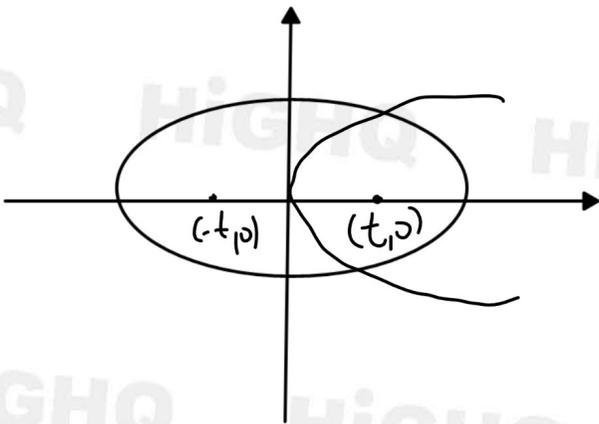


# פתרון מועד חורף 2022 - שאלון 582

שאלה 1

1. הנקודה  $(t, 0)$  היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית.  $t$  הוא פרמטר חיובי.
  - א. מוצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.
  - ב. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $B$ .
  - ג. המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות,  $A$  ו- $B$ . הנקודה  $A$  נמצאת מעל לנקודה  $B$ . מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $B$ .
  - ד. ישר המאונך לציר ה- $x$ , עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות,  $C$  ו- $D$ . הנקודה  $C$  נמצאת מעל לנקודה  $D$ . מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $D$ .
  - ה. הסבר מדוע ארבע הנקודות  $A, B, C, D$  נמצאות על מעגל אחד.
    - (1) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.
    - (2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.



פתרון

א. מוצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

משוואת הפרבולה:  $2a = 4t$

$a = 2t$

משוואת האליפסה:  $b^2 = a^2 - c^2$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$b^2 = a^2 - c^2$

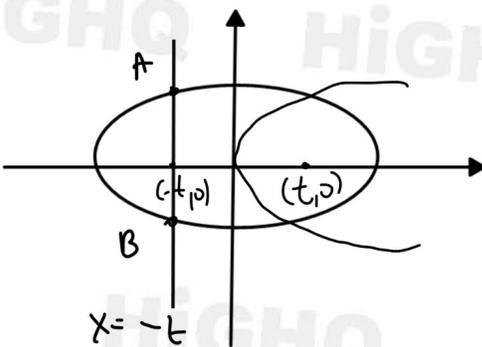
$b^2 = 4t^2 - t^2 = 3t^2$

$$\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$$

$p = 2t$

משוואת הפרבולה:  $y^2 = 2px$

$$y^2 = 4tx$$



המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות,  $A$  ו- $B$ . הנקודה  $A$  נמצאת מעל לנקודה  $B$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $B$ .

נציג את משוואת האליפסה:  $x = -t$

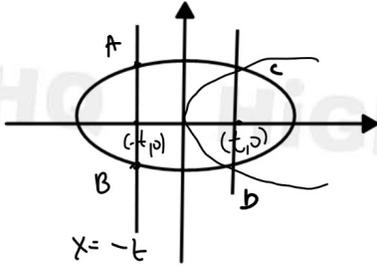
$$\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$$

$$\frac{t^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1 \rightarrow \frac{y^2}{3t^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$y^2 = \frac{9t^2}{4} \rightarrow y = \pm \frac{3}{2}t$$

$$\begin{matrix} A(-t, \frac{3}{2}t) \\ B(-t, -\frac{3}{2}t) \end{matrix}$$

ואכן



ישר המאונך לציר ה-x, עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות, C ו-D.  
 הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.  
 ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

נציב  $x = t$  במשוואת הפרבולה

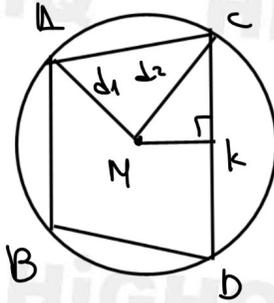
$$y^2 = 4tx$$

$$y^2 = 4t^2 \rightarrow \begin{matrix} y = 2t \\ y = -2t \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} C(t, 2t) \\ D(t, -2t) \end{matrix}$$

