פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

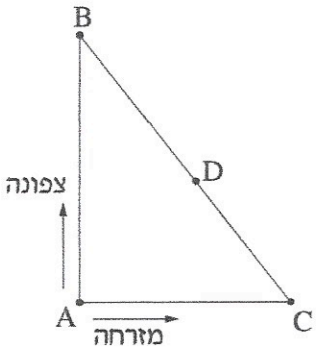
מועד קיץ ב׳ 2019, שאלון 481

(804)

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



1. שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A.

רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור).

בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C

כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ.

מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב־ 6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה:

רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם,

ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב־ 3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם.

הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).

ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?

א) נציב את הנתונים בטבלה:

רוכב	t (ש')	v (קמ"ש)	s (ק"מ)
א'	1	$v+6$	$v+6$
ב'	1	v	v

נתון: $V_A = V_B + 6$ וגם $t = 1/h$.

נתון שהמרחק בין הרוכבים לאחר שעה הינו 30 ק"מ. בהשלים המובן מאליו נשים לב כי רוכב א' רכב בניצב לרוכב ב' ולכן המרחק BC הינו יתר במשולש ישר. ניתן במשפט פיתגורס. לחישוב V_A, V_B:

$$(S_A)^2 + (S_B)^2 = 30^2 \Rightarrow (v+6)^2 + (v)^2 = 30^2 \Rightarrow v^2 + 12v + 36 + v^2 = 900$$

$$2v^2 + 12v - 864 = 0 \Rightarrow \cancel{V_1 = -24}\ (\text{נפסל } v>0),\ V_2 = 18 \Rightarrow$$

מהירות רוכב א': 24 קמ"ש.

מהירות רוכב ב': 18 קמ"ש.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

ב) נתון שהרוכבים הגיעו לנק' B ו-C בו-זמנית בשעה 09:00. אם הם נחו 10 דק' ויצאו שניהם הרי ש $t_0 = 09:10$. נתון גם V_B גדולה ב-3 ק"מ מהרוכב הקודם, ולכן: $V_B = 21$ ק"מ. חבל.

כדי שנפגשו בנק' D הרוכבים הרבו אותו בתוך זמן, שאותו נסמן באות t.

נבנה משוואה:

Rider A

$V_A = 24$
$t_A = t$ } $S_A = 24 \cdot t$

Rider B

$V_B = 21$
$t_B = t$ } $S_B = 21 \cdot t$

$S_A + S_B = 30$ ק"מ $= BC$

$(24+21)t = 30$

$45t = 30$

$t = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$ שעה

אם הרוכבים בבשאלה נפגשו לאחר $\frac{2}{3}$ השעה משעת הם רכבו 40 דק'.

הם יצאו בשעה 09:10 ולכן נפגשו בשעה 09:50.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

2. נתון משולש ABC.

הקודקודים B ו־C מונחים על ציר ה־x, כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y=-4\frac{1}{2}x+36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו־B.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

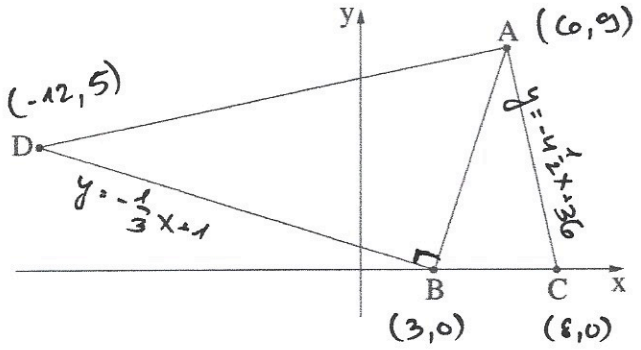
D היא נקודה ברביע השני כך ש־DB מאונך ל־AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה־x של הנקודה D הוא -12.

ד. (1) הוכח כי $\sphericalangle DAC=90^{\circ}$.

