הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. עלינו למצוא כמה תפוחים קטף אסף ב-3 השעות הראשונות של יום עבודה, אם ידוע כי בשעה הראשונה הוא קטף 1,000 תפוחים, ובכל שעה נוספת הוא קטף מספר תפוחים הקטן ב-10% ממספר התפוחים שקטף בשעה שקדמה לה.

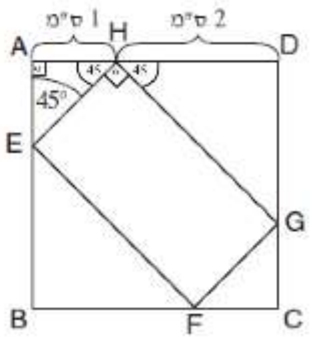
בשעה הראשונה אסף קטף 1,000 תפוחים. בשעה השנייה הוא קטף $100\left(=1,000\cdot\frac{10}{100}\right)$ תפוחים פחות מבשעה הראשונה, כלומר $900\left(=1,000-100\right)$ תפוחים. בשעה השלישית הוא קטף $90\left(=900\cdot\frac{10}{100}\right)$ תפוחים פחות מבשעה השנייה, כלומר $810\left(=900-90\right)$ תפוחים.

בסך הכול קטף אסף $2,710\left(=1,000+900+810\right)$ תפוחים במהלך 3 השעות הראשונות של יום העבודה.

תשובה (4).

---

2. עלינו למצוא את היקפו של מלבן החסום בתוך ריבוע המתואר בסרטוט.



כדי למצוא את היקף המלבן עלינו למצוא תחילה את אורכו ורוחבו.

משולש EAH הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים. נתון שאחד הניצבים במשולש (AH) שווה ל-1 ס״מ, ולכן נקבע שהיתר במשולש (AH) שווה ל- $\sqrt{2}$ ס״מ. זהו גם רוחב המלבן.

באותו אופן, גם משולש HDG הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים. נתון שאחד הניצבים במשולש (HD) שווה ל-2 ס״מ, ולכן נקבע שהיתר במשולש (HG) שווה ל- $2\sqrt{2}$ ס״מ. זהו גם אורך המלבן.

היקף המלבן שווה לסכום של פעמיים אורכו ופעמיים רוחבו, כלומר ל- $6\sqrt{2}\left(=2\cdot\sqrt{2}+2\cdot2\sqrt{2}\right)$ ס״מ.

תשובה (1).

---

3. נתונים שני משולשים בעלי זוויות זהות. עלינו למצוא את צלע DF במשולש DEF אם ידוע כי שטחו של DEF גדול פי 9 משטחו של ABC.

מכיוון שזוויות המשולשים זהות, ניתן לקבוע כי הם משולשים דומים. לפיכך, יחס שטחי המשולשים שווה לריבוע יחס הצלעות שלהם. כלומר, אם שטחו של משולש DEF גדול פי 9 משטחו של ABC, הרי שצלע במשולש DEF תהיה גדולה פי $3\left(=\sqrt{9}\right)$ מהצלע המתאימה לה במשולש ABC.

הצלע המתאימה ל-DF במשולש ABC היא צלע AC, ונתון שאורכה שווה ל-2 ס״מ. מכאן שצלע DF תהיה שווה ל- $6\left(=2\cdot3\right)$ ס״מ.

תשובה (3).

---

4. נשאלנו איזה מהמספרים שבתשובות **אינו בהכרח** מחלק של n, אם ידוע כי n הוא מספר שלם המתחלק ב- 3^6 ללא שארית.

נבדוק את התשובות המוצעות באופן הבא – תחילה נציב את המספר המינימלי המתחלק ב- 3^6 במקום n, כלומר נציב $n = 3^6$.

כעת נפרק כל אחד מהמספרים שבתשובות לגורמים ראשוניים, ונבדוק האם כולם מופיעים גם ב- 3^6 . אם כן, אז 3^6 בהכרח מתחלק במספר, ואם לא, אז הוא בהכרח אינו מתחלק בו.

<u>תשובה (1)</u>: נציג את המספר 6 כמכפלה של מספרים ראשוניים ונקבל: $2 \cdot 3$. מכיוון שהגורם הראשוני 2 אינו מופיע ב- 3^6 נקבע כי 6 אינו בהכרח מחלק של n. זו התשובה הנכונה.