ואכן

$$\begin{matrix} A(-t, \frac{3}{2}t) & C(t, 2t) \\ B(-t, -\frac{3}{2}t) & D(t, -2t) \end{matrix}$$



ד. (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל אחד.  
 (2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

(1) AB ו-CD ישרים

המאונכים עבור X

ואכן  $AB \parallel CD$

ניתן לראות כי

$$d_{AC} = d_{BD}$$

ואכן, קיבלנו שיש שני מקומות שבהם הן חסומה בתוך

(2) ישר מרכז המעגל החוצה את החיצה המיישר

מרכז מעגל, הנה K נמצאת על ציר X ואכן מרכז המעגל

$$y = 0 \leftarrow x$$

$$A(-t, \frac{3}{2}t) \quad C(t, 2t)$$

$$d_1^2 = d_2^2 \Rightarrow (x+t)^2 + \left(\frac{3}{2}t-0\right)^2 = (x-t)^2 + (2t-0)^2$$
$$x^2 + 2xt + t^2 + \frac{9}{4}t^2 = x^2 - 2xt + t^2 + 4t^2$$

$$4xt = \frac{7}{4}t^2 \rightarrow \boxed{x = \frac{7}{16}t}$$

$\left(\frac{7}{16}t, 0\right)$  הפסגה של המשולש

שאלה 2

2. נתונים שני מישורים:  $\pi_1: z - 3 = 0$  ,  $\pi_2: ay + z - 8 = 0$  .  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא  $45^\circ$  .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר  $a$  .

הנקודה  $A(2, -2, 6)$  נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה  $A$  הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה  $B$  .

ב. מצא את אורך הקטע  $AB$  .

ל הוא ישר החיתוך בין שני המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  .

ג. מצא את ההצגה הפרמטרית של  $l$  .

מן הנקודה  $B$  העבירו אנך לישר  $l$  . האנך חותך את הישר  $l$  בנקודה  $C$  .

ד. מצא את שטח המשולש  $ABC$  (תוכלו לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

/המשך בעמ

פתרון

נתונים שני מישורים:  $\pi_1: z - 3 = 0$  ,  $\pi_2: ay + z - 8 = 0$  .  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא  $45^\circ$  .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר  $a$  .

צריך > :

אנכים  $h_1 = (0, 0, 1)$

אנכים  $h_2 = (a, 0, 1)$

$$\cos \alpha = \frac{|v_1 \cdot v_2|}{|v_1| \cdot |v_2|}$$

מציאת זווית בין המישורים  $v_1 \cdot x + e_1 = 0$  ,  $v_2 \cdot x + e_2 = 0$  :

$$\cos 45 = \frac{|(0, 0, 1) \cdot (a, 0, 1)|}{\sqrt{1^2} \cdot \sqrt{a^2 + 1}} = \frac{|1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \quad |(\cdot)^2 \rightarrow 2(a^2 + 1) = 4$$

$$a^2 + 1 = 2$$

$$a^2 = 1 \rightarrow a = \pm 1$$

הנקודה  $A(2, -2, 6)$  נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה  $A$  הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה  $B$  .

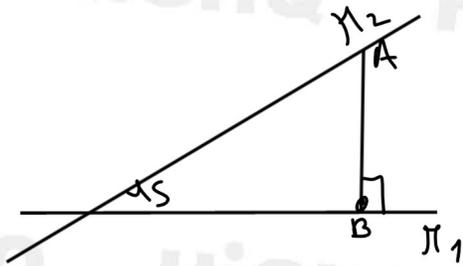
ב. מצא את אורך הקטע  $AB$  .