(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.



א) הנק' C היא נק' החיתוך של הצלע AC עם ציר ה-x. משוואת הצלע ידועה ולכן:

$0=-4\frac{1}{2}x+36 \Rightarrow 4\frac{1}{2}x=36 \Rightarrow x=8 \Rightarrow C(8,0)$

נתון $l_{BC}=5$ וידוע כי $y_B=y_C=0$. לכן:

$x_C-x_B=5 \Rightarrow 8-x_B=5 \Rightarrow x_B=3 \Rightarrow B(3,0)$

ב) נוסף בנתון השטח של $S_{\triangle ABC}$:

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot h=22\frac{1}{2} \Rightarrow BC\cdot h=45 \Rightarrow 5h=45 \Rightarrow h=9$

נתון $BC=5$

הנק' A על הישר $y=-4\frac{1}{2}x+36$ וידוע ש- $y_A=9$ כפי שנמצא מעלה. נציב בישר. הישר:

$9=-4\frac{1}{2}x+36 \Rightarrow -27=-4\frac{1}{2}x \Rightarrow x_A=6 \Rightarrow A(6,9)$

ג) אם $DB\perp AB$ הרי שמתקיים $m_{AB}\cdot m_{DB}=-1$. נחשב את השיפועים ונמצא את משוואת DB:

$m_{AB}=\frac{9-0}{6-3}=\frac{9}{3}=3 \Rightarrow 3\cdot m_{DB}=-1 \Rightarrow m_{DB}=-\frac{1}{3}$

$m_{DB}=-\frac{1}{3},\ B(3,0) \xrightarrow[\text{ישר}]{\text{נציב במ.}} y-0=-\frac{1}{3}(x-3) \Rightarrow DB:\ y=-\frac{1}{3}x+1$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

3) (1) נתון $x_D=-12$ ומצוינו שם משוואת AD. נמצא את y_D:

$$y_D = -\frac{1}{3}\cdot -12 + 1 = 5 \Rightarrow D(-12,5)$$

$$m_{AD} = \frac{9-5}{6+12} = \frac{2}{9} \Rightarrow m_{AD}\cdot m_{AC} \overset{?}{=} -1$$

$$\frac{2}{9}\cdot -\frac{9}{2} \overset{?}{=} -1 \Rightarrow -1 = -1$$

ולכן הישרים AD ו-AC מאונכים-

ACD* ישרה!

(2) לפי עקרון הוכחנו שהמשולש ACD ישר ולכן DC הוא היתר שבו. זה מעגל חוסם

משולש ישר הרי שמתקיים:

א) יתר המשולש הוא קוטר המעגל.

ב) מרכז היתר הוא מרכז המעגל.

נחשב את אמצע DC:

אמצע DC: $x: \frac{-12+8}{2} = -2$, $y: \frac{5+0}{2} = 2.5$ $\Rightarrow$

אמצע DC $(-2,2.5)$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

3. בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.

20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.

70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.

25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.

א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.

(1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?

(2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול. מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?

ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק. את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.

מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

א) נגדיר את מס' הכדורים מלכתחילה להיות x.

על פי הנתון לפי ישנם 80 כדורים בשק, נסיק שישנם x-80 כדורים מפלסטיק.

ידוע כי 70% מן הכדורים בשק הינם צהובים מפלסטיק, וידוע שה-25% מכדורי הזכוכית הם צהובים.

נבנה טבלה:

	פלסטיק (A)	זכוכית (A)	
0.25		$\frac{3}{4}\cdot\frac{x}{80}$	כחול (B)
0.75	0.7	$\frac{1}{4}\cdot\frac{x}{80}$	צהוב (B)
1	$\frac{80-x}{80}$	$\frac{x}{80}$	

נלמד בנתונים ונבנה משוואה:

$$0.75-0.7=\frac{1}{4}\cdot\frac{x}{80}$$

$$\frac{1}{20}=\frac{x}{320}$$

$$\boxed{x=16}$$

ישנם 16 כדורים מפלסטיק בשק, ו-16 מזכוכיות.