למען שלמות ההסבר נבדוק גם את שאר התשובות. $27 = 3^3$, $81 = 3^4$ ו- $243 = 3^5$. הגורם הראשוני 3 מופיע ב- 3^6 שש פעמים, ובכל אחד מהמספרים שבתשובות (2) עד (4) פחות משש פעמים. לכן כל אחד מהם הוא **בוודאות** מחלק של n.

תשובה (1).

---

5. נשאלנו מה נכון **בהכרח** בנוגע לערך הביטוי $\frac{|x|}{x}$, בהינתן ש- $x \neq 0$.

נבדוק שני מקרים אפשריים בעבור הביטוי: כאשר x **חיובי** וכאשר הוא **שלילי**. לשם כך, ניעזר בהצבת דוגמאות מספריות מהראש.

אם x שווה למספר חיובי, למשל 2, אז הביטוי יהיה שווה ל- 1 $\left(\frac{|2|}{2} = \frac{2}{2} = \right)$, ואם x שווה למספר שלילי, למשל (-2) אז הביטוי יהיה שווה ל- -1 $\left(\frac{|-2|}{-2} = \frac{2}{-2} = \right)$.

אם נציב מספרים נוספים בעבור x נגלה כי כל עוד נציב עבורו מספרים חיוביים תוצאת הביטוי תמיד תהיה שווה ל-1, וכל עוד נציב עבורו מספרים שליליים תוצאת הביטוי תמיד תהיה שווה ל-(1-).

כעת נבדוק את התשובות המוצעות ונחפש איזו טענה נכונה **בהכרח** בנוגע לביטוי:

<u>תשובה (1)</u>: ראינו כי במקרה שבו x שלילי, ערכו של הביטוי **אינו שווה ל-1**, ולכן התשובה נפסלת.

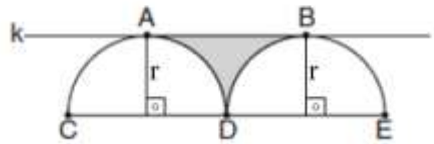
<u>תשובה (2)</u>: ראינו כי כאשר x שווה ל-2 הביטוי **אינו שווה ל-x** (כלומר ל-2), אלא ל-1. לכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: ראינו שכאשר הצבנו x הוא חיובי קיבלנו מספר חיובי (1) וכאשר הצבנו x שלילי קיבלנו מספר שלילי (1-). הטענה בהכרח נכונה, וזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

6. נדרשנו למצוא את גודלו (בסמ"ר) של שטח כהה הכלוא בין שני חצאי מעגלים זהים והישר k המשיק להם. מכיוון שמדובר בשטח של צורה לא מוכרת, נמצא אותה על ידי חיבור או חיסור שטחים של צורות מוכרות שאת שטחן ניתן למצוא.



תחילה נעביר בניית עזר רדיוסים ממרכזי המעגלים על נקודות ההשקה שלהם עם הישר k, ונסמן כי הזוויות בין אותם רדיוסים לישר שוות ל- 90° .

ניתן לראות כי נוצר לנו מלבן שהאורך שלו והרוחב שלו שווים ל-2r ס"מ, ול-r ס"מ בהתאמה (יש לו שני זוגות של צלעות נגדיות שוות, וזוג זוויות סמוכות השוות ל- 90°). שטחו של המלבן יהיה שווה ל-

$\left(r \cdot 2r = 2r^2\right)$ סמ"ר, וכדי למצוא את השטח הכהה עלינו לחסר משטחו את שטחם של שני רבעי המעגלים. שטחו של רבע מעגל שרדיוסו r ס"מ שווה ל- $\frac{1}{4} \cdot \pi r^2$ סמ"ר, ולכן השטח המשותף לשני רבעי המעגלים שווה ל- $\frac{1}{2} \cdot \pi r^2 \left(= 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi r^2\right)$ סמ"ר.

השטח הכהה יהיה שווה ל- $r^2\left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \left(= 2r^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi r^2\right)$ סמ"ר.

תשובה (1).