$\pi_2: ay + z - 8 = 0$  ,  $\pi_1: z - 3 = 0$

אנך  $h_1$  הוא  $(0, 0, 1)$  והוא ניצב ל- $\pi_1$ . אנך  $h_2$  הוא  $(a, 0, 1)$  והוא ניצב ל- $\pi_2$ .

$$a(-2) + 6 - 8 = 0$$

$$-2a = 2 \rightarrow a = -1$$



$$\pi_2: -y + z - 8 = 0, \quad \delta > 0$$

A הנקודה היא נקודה על המישור  $\pi_1$  והיא נקודה על המישור  $\pi_2$

$$\frac{|v \cdot p + e|}{|v|}$$

מרחק בין נקודה p למישור  $v \cdot x + e = 0$

$$h_1 = (0, 0, 1)$$

$$AB = \frac{|(0, 0, 1) \cdot (2, -2, 6) - 3|}{\sqrt{1}} = \frac{|6 - 3|}{1} = 3$$

$$AB = 3 \quad \text{אורך}$$

הוא ישר החיתוך בין שני המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .

מצא את ההצגה הפרמטרית של  $l$ .

$$\pi_2: ay + z - 8 = 0, \quad \pi_1: z - 3 = 0$$

נמצא את משוואת הישר

$$\begin{cases} z - 3 = 0 \\ -y + z - 8 = 0 \end{cases} \quad y + 5 = 0$$

$$y = -5 \quad \text{משוואת הישר היא}$$

נמצא 2 נק' המתיימרות על הישר והמשוואות:

אם  $z = -3$ , אולי

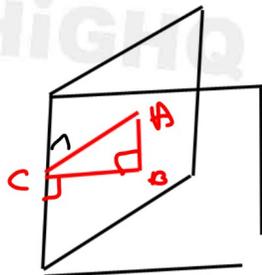
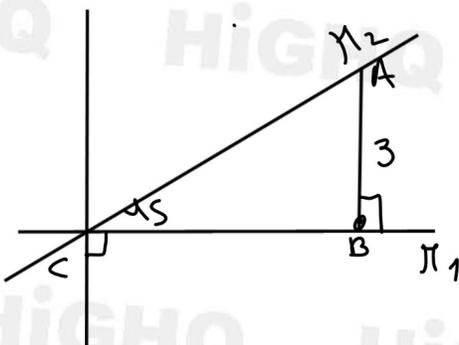
$$C(0, -5, -3) \quad D(1, -5, -3)$$

$$\vec{CD} = (1, 0, 0)$$

$$l: \underline{x} = (0, -5, -3) + t(1, 0, 0)$$

מנודת B העבירו אנך לישר  $l$ . האנך חותך את הישר  $l$  בנקודה C.

מצא את שטח המשולש ABC (תוכלו לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).



$$S = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4.5 \quad \text{השטח}$$



### שאלה 3

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

נתונים המספרים:  $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ ,  $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$ . הן הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר  $w_1$  הוא מספר ממשי.

(2) המספר  $w_2$  הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה:  $|z - p| = m$  ו- $p$  הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו-m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים

$w_1$  ו- $w_2$  לכל n טבעי? נמק.

### פתרון

נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  צמודים זה לזה.

