

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא a_1 וההפרש שלה הוא 4.

$$b_n \text{ היא סדרה המוגדרת כך: } b_n = a_n + 8n.$$

א. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

$$c_n \text{ היא סדרה המוגדרת כך: } c_n = a_n + b_n.$$

ב. הוכח כי c_n היא סדרה חשבונית.

$$\text{נתון: } a_1 = \frac{1}{2}.$$

ג. (1) מצא את c_1 .

(2) מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n .

טריגונומטריה במרחב

2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת וישרה

שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = AB$).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

$$\text{נתון: } \angle CAB = 40^\circ, AD = 12.$$

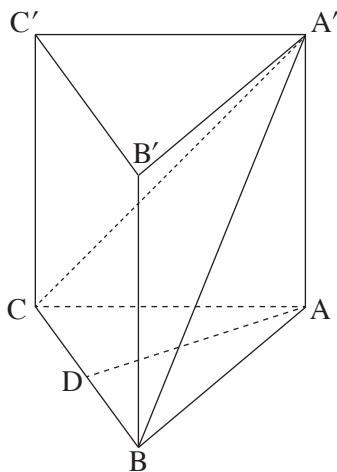
א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש $CA'B$ הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש $CA'B$ הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין בסיס המנסרה, ABC .

ד. חשב את נפח המנסרה $ABCA'B'C'$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(0) = 0.75$, $f'(x) = -3 \sin 2x$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת

בסעיף ב.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.

(1) כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$. $a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה־ y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ x .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!