

## פתרונות בחינות הבגרות במתמטיקה

(805) מועד ב קיז, שאלון 482 2021

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטת המהירות והמודילה להצלחה

סיכום שיעורים  
לא צריך לסכך!  
הכנו עבורכם סיכום  
שיעוריהם מראש



ספרית שיעורים  
כל השיעורים  
PATCHIM לصفיה,  
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס  
הגיעו מוכנים עם  
חומר הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב -Whatsapp  
לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הבחינה



לחצו לפרטים נוספים מיעוץ לימודים <>

סדרות

1. דニאללה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים. התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב- 30 שקלים מן התשלום ש לפניו.

א. מהו מספר התשלום שבו התשלום דニאללה 280 שקלים?

ב. (1) האם ייתכן שהתשלום האחרון שתשלם דニאללה יהיה תשלום מס' 29? נמק את תשובה.

(2) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דニאללה ומהו מספר התשלומים?

נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דニאללה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב- 30 תשלום חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.

ג. בכמה תשלוםים קנתה דニאללה את המקרר שלה?

פתרון סדרה גיאומטרית ה'ק סדרה גיאומטרית:

$$a_1 = 700, \quad d = -30, \quad a_n = 280 \quad (1)$$

$$280 = 700 + (n-1)(-30) \rightarrow -420 = -30n + 30$$

$$-450 = -30n \quad / :(-30) \rightarrow n = 15$$

סכום 15 תשלומים נסכם 280 שקלים.

כ) (1) לירך ש"מ כפוא נסכם 280 שקלים.

$$a_{29} = a_1 + (29-1)d \quad \text{לצאת:}$$

$$a_{29} = 700 + 28 \cdot (-30) = -140$$

לירך כפוא נסכם 540.

(2) גודלן הראשון קיטר הוא גודלן החיצוני הקטן ביותר.

$$a_n > 0 \rightarrow a_1 + (n-1)d > 0$$

$$\rightarrow 700 + (n-1)(-30) > 0 \rightarrow 730 - 30n > 0$$

$$\rightarrow 730 > 30n \quad / :30 \rightarrow 24\frac{1}{3} > n$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה

כ' אם 1-א קיימ  $\sum_{n=1}^{24} 2^{\frac{1}{3}} = 24 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ , ה-ב' הנקם  
 (ה' ימ' הנקם קיימי הינו  $2^{\frac{1}{3}}$ , נסמן  $a_n = 2^{\frac{1}{3}}$ )

$$a_{24} = 700 + 23(-30) \rightarrow a_{24} = 10 \quad \text{(נתקראן:}$$

ב) (ז' נס' קרכ' נקיי קמיי זהה ו- ס' 3 מטלואים  
 טליתם נס' 280 שקלים.

$$30 \cdot 280 = \underline{\underline{8400}} \quad \text{(נתקראן נמייל גלגרה:}$$

נמייל זה הינו קאנזה סכום כל המטלואים צפוייה.  
 צפוייה. מ' ראות סכום סדרה חתמיית (קג':

$$S_n = \frac{[2 \cdot 700 + (n-1)(-30)]n}{2} = 8400$$

$$1400n - 30n^2 + 30n = 16,800$$

$$30n^2 - 1430n + 16,800 = 0 \quad | :10$$

$$3n^2 - 143n + 1680 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{143 \pm \sqrt{20449 - 20160}}{6}$$

$$n_1 = \frac{143 + 17}{6} = 23 \frac{2}{3} \rightarrow \begin{array}{l} \text{(פסם, נתקראן} \\ \text{חישוב לאחסן)} \end{array}$$

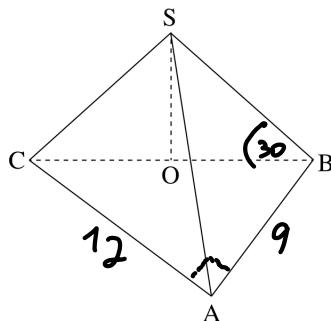
$$n_2 = \frac{143 - 17}{6} = 21 \quad \checkmark$$

ז' יתקאה ש' קאה ו- ס' מטלואים.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה ABC הוא משולש ישר זווית,  $\angle CAB = 90^\circ$  (ראה סרוטות).