$$z_1 = \overline{z_2}$$

ל"א כי ה-Im הוא הנאיבי, ו- $Re$  הוא הנאיבי

$$Im(z_1) = -Im(z_2) : (2a^2 + 3a + 2) = -(2 - a^2 + 2a)$$

$$2a^2 + 3a + 2 = -2 + a^2 - 2a$$

$$a^2 + 5a + 4 = 0$$

$$(a+1)(a+4) = 0 \rightarrow a = -1$$

$$\rightarrow a = -4$$

$$Re(z_1) = Re(z_2)$$

$$2a^2 + 5a + 4 = a^2 + 8a + 8$$

$$a = -1 \quad | \quad 3$$

$$2 - 5 + 4 = 1 - 8 + 8 \quad \checkmark$$

$$a = -1 \quad | \quad 1$$

$$a = -1$$

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

$$\boxed{z_1 = 1 + i}$$

$$\boxed{z_2 = 1 - i}$$

$$\rightarrow z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(45^\circ)$$

$$z_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(-45^\circ)$$

$$w_1 = \frac{(\sqrt{2} \operatorname{cis}(45^\circ))^{4n}}{(\sqrt{2})^{4n}} = \frac{4^n \cdot \operatorname{cis}(180n)}{4^n} = \cos(180n) + i \sin(180n)$$

$$\sin(180n) = 0 \quad \text{וכן} \quad \cos(180n) = (-1)^n$$

$$\sin x = 0 \quad \text{כאשר}$$

$$x = 180k$$

$$w_1 = (-1)^n$$

אז

(2) המספר  $w_2$  הוא מספר מדומה טהור.

$$w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2} \rightarrow w_2 = \frac{(\sqrt{2} \operatorname{cis}(-45^\circ))^{4n+2}}{\sqrt{2}} = \operatorname{cis}(-180n - 90)$$

$$= \cos(90 + 180n) - i \sin(90 + 180n)$$

הרכיב הימני מתאפס, ולכן

$$\cos x = 0 \quad \text{כאשר}$$

$$x = 90 + 180k$$

$$w_2 = -(-1)^n \cdot i = (-1)^{n+1} \cdot i$$

ג. נתונה המשוואה:  $|z-p|=m$ .  $p$  ריבוי הם פרמטרים ממשיים,  $z$  הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של  $p$  ריבוי שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים

$w_1$  ו- $w_2$  לכל  $n$  טבעי? נמוק.

$$|z-p|=m$$

$$\xrightarrow{\text{זכור}} z = x + iy$$

$$|(x-p) + iy| = m$$

$$(x-p)^2 + y^2 = m^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} |z| &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ z &= x + iy \end{aligned}}$$

זכור:  $w_1, w_2$



# שאלה 4

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$ . הוא פרמטר  $m$ .

ידוע כי הישר  $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את  $m$ .

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$ .

ו. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

ז. מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $g(x)$ .

ח. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון פרמטר  $t$  בתחום  $0 < t < \ln 4$ .

ט. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו ערך הביטוי  $\int_0^t g(x) dx$  הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

## פתרון

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$$

ידוע כי הישר  $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

הפני' מוקדית לכל  $x$

ב. מצא את  $m$ . תהיה אסימטוטה י"ן אזור  $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4} = \frac{\frac{1}{e^\infty} - 3 \frac{1}{e^\infty} + m}{4} = \frac{m}{4} = -1 \Rightarrow m = -4$$

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

נישן את הפני' למצא

$$y = \frac{e^{2x} - 3e^x - 4}{4}$$

א.  $x=0$

$$y = \frac{1 - 3 - 4}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$(0, -\frac{3}{2})$

$$0 = e^{2x} - 3e^x - 4 = (e^x - 4)(e^x + 1)$$

$e^x = 4 \quad / \ln$

$x = \ln 4$

$(\ln 4, 0)$

$$y = \frac{e^{2x} - 3e^x - 4}{4}$$

$$y' = \frac{2 \cdot e^{2x} - 3e^x}{4}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2e^{2x} - 3e^x = 0$$

$$e^x(2e^x - 3) = 0$$

$\neq 0 \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $e^x = \frac{3}{2} \quad / \quad \ln$

