

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

סדרות

1. a_n היא סדרה הנדסית.

נתון: $a_5 = t$, $a_3 = 4t$, t הוא פרמטר.

א. מצאו את מנת הסדרה a_n (שתי אפשרויות).

נתון כי כל איברי הסדרה a_n חיוביים וכי סכום אינ-סוף האיברים בסדרה הוא 4.

ב. מצאו את a_1 , האיבר הראשון בסדרה, ואת t .

b_n היא סדרה חשבונית המקיימת: $b_3 = a_3$, $b_1 = a_1$.

בסדרה b_n יש 63 איברים.

ג. מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה b_n .

טריגונומטרייה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו ציור).

הזווית החדה בין שני אלכסוני המלבן היא 40° .

גובה הפירמידה הוא SO.

נתון: $AB > BC$, $SO = AB$.

נסמן את אורך הצלע BC ב- a .

א. הביעו את אורך הצלע AB באמצעות a .

ב. מצאו את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.

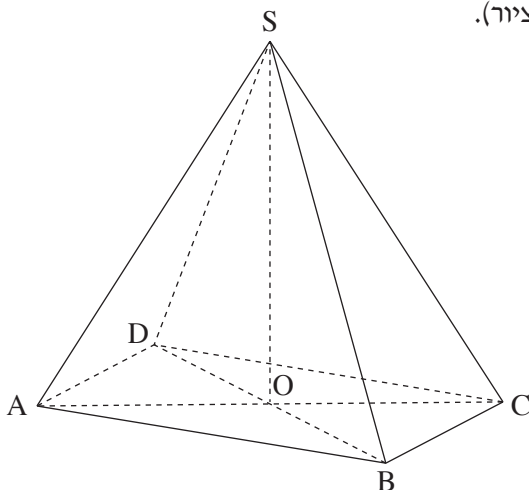
ג. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ASC$.

נתון: שטח המשולש ASC הוא 14.

ד. מצאו את a .

הנקודה E היא אמצע הגובה SO.

ה. חשבו את נפח הפירמידה EABCD.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.
 $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש צורך, הביעו באמצעות a).

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום הפנימית של הפונקצייה $f(x)$ הוא 3.5.
 ב. מצאו את a .

הציבו $a = 3$ וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום הפנימית שלה.

ד. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = -\frac{\pi}{3}$,
 ועל ידי ציר ה- y .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{-3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

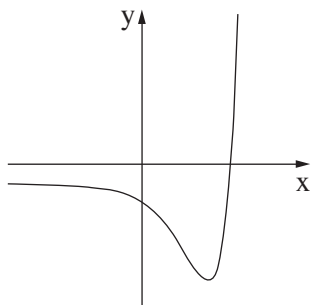
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

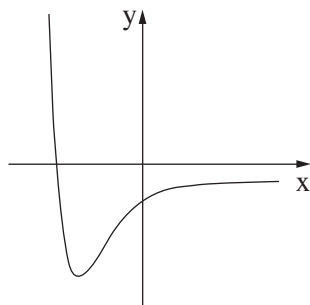
נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

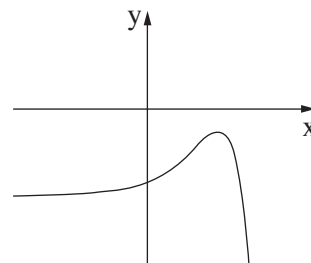
(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



III



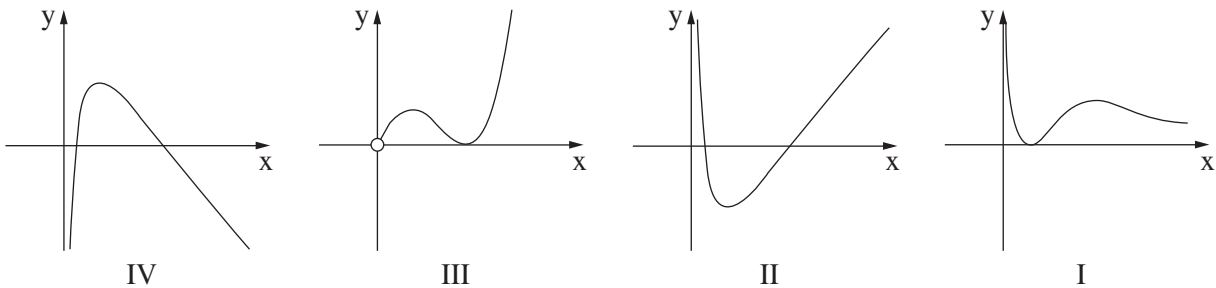
II



I

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. הסבירו מדוע מתקיים: $f(x) \geq 0$ בעבור כל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- קבעו איזה מהם מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעותיכם.
- ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ועל ידי ציר ה- x .



בהצלחה!