---

7. לפנינו ביטוי אלגברי המכיל חזקות ושורשים, אותו עלינו לפשט. מהתשובות ניתן להסיק כי יש להגיע לחזקה שבסיסה x, ולכן תחילה עלינו להיפטר מהשורש המופיע במונה. ניעזר בחוק לפיו $\left(\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}\right)$

ונציג את הביטוי כך: $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{-2}}$. כעת ניעזר בחוק לפיו $\left(\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}\right)$, ונקבל שהביטוי שווה ל-

$x^{2\frac{1}{2}} \left(= x^{2+\frac{1}{2}} = x^{2-\left(-\frac{1}{2}\right)}\right)$.

נותר לנו להמיר את מעריך החזקה שקיבלנו לשבר עשרוני, ונקבל: $x^{2.5} \left(= x^{2\frac{1}{2}}\right)$.

תשובה (3).

---

8. שואלים אותנו איזו מהטענות שבתשובות לגבי a נכונה, בהינתן המשוואה:

$a^2 + b = (a-b)(a+b) + 13$.

תחילה נפשט את המשוואה – נתחיל מהביטוי בצד ימין שלה.

ניעזר בנוסחת הכפל המקוצר השלישית לפיה $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, ונציג את המשוואה כך:

$a^2 + b = a^2 - b^2 + 13$.

אם נחסר a^2 משני צדי המשוואה נקבל את המשוואה $b = -b^2 + 13$ **שאינה תלויה ב-a** (a אינו מופיע בה כלל). לפיכך, a יכול להיות כל מספר.

תשובה (4).

---

9. עלינו למצוא כמה ילדים יש ליניב.

דרך א': בניית משוואה

נגדיר את מספר הילדים עליו נשאלנו באמצעות x. מהנתון לפיו אם נחלק את מספר הזיתים שווה בשווה בין כל הילדים כל אחד מהם יקבל 7 זיתים, ניתן להציג את מספר הזיתים הכולל באמצעות הביטוי 7x. מהנתון לפיו אם יאכל 2 זיתים ואת שאר הזיתים יחלק שווה בשווה בכל ילדיו מלבד אחד כל אחד מהם יקבל 8 זיתים, ניתן להציג את מספר הזיתים הכולל באמצעות הביטוי $8(x-1) + 2$.

נותר לנו לבנות משוואה לפיה: $7x = 8(x-1) + 2$ ולחלץ ממנה את x. נקבל ש- $x = 6$

$\left(7x = 8(x-1) + 2 \Rightarrow 7x = 8x - 8 + 2 \Rightarrow\right)$. כלומר, מספר הילדים של יניב שווה ל-6.

דרך ב' : בדיקת התשובות המוצעות

תשובה (1) : 6 ילדים. נתון שאם היה מחלק את מספר הזיתים שברשותו בין כל ילדיו שווה בשווה, כל ילד היה מקבל 7 זיתים. לפיכך, אם יש לו 6 ילדים, הרי שנוכל לקבוע כי היו ברשותו $42\left(=7\cdot 6\right)$ זיתים. נבדוק אם מספר זה מתאים לשאר הנתונים בשאלה. אם הוא אוכל 2 זיתים, ואת השאר $40\left(=42-2\right)$ הוא מחלק שווה בשווה בין כל הילדים מלבד אחד, כלומר בין-$5\left(=6-1\right)$ ילדים, אז כל אחד מהם יקבל $8\left(=\frac{40}{5}\right)$ זיתים. זה מתאים בדיוק לנתוני השאלה, ולכן זו התשובה הנכונה.

אין צורך לבדוק גם את שאר התשובות.

תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 10-13)

10. נשאלנו באיזה יום בשבוע אימוני כוח **רגילים** אינם נכללים בתוכנית.

אימוני כוח רגילים מסומנים בתרשים באמצעות מלבן ריק. מבין הימים המתוארים בתרשים, רק ביום שני לא מופיע מלבן, ולכן זהו היום שבו אימוני כוח **רגילים** אינם נכללים בתוכנית.

הערה : ביום ראשון יש אימון כוח רגיל בין השעות 10:00 ל-11:30, ביום שלישי יש אימון כוח רגיל בין השעות 09:00 ל-10:00, וביום רביעי יש אימון כוח רגיל בין השעות 18:00 ל-20:00.

תשובה (2).

---

11. נשאלנו מהו הזמן הארוך ביותר בין שני אימונים רגילים הנערכים באותו יום בשבוע האימונים הראשון.

אימונים רגילים (בשונה מאימונים חלופיים) מסומנים בתרשים באמצעות צורות גיאומטריות ריקות. כלומר, עלינו למצוא בכל יום בתרשים את המרחק הגדול ביותר בין שתי צורות ריקות ולחשב אותו.