$$x = \ln \frac{3}{2}$$

אם  $f''(x) > 0$  אז מינימום

$$y''(x) = \frac{1}{4}(4e^{2x} - 3e^x)$$

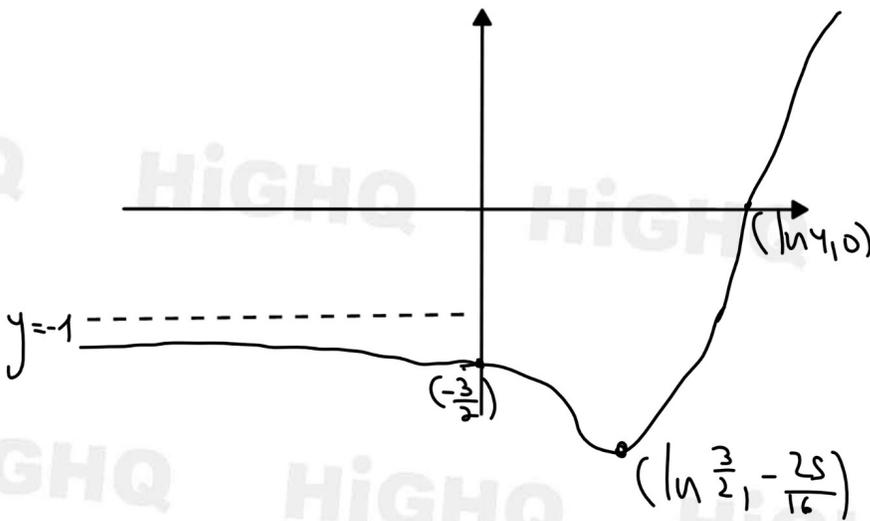
$$y''(\ln \frac{3}{2}) = \frac{1}{4}(4 \cdot e^{2 \ln \frac{3}{2}} - 3e^{\ln \frac{3}{2}}) = \frac{1}{4}(4 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2}) > 0$$

אכן מינימום ב  $x = \ln \frac{3}{2}$

$$y(\ln \frac{3}{2}) = \frac{e^{2 \ln \frac{3}{2}} - 3e^{\ln \frac{3}{2}} - 4}{4} = \frac{\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 4}{4} = \frac{-\frac{25}{4}}{4} = -\frac{25}{16}$$

$$(\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}) \text{ Min}$$

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

$f(x) = 0$        $g(x)$  לא מוגדרת היכן  
 $x \neq \ln 4$       תהי

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $g(x)$ .

היא כי

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{1}{\infty} + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{-1} + 1 = 0$$

אנכיית  $\leftarrow$  נקודת אמתיה

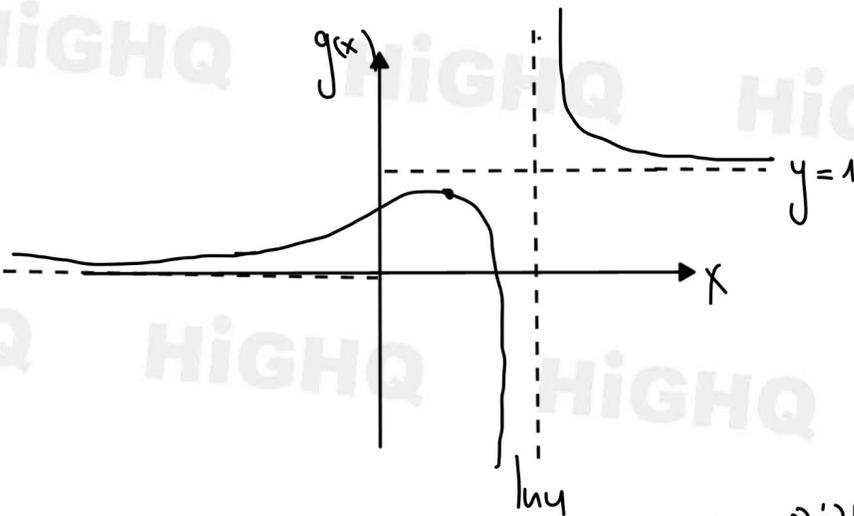
$$x = \ln 4$$

אנכיית

אסימטות

$$y = 1 \quad x > 0$$

$$y = 0 \quad x < 0$$



ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$$

$$g'(x) = -\frac{1}{f^2(x)} \cdot f'(x)$$

קיים אזור  $x$  שבו  $f(x)$  הוא  $\infty$  ונשקף קצבין

כאן  $f(x)$  תהיה/י להיות הפוכים  $\infty$   $g(x)$  יש מיתוק  $\infty$  בוי  $y$