נגיב ערכים מסעיף בטבלה ונחשב:

	פלסטיק (A)	זכוכית (A)	
0.25	0.1	0.15	כחול (B)
0.75	0.7	0.05	צהוב (B)
1	0.8	0.2	

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

ב) (1) נ. מצא בטבלה:

$P(A \cap B) = 0.15$

(2) נ. מצא בטבלה:

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.15}{0.25} = \frac{3}{5} = 0.6$

ג) נ. מצא בטבלה והניחה ברנולי:

$n = 4$

$k = 3$

$P_{success} = P(\bar{B}) = 0.75$

$\binom{4}{3} \cdot 0.75^3 \cdot 0.25 = \frac{27}{64}$

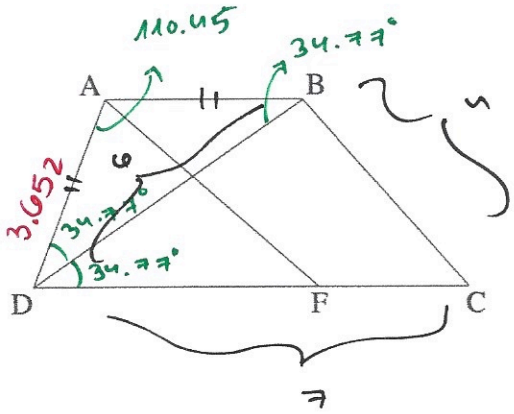
בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש



.5 בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ שבציור שלפניך נתון:

$BD = 6$, $DC = 7$, $BC = 4$.

א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.

נתון: $AB = AD$.

ב. מצא את אורך הצלע AD .

הנקודה F נמצאת על הצלע DC .

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8 .

ג. (1) מצא את אורך הצלע DF .

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF .

א. נ"ל לפי משפט הקוסינוסים ובנתוני השאלה:

$$4^2 = 6^2 + 7^2 - 2\cdot 6\cdot 7\cdot \cos(\sphericalangle BDC) \Rightarrow -69 = -84\cos(\sphericalangle BDC)$$

$$\cos(\sphericalangle BDC) = \frac{23}{28} \Rightarrow \sphericalangle BDC = 34.77^\circ$$

ב. נ"ל בנתונים ובחישוב סעיף א', ונקבל את זווית המשולש ADB.

נ"ל לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{AD}{\sin(34.77)} = \frac{6}{\sin(110.45)} \Rightarrow AD = 3.652$$

ג. (1) נתון: $S = 8$

$$\sphericalangle ADF = \sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 69.54 \Rightarrow S_{\Delta ADF} = \frac{3.652\cdot DF\cdot \sin(69.54)}{2}$$

$$DF = 4.676$$

(2) נ"ל לפי הקוסינוסים:

$$AF^2 = 3.652^2 + 4.676^2 - 2\cdot 3.652\cdot 4.676\cdot \cos(69.54) \Rightarrow AF = 4.823$$

$$\frac{4.823}{\sin(69.54)} = 2R \Rightarrow R = 2.574$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+2x-3}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3<x<1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת־סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=-2$.

א). (1) נדרוש מנה שנה מעלים:

$x^2+2x-3\neq 0 \Rightarrow x\neq 1,-3$

(2) הצבה הנ"ל $x=1,-3$ במונה הפונק' אינו מוביל לאי־פיסי, ולכן בנק' $x=1,-3$ אין "חורים"

אלא ישנן אסי' אנכיים:

מנקבה המינה נפה למנקבה המנה ולכן האסי' האנכיים שוה ליחס מקדמי המנקה בצורה.

מתקבלים אסי' אנכיים $y=1$.

