:

<u>תשובה (4)</u>: $(6a)^2$. נפשט את הביטוי, ונקבל כי הוא שווה ל- $36a^2$, או לחלופין ל- $4 \cdot 9 \cdot a^2$ ביטוי זה **בהכרח מתחלק ב-4** (וגם ב-9), ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב בביטויים שבתשובות xים המקיימים את נתוני השאלה, וננסה לפסול בעזרתם שלוש תשובות. התשובה הנותרת תהיה בהכרח נכונה.

תחילה נניח ש-x שווה ל-12.

<u>תשובה (1)</u>: 13 אינו מתחלק ב-2, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $135\left(=144-9=12^2-9\right)$ מתחלק ב-5, ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $8\left(=12-4\right)$ מתחלק ב-4, ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $144\left(=12^2\right)$ מתחלק ב-4, ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

נותרנו עם שלוש תשובות, ולכן נאלץ לבצע הצבה נוספת. הפעם נציב $x=18$.

<u>תשובה (2)</u>: $315\left(=324-9=18^2-9\right)$ מתחלק ב-5, ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $14\left(=18-4\right)$ אינו מתחלק ב-4, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $324\left(=18^2\right)$ מתחלק ב-4 (320 מתחלק ב-4 וגם 4 מתחלק ב-4), ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

נותרנו עם שתי תשובות. נבצע הצבה חכמה כדי לפסול אחת מהן.

<u>תשובה (2)</u>: כדי להוכיח שהביטוי אינו בהכרח מתחלק ב-5, עלינו להראות שספרת האחדות שלו יכולה להיות שונה מ-0 או 5. אם נציב למשל $x=24$ אז ספרת האחדות של 24^2 תהיה 6, ואם נחסר 9 נקבל שספרת האחדות של התרגיל היא 7. הוכחנו שהביטוי אינו בהכרח מתחלק ב-5, ולכן התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות ולכן התשובה הנותרת בהכרח נכונה.

תשובה (4).

---

19. עלינו למצוא את אורך המקצוע של פירמידה שבסיסה ריבוע ופאותיה משולשים שווי-צלעות, אם ידוע כי שטח הפנים שלה הוא $1+\sqrt{3}$ סמ"ר.

שטח פנים של צורה תלת-ממדית שווה לסכום שטחי הפאות שלה. במקרה זה שטח הפנים של הפירמידה שווה לשטח בסיס הפירמידה שצורתו ריבוע, ושטח ארבעה משולשים שווי-צלעות זהים, שאורך צלעם שווה לצלע הריבוע.

נגדיר את אורך מקצוע הפירמידה עליו נשאלנו באמצעות x. שטח הריבוע יהיה שווה ל-x, ושטח כל אחד מהמשולשים שווי הצלעות יהיה שווה ל- $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

שטח הפנים של הפירמידה יהיה שווה ל- $x^2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)\left(=x^2+\cancel{4}\cdot\frac{x^2\sqrt{3}}{\cancel{4}}\right)$.

נשווה את שטח הפנים של הפירמידה שהבענו באמצעות x, לשטח הפנים הנתון, $1+\sqrt{3}$ סמ"ר, ונחלץ את x. נקבל כי הוא שווה ל-1 ס"מ.

תשובה (1).

---

20. נתונה פעולה מומצאת חדשה המוגדרת עבור כל x חיובי באופן הבא: $\$(x)=(x+1)^2$, ומבקשים שנמצא את הפעולה ההפוכה לפעולה זו. כלומר, פעולה שאם נבצע אותה על תוצאת הפעולה $\$(x)$, נקבל שוב את x.

דרך א': הבנה אלגברית

הפעולה $\$(x)$ קובעת כי יש להוסיף ל-x את הערך 1, ואז להעלות את התוצאה בריבוע. לכן, כדי לחזור לערך x יש להוציא שורש לתוצאה שהתקבלה, ואז לחסר ממנה את הערך 1.

זו בדיוק הפעולה המוצעת ב<u>תשובה (4)</u> לפיה: $\#(y)=\sqrt{y}-1$.

דרך ב': אלגברה

נציב $(x+1)^2$ במקום y בתשובות המוצעות, ונראה מתי התוצאה שמתקבלת שווה ל-x.

<u>תשובה (1)</u>: נקבל: $\frac{1}{\sqrt{x^2+2x}}\left(=\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+1-1}}=\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2-1}}\right)$. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נקבל: $\frac{1}{x}\left(=\frac{1}{(x+1)-1}=\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2}-1}\right)$. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נקבל: $\sqrt{x^2+2x}\left(=\sqrt{x^2+2x+1-1}=\sqrt{(x+1)^2-1}\right)$. התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק גם אותה:

<u>תשובה (4)</u>: נקבל: $x\left(=(x+1)-1=\sqrt{(x+1)^2}-1\right)$. זו התשובה הנכונה.

דרך ג': הצבת דוגמה מספרית

תחילה נציב ערך נח כלשהו בעבור x בפעולה המקורית $\$(x)=(x+1)^2$, נניח $x=2$, ונקבל כי תוצאת הפעולה שווה ל- $9\left(=3^2=(2+1)^2\right)$.

כעת נציב את התוצאה שקיבלנו (9) בפעולות שבתשובות המוצעות, ונפסול תשובות בהן תוצאת הפעולה שונה מה-x המקורי שהצבנו, כלומר מ-2.

<u>תשובה (1)</u>: נקבל $\frac{1}{\sqrt{8}}\left(=\frac{1}{\sqrt{9-1}}\right)$. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נקבל $\frac{1}{2}\left(=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{\sqrt{9}-1}\right)$. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נקבל $\sqrt{8}\left(=\sqrt{9-1}\right)$. התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק גם אותה:

<u>תשובה (4)</u>: נקבל $2\left(=3-1=\sqrt{9}-1\right)$. מתאים.

תשובה (4).