$$g(0) = \frac{1}{f(0)} + 1 = \frac{1}{-\frac{3}{2}} + 1 = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

$$\left(0, \frac{1}{3}\right)$$

$$g\left(\ln\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \frac{1}{f\left(\ln\left(\frac{3}{2}\right)\right)} + 1 = -\frac{16}{25} + 1 = \frac{9}{25}$$

$$\left(\ln \frac{3}{2}, \frac{9}{25}\right) \text{ Max}$$

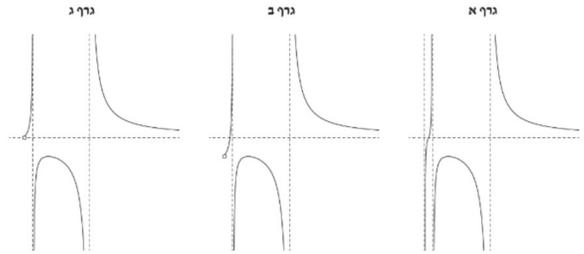
$$x = \ln 3 \leftarrow f(x) = -1 \leftarrow x \text{ בוי } \infty$$

נתון פרמטר  $t$  בתחום  $0 < t < 4$ .  
ה. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו ערך הביטוי  $\int_0^t g(x) dx$  הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

הערך המקסימלי יהיה עבור  $t=3$  מכיוון שעבור  $3 < t < 4$  נה' חותך את ציר  $x$  שלילי.  
ע"כ האינטגרל שלילי ואילו עבור  $0 < t < 3$  ע"כ האינטגרל חיובי.

5. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. לנניח שלוש נקודות שבהם  $f(x) = k$  (משוואה) הציירים  $x, y, z$  הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים, והעיגול הרוק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת. קבע איזה מן הנרפים מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ , העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקולך.



- ג. האם יש פתרון למשוואה  $f(x) = 1$ ? נמק את תשובתך.
- ד. מהו הערך של  $k$  שבעבורו יש למשוואה  $f(x) = k$  פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות:  $g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$ ,  $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$

- א. בסמן מלבן ABCD. הנקודות A, B, C הן שתי נקודות על ציר ה-x שבהן הפונקציה  $g(x)$  אינה מוגדרת. הנקודות D, C נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ .
- ב. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

פתרון

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

$$|\ln^2(x) - 1| \neq 0$$

$$(\ln x - 1)(\ln x + 1) \neq 0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$x \neq e \qquad x \neq \frac{1}{e}$$

ולכן  $x > 0$  אם  $x \neq \frac{1}{e}$  אם  $x \neq e$  ת.י.

- ב. מצא את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

אסימפטוטה אנכית:  $x = \frac{1}{e}, x = e$   
 אסימפטוטה אופקית:  $y = 1$   
 נקודות קרייטיות:  $x = \frac{1}{e}, x = e$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x (1 - \frac{1}{\ln^2 x})} = \frac{1}{(1 - \frac{1}{\infty})} = 1$$

ולכן קיימת נק' סופית  $(0, 1)$

$$x = \frac{1}{e}, x = e \quad : \text{קיצות}$$

$$(0, 1) \quad \text{סוף קצה}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x (1 - \frac{1}{\ln^2 x})} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\ln^2 x}} = 1$$

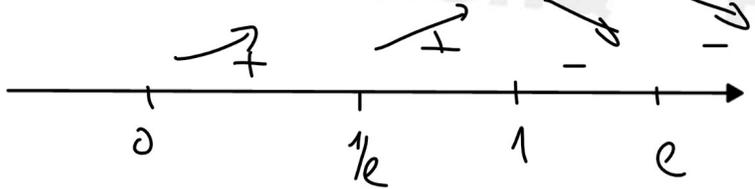
אלסקיר

$$y = 1$$

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x)