ב) נגזור את $f(x)$ תוך שימוש לכ' להיפה בונק' מנה:

$u=x^2 \qquad v=x^2+2x-3$

$u'=2x \qquad v'=2x+2$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{2x(x^2+2x-3)-x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2}=0$$

$$2\cancel{x^3}+4x^2-6x-2\cancel{x^3}-2x^2=0$$

$$2x^2-6x=0 \Rightarrow x(2x-6)=0$$

$\boxed{x_1=0}$ $\boxed{x_2=3}$

נגזור שנית מנה $f'(x)$ בלבד עת למצוא סימן נק' קיצוני $\Leftarrow$

$f''(x)=4x-6 \Rightarrow f''(0)=-6 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow \max(0,0)$

מנה

$f''(3)=6 \Rightarrow f(3)=\frac{3}{4} \Rightarrow \min(3,\frac{3}{4})$

מנה

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

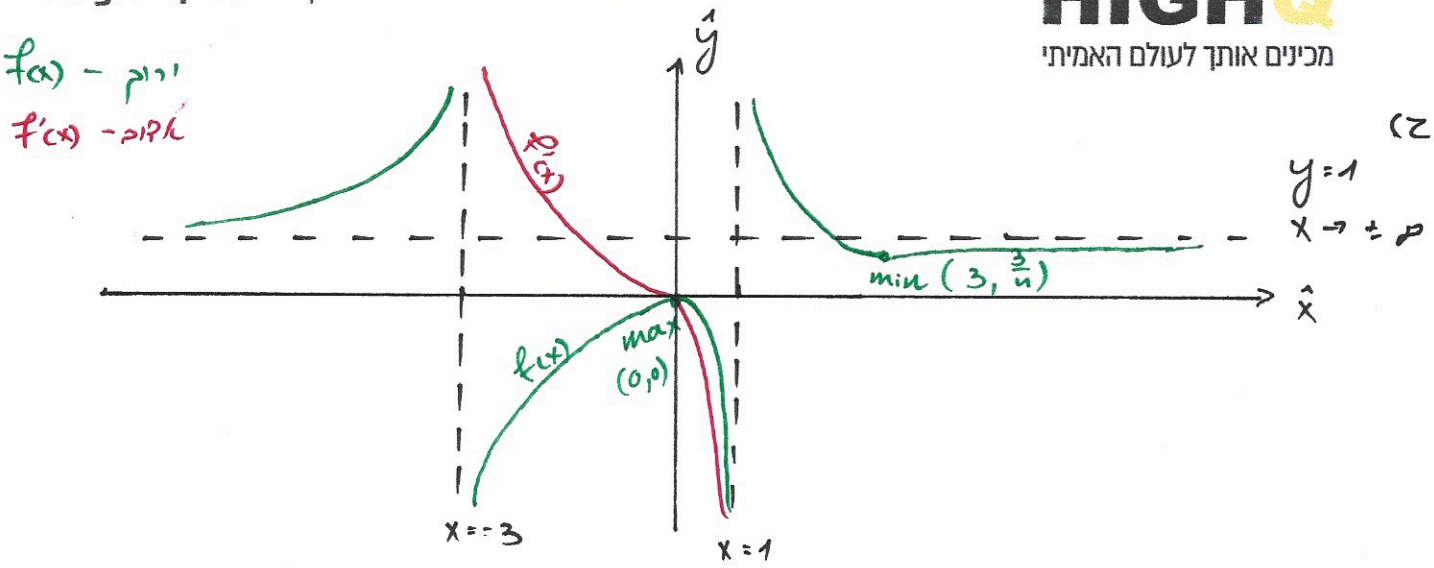
ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש

HiGHQ
מכינים אותך לעולם האמיתי

ב)



ג) (1) השטח מעל ה.