ניתן לראות שהמרחק הגדול ביותר בין שתי צורות ריקות ביום הראשון הוא בין אימון כוח רגיל (מסומן במלבן ריק) שמסתיים בשעה 11:30, לבין אימון שיווי משקל רגיל (מסומן באמצעות אליפסה ריקה) שמתחיל בשעה 19:00. לפיכך, משך הזמן הארוך ביותר בין שני אימונים ביום הראשון שווה ל- $7\frac{1}{2}$ שעות.

מכיוון שזהו פרק הזמן הארוך ביותר האפשרי מבין התשובות המוצעות, ניתן לסמן את תשובה (1) כבר בשלב זה, ולא לבדוק מהו משך הזמן הארוך ביותר בין שני אימונים רגילים בשאר ימי השבוע הראשון.

הערה : המספרים בתוך הצורות נוגעים לאימונים מהשבוע השני ואילך, ולכן אין צורך להתייחס אליהם בשאלה זו.

תשובה (1).

---

12. נתון שבמהלך שבוע האימונים **השלישי** ויתר אלון על האימון הנערך ביום ראשון ב-10:00 בבוקר, ובמקומו בחר באימון חלופי, ושואלים אותנו איזה ממשכי הזמן שבתשובות **אינו** יכול להיות משך האימון החלופי שבחר אלון.

ניתן לראות בתרשים שאלון ויתר על אימון כוח שהיה אמור להיערך ביום ראשון ב-10:00. נבדוק מה משכי הזמן של אימוני הכוח החלופיים המתוארים בתרשים (מסומנים באמצעות מלבנים מפוספסים).

בתרשים מופיעים שלושה מלבנים מפוספסים נוספים :

1. אימון כוח חלופי ביום שני בין השעות 13:30 ל-14:30. מכיוון שלא מופיע על המלבן מספר כלשהו, נסיק כי אימון זה לא התארך, ולכן משכו היה 60 דקות בדיוק בכל אחד מהשבועות של תוכנית האימונים. לפיכך, משך האימון החלופי שערך אלון יכול להיות 60 דקות, ולכן תשובה (1) נפסלת.
2. אימון כוח חלופי ביום שני בין השעות 18:00 ל-19:00. על המלבן מופיע המספר 10+ ולכן נסיק כי מדי שבוע האימון מתארך ב-10 דקות ביחס לשבוע הקודם. כלומר, בשבוע השני הוא ארך 60

דקות, בשבוע השלישי 70 דקות, ובשבוע הרביעי 80 דקות. לפיכך, משך האימון החלופי שערך אלון יכול להיות 80 דקות, ולכן תשובה (2) נפסלת.

3. אימון כוח חלופי ביום שלישי בין השעות 10:30 ל-12:00. מכיוון שלא מופיע על המלבן מספר כלשהו, נסיק כי אימון זה לא התארך, ולכן משכו היה 90 דקות בדיוק בכל אחד מהשבועות של תוכנית האימונים. לפיכך, משך האימון החלופי שערך אלון יכול להיות 90 דקות, ולכן תשובה (3) נפסלת.

תשובות (1) עד (3) נפסלות, ולכן נסמן את התשובה הנותרת.

תשובה (4).

---

13. נשאלנו באיזה שבוע אימונים יהיה בתוכנית אימון שיווי משקל שמסתיים **בדיוק כש**אימון סיבולת מתחיל.

אימון שיווי משקל מסומן בתרשים באמצעות אליפסה, ואימון סיבולת באמצעות משולש, ולכן עלינו לחפש בתרשים יום שבו מופיעה אליפסה ומיד לאחריה משולש.

ניתן לראות כי בשבוע הראשון של תוכנית האימונים התקיים ביום רביעי שיעור שיווי משקל חלופי בין השעות 14:00 ל-16:00, ולאחריו שיעור אימון סיבולת חלופי בין השעות 16:30 ל-17:30.