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1} \quad f'(x) = \frac{2(\ln x) \cdot \frac{1}{x} (\ln^2 x - 1) - 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln^2 x}{(\ln^2 x - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2 \ln x}{(\ln^2 x - 1)^2} = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \rightarrow x = 1$$



$$f'(\frac{1}{e^2}) = \frac{+}{+} > 0$$

$$f'(\frac{e}{2}) = \frac{-}{+}$$

$$f'(\frac{2}{e}) = \frac{+}{+}$$

$$f''(e^2) = \frac{-}{+}$$

$$\frac{1}{e} < x < 1 \quad \text{||} \quad 0 < x < \frac{1}{e} \quad \text{||} \quad \text{ת. עלייה}$$

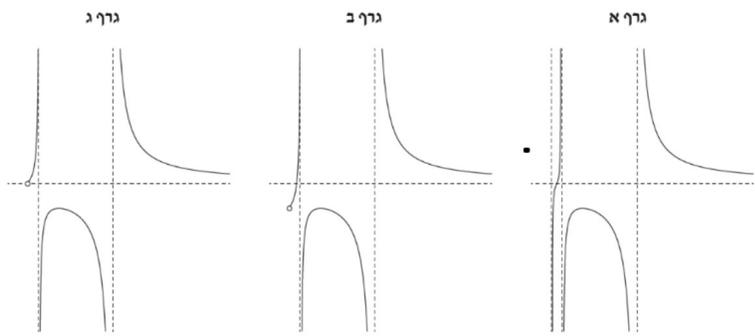
$$x > e \quad \text{||} \quad 1 < x < e \quad \text{||} \quad \text{ת. ירידה}$$

x=1 Max קצה

$$f(1) = \frac{0}{-1} = 0$$

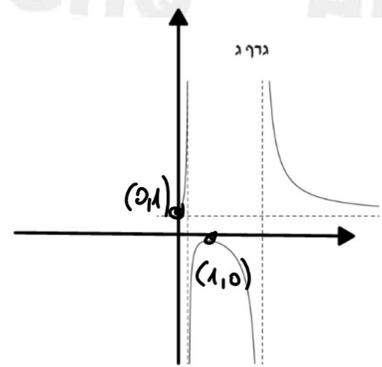
$$(1, 0) \text{ Max}$$

ב. לפניך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים x ו-y. הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת. קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה f(x), העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקולך.



התן הסלוקה למצא את אסימפטוטה אנכית

תעלוייה/ירידה תואמים לתקורה  
 וכן גם האסימפטוטה  
 נק' קיצון משקיה לציר x  
 ← גרף א' הוא המתאים



ג. (1) האם יש פתרון למשוואה  $f(x) = 1$ ? נמוק את תשובתך.  
 (2) מהו הערך של k שבעבורו יש למשוואה  $f(x) = k$  פתרון יחיד? נמוק את תשובתך.

(1) אין פתרון למשוואה  $f(x) = 1$  כי הפונ' לא מגיעת ל-1 אלא מתקרבת אליה אסימט' אנכית  
 (2) יהיה פתרון יחיד עבור  $k < 1$  נק' השקה עם Max

נתונת הפונקציות:  $g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$ ,  $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$

נסמן מלבן ABCD הנקודות A ו-B הן שתי נקודות על ציר ה-x שבהן הפונקציה g(x) אינה מוגדרת. הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה h(x).  
 ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמוק את תשובתך.

אני מוצאת היכן ש  $f(x) = 1$  לא קיימת נק' כזו והיכן ש  $f(x)$  אינה מוגדרת  $x_1 = \frac{1}{e}$  ו  $x_2 = e$

נסמ  $h(e) = 1 + 1 = 2$

$S_{ABCD} = 2(e - \frac{1}{e})$