(2) ניסוח השטח והחשב:

$$S_{\text{מדובר}} = \int_{-2}^{0} f'(x)\,dx = \left[f(x)\right]_{-2}^{0} = f(0) - f(-2) = 0 - \left(-1\tfrac{1}{3}\right) = 1\tfrac{1}{3}$$

יח"ר

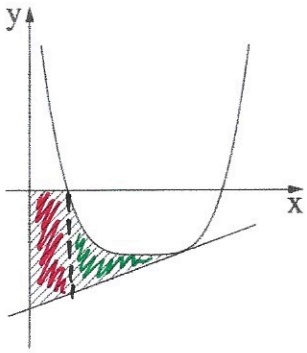
בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש



7. לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$, המוגדרת לכל x.

א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

ג. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה־x ועל ידי ציר ה־y (השטח המסומן בסרטוט).

א) נגזור את f(x) ונבדוק לפי הנגזרת הפנימית על הסוגריים!

$f'(x) = 4\cdot(x-3)^3\cdot 1 = 0 \Rightarrow (x-3)^3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow f(3)=-16$

בהשתמש על הסרטוט נסיק כי הנק' (3,-16) היא נק' מינימום. לסיכום: Min(3,-16)

ב) נשווה את f(x) ל-0:

$f(x)=0 \Rightarrow (x-3)^4-16=0 \Rightarrow (x-3)^4=16 \Rightarrow x-3=\pm 2$

$x_1=5$ $(5,0)$ $\qquad$ $x_2=1$ $(1,0)$

ג) (1) נמצא שיפוע המשיק ולאחמ"כ y על נק' השקה:

$m_{(x=4)} = f'(4) = 4\cdot(4-3)^3 = 4$

$y_{(x=4)} = f(4) = -15$

$y+15 = 4(x-4) \Rightarrow y=4x-31$

(2)

$S_{\text{מבוקש}} = \underbrace{\int_0^1 31-4x\,dx}_{S_{\text{אדום}}} + \underbrace{\int_1^4 (x-3)^4-16\,dx}_{S_{\text{ירוק}}} = \left(\left[31x-2x^2\right]_0^1 = 29\right) + \left(\left[\frac{(x-3)^5}{5}-16x\right]_1^4\right) = 29+21\frac{3}{5} = 50\frac{3}{5}$

יח"מ

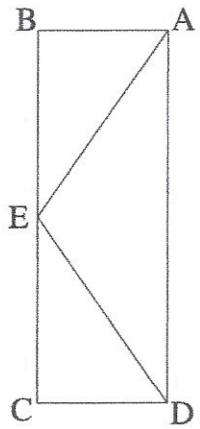
בגרות משלימים או משכפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש



8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.

בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).

נסמן ב־x את אורך הקטע BE.

א. **(1)** הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

ב. חשב את שטח המשולש AED.

א) (1) לפי הנתונים, אם נסמן צלע אחת ב-x השנייה לה תהיה בגודל 20-x.
E אמצע BC ולכן:

$BC = 2BE = 2x \Rightarrow AB = 20-2x$

נלפי פי. פיתגורס:

$AE^2 = (20-2x)^2 + x^2 = 400 - 80x + 4x^2 + x^2 = 5x^2 - 80x + 400 = AE^2$

$AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400} = f(x)$

(2) נמצא לפיך מינימום לפונ' האורך, $f(x)$:

$f'(x) = \frac{10x-80}{2\sqrt{5x^2-80x+400}} = 0 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow f''(x) = 10 \Rightarrow$

מינימום לפונקציה

מאחר לאורכים

ב-x.

כאשר אורכי הצלעות הן 16, 4 אורך AE מינימלי.

ב)

$S_{\triangle AED} = \frac{16 \cdot 4}{2} = 32$

יח"ר

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום עד הבחינה

ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם חומרי הכנה ייחודיים

ספריית שיעורים
כל השיעורים פתוחים לצפייה, בכל זמן ומכל מכשיר

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכם! הכנו עבורכם סיכומי שיעורים מראש