על האליפסה המתארת את אימון שיווי המשקל מופיע הסימן 5+ שקובע כי בכל שבוע מתארך האימון ב-5 דקות ביחס לשבוע הקודם, ולכן נקבע כי בשבוע השני יסתיים האימון ב-16:05, בשבוע השלישי הוא יסתיים בשעה 16:10, בשבוע הרביעי הוא יסתיים בשעה 16:15, בשבוע החמישי הוא יסתיים בשעה 16:20, בשבוע השישי הוא יסתיים בשעה 16:25, ובשבוע השביעי הוא יסתיים בשעה 16:30, בדיוק השעה שבה מתחיל שיעור אימון הסיבולת.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

14. עלינו למצוא מה אורכה של רכבת בק"מ, אם ידוע כי היא נוסעת במהירות קבועה של 120 קמ"ש, ולוקח לה חצי דקה בדיוק לחלוף על פני אדם.

אם ידוע כי הרכבת עוברת בכל 60 דקות (1 שעה) 120 ק"מ, הרי שתעבור בכל $1\left(=\frac{60}{60}\right)$ דקה בדיוק $2\left(=\frac{120}{60}\right)$ ק"מ. מכאן שב- $\frac{1}{2}$ דקה היא תעבור 1 ק"מ בדיוק.

אורכה של הרכבת שווה למרחק שעברה בזמן שחלפה על פני האדם, ולכן נקבע כי הוא שווה ל-1 ק"מ.

תשובה (1).

---

15. עלינו למצוא איזה מהביטויים בתשובות המוצעות (כולן מוצגות באחוזים) שווה ל- $\frac{x^2}{50}$.

נבדוק את התשובות המוצעות באופן הבא: נמיר כל אחת מהן לשבר באמצעות נוסחאות האחוזים, ונבדוק מי מהן שווה לביטוי הנתון.

<u>תשובה (1)</u>: לפי נוסחת האחוזים $\frac{x}{50}\%$ מ-x שווים ל- $x \cdot \frac{\frac{x}{50}}{100}$. לאחר פישוט הביטוי נקבל: $\frac{x^2}{50 \cdot 100}$.

התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: לפי נוסחת האחוזים $x^2\%$ מ- $\frac{x}{2}$ שווים ל- $\frac{x}{2} \cdot \frac{x^2}{100}$. לאחר פישוט הביטוי נקבל: $\frac{x^3}{200}$.

התשובה נפסלת.

תשובה (3): לפי נוסחת האחוזים 50% מ- x^2 שווים ל- $\frac{50}{100} \cdot x^2$. לאחר פישוט הביטוי נקבל: $\frac{x^2}{2}$.

התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולפיכך התשובה הנותרת בהכרח נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק גם אותה:

תשובה (4): לפי נוסחת האחוזים x% מ-2x שווים ל- $\frac{x}{100} \cdot 2x$. לאחר פישוט הביטוי נקבל:

$\frac{x^2}{50}\left(= \frac{2x^2}{100} = \frac{x}{100} \cdot 2x\right)$. מתאים.

תשובה (4).

---

16. נתבקשנו לחשב את הסיכוי שמשתתפת מסוימת במשחק (במקרה זה נאווה) תנצח בו, אם ידוע כי הוא מתנהל באופן הבא: במשחק יש שלוש משתתפות. הן עורכות הגרלה בין שלושתן, ומי שעולה בגורל יוצאת מהמשחק. השתיים הנותרות עורכות הגרלה נוספת: מי שעולה בגורל יוצאת מהמשחק, והאחרת היא המנצחת.

דרך א': הבנה

בתחילת המשחק, עוד בטרם נערכה ההגרלה הראשונה, יש לכל אחת מהבנות **סיכוי זהה** לנצח במשחק.
לכן הסיכוי של כל אחת מ-3 הבנות לנצח במשחק שווה ל- $\frac{1}{3}$.

דרך ב': נחשב את הסיכוי של נאווה לא להיות מודחת בהגרלה הראשונה, ולאחר מכן את הסיכוי שלה לא להיות מודחת בהגרלה השנייה, ואז נכפול את הסיכויים שקיבלנו.

בהגרלה הראשונה יש 3 משתתפות, ורק שתיים מהן ממשיכות לשלב השני. לכן הסיכוי של נאווה (או של כל משתתפת אחרת לצורך העניין) לא להיות מודחת ולהמשיך לשלב הבא שווה ל- $\frac{2}{3}$. בהגרלה השנייה יש רק שתי משתתפות, ולכן יש לכל אחת מהן סיכוי של $\frac{1}{2}$ להיות מודחת או לנצח במשחק.

כלומר, יש לנאווה סיכוי של $\frac{2}{3}$ לא להיות מודחת בהגרלה הראשונה, ואז סיכוי של $\frac{1}{2}$ לא להיות מודחת בהגרלה השנייה ולנצח במשחק. לפיכך, יש לה סיכוי של $\frac{1}{3}\left(= \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\right)$ לנצח במשחק.

תשובה (1).

---

17. עלינו למצוא איזה מהביטויים שבתשובות מייצג את מספר הפרקים **הקטן ביותר האפשרי** בסדרת הטלוויזיה, אם ידוע כי ממוצע הצופים בסדרה היה 10 מיליון, ושבכל אחד מ-x הפרקים הראשונים בסדרה צפו 8 מיליון אנשים.

דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נניח ש-x שווה ל-1. כלומר, שבפרק הראשון בסדרה צפו 8 מיליון אנשים. נחשוב מה יכול להיות המספר המינימלי של פרקים כדי שממוצע הצופים לפרק יהיה 10 מיליון. יכול להיות שבפרק השני צפו 12 מיליון אנשים, ואז ממוצע הצופים בשני הפרקים יהיה $10\left(= \frac{8+12}{2}\right)$ מיליון.

כלומר, אם $x = 1$ אז מספר הפרקים המינימלי כדי הממוצע יהיה 10 מיליון יהיה שווה ל-2. נציב $x = 1$ בתשובות, ונפסול תשובות שערכן המספרי שונה מ-2. תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

כדי להכריע בין תשובות (1) ו-(2) נציב מספר נוסף בעבור x, ונניח כי הוא שווה ל-2. אם בכל אחד מ-2 הפרקים הראשונים צפו 8 מיליון אנשים, אז בסך הכול צפו בהם 16 מיליון אנשים. נחשוב מהו המספר המינימלי של פרקים כדי שממוצע הצופים לפרק יהיה 10 מיליון. יכול להיות שבפרק השלישי צפו 14

מיליון אנשים, ואז ממוצע הצופים בשלשת הפרקים יהיה $10 \left(=\frac{16+14}{3}\right)$ מיליון. כלומר, אם $x=2$ אז מספר הפרקים המינימלי כדי הממוצע יהיה 10 מיליון יהיה שווה ל-3. נציב $x=1$ בתשובות (1) ו-(2), ונפסול תשובות שערכן המספרי שונה מ-3. תשובות (2) נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות, ולכן התשובה הנותרת בהכרח נכונה.

דרך ב': הבנת הממוצע

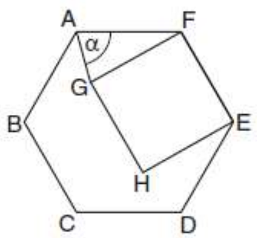
על מנת שממוצע הצופים לפרק יהיה 10 מיליון, מספר הצופים הכולל בכל הפרקים יחד צריך להיות שווה למכפלה של כמות הפרקים ב-10 מיליון צופים.

לכן, לא משנה בכמה פרקים (x פרקים) צפו בממוצע רק 8 מיליון צופים, יספיק לנו רק פרק אחד נוסף, בו כמות הצופים תהיה גבוהה מספיק כדי שמספר הצופים הכולל יהיה שווה למכפלה של כמות הפרקים ב-10 מיליון צופים.

מספר הפרקים **הקטן ביותר האפשרי** לכמות פרקים שממוצע הצופים בהם הוא 10 מיליון צופים לפרק יהיה גדול מ-x ב-1. לפיכך, הוא יהיה $x+1$.

תשובה (1).

.18 עלינו למצוא את גודלה של זווית α בסרטוט הנתון.



זווית α היא זווית במשולש AFG. ננסה ללמוד עליו כמה שיותר דרך נתוני השאלה.

נתון כי ABCDEF הוא משושה משוכלל, ומכאן ש- $AF=FE$, ו- $\sphericalangle AFE$ שווה ל- 120°.

כמו כן, נתון כי FGHE הוא ריבוע, ומכאן ש- $GF=FE$, ו- $\sphericalangle GFE$ שווה ל- 90°.

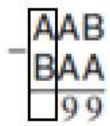
לפיכך, $\sphericalangle AFE$ במשולש AFG תהיה שווה ל- $30^\circ \left(= \sphericalangle AFE - \sphericalangle GFE = 120^\circ - 90^\circ\right)$.

כמו כן, אם $AF=FE$ ו- $GF=FE$ אז $AF=GF$. כלומר משולש AFG הוא שווה שוקיים.

מצאנו שמשולש AFG הוא שווה שוקיים, ושזווית הראש שלו שווה ל- 30°. לפיכך, כל אחת מזוויות הבסיס שלו (ביניהן גם α) תהיה שווה ל- $75^\circ \left(=\frac{180^\circ-30^\circ}{2}\right)$.

תשובה (1).

.19 לפנינו תרגיל אותיות. האותיות A ו-B בתרגיל מייצגות ספרות שונות בין 1 ל-9, ושואלים אותנו כמה מספרים שונים יכול הצירוף AAB לייצג.



תחילה נסקור את התרגיל וננסה להסיק בנוגע ל-A ו-B.

מספרות המאות של התרגיל ניתן להסיק ש-A ו-B הן ספרות עוקבות, כאשר $B<A$, שכן הדרך היחידה שבה $A-B$ יהיה שווה ל-0 היא כאשר A גדול מ-B ב-1, וספרת המאות "מלווה" מאה אחת לספרת העשרות.

כעת נבדוק את האפשרויות עבור הצירוף AAB. מכיוון שהוא קטן יחסית, נפרוט את כל האפשרויות באופן שיטתי על הדף.

אם B שווה ל-1 אז A שווה ל-2. נקבל את התרגיל 221 – 122 שאכן שווה ל-99. לפיכך, 221 הוא אפשרות בעבור AAB.

אם B שווה ל-2 אז A שווה ל-3. נקבל את התרגיל 332 – 233 שאכן שווה ל-99. לפיכך, 332 הוא אפשרות נוספת בעבור AAB.

נמשיך לפרוט את האפשרויות באותו אופן ונראה כי גם 443, 554, 665, 776, 887 ו-998 הם אפשרויות מתאימות בעבור AAB.

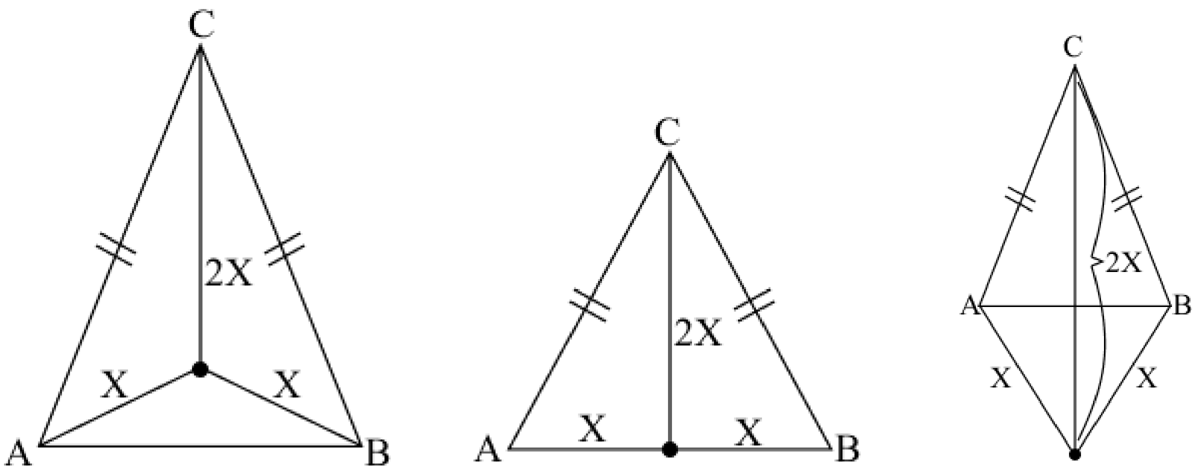
לפיכך, יש בסך הכול 8 אפשרויות שונות בעבור AAB.

תשובה (4).

---

20. נתון משולש ABC. מציירים נקודה נוספת D שמרחקה מקודקוד A שווה למרחקה מקודקוד B, ומרחקה מנקודה C **כפול** ממרחקה מנקודות A ו-B. עלינו להבין היכן יכולה להימצא נקודה D ביחס למשולש (בתוך שטחו, על היקפו או מחוץ לשטחו).

ננסה לצייר את האפשרויות שלנו בעבור D.



תשובה (4).