נתון:  $AC = 12$ ,  $AB = 9$ .



הזווית שבין המקצת הצדי SB ובין הבסיס ABC שווה ל-  $30^\circ$ .

א. חשב את גובה הפירמידה, SO.

ב. חשב את נפח הפירמידה.

נתון: נקודה M היא אמצע הצלע AB.

נקודה E נמצאת על הקטע OM כר שמתקיים:  $OE = 2 \cdot EM$

ג. מצא את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש SEM.

א) חישוב ומחאה בסיס תיאורית ג'ו.ס, אל גדרה טען הכלוא

וב גודלו לא מושג.

:  $\Delta ABC - \text{הכלוא כב}$  כב  $\Delta ABC$ ?

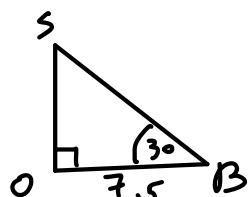
$$12^2 + 9^2 = CB^2 \rightarrow CB = 15$$

פתרון ס: SO הינה הצלגה יgcd רקיזה ס ג'ו.  
איכס הכלוא המופעם נער היפרמאזה. ג'כיכס  $R = CO = OB = R$

$$\text{כוון} \quad OB = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$\text{וכגיאל ס-ב-} \Delta OSB : \text{נערך}: \tan 30 = \frac{SO}{OB}$$

$$SO \approx 4.33$$

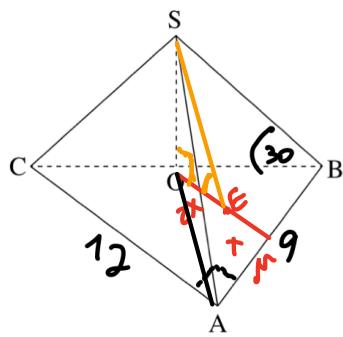


ב) חישוב שטח היפרמאזה (תשתך ג'י הילוחה):

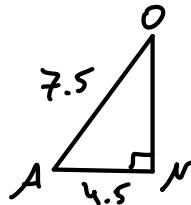
$$\text{ט-ב-} \frac{S_{\text{hyp}} \cdot h}{3} = \frac{\frac{12 \cdot 9}{2} \cdot 4.33}{3} = 77.94$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה



2) (הרי)  $AM = MB$   
 לכן  $\angle AOM = \angle COM$ , וזה מוכיח שטחן  $\triangle AOB$  שווה ל- $\frac{1}{2} \cdot AM \cdot OM$ .  
 $\triangle AOB$  ו- $\triangle AOM$  אסוציאטיביים.  
 $\therefore \triangle AOM \sim \triangle AOB$ . (תקולות)  $\Rightarrow$  אם  $\angle AOM = 30^\circ$



$$\Rightarrow OM^2 + 4.5^2 = 7.5^2$$

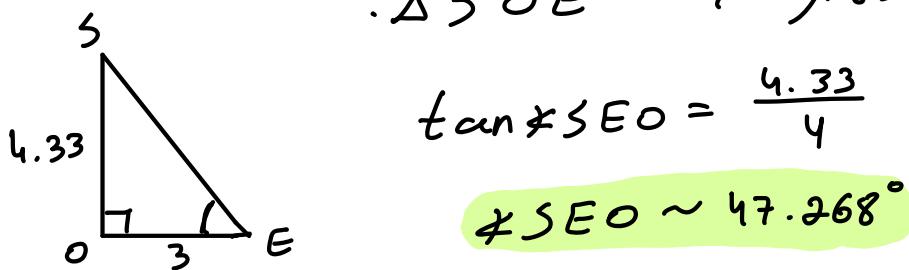
$$OM = 6$$

$$OE = \frac{2}{3}OM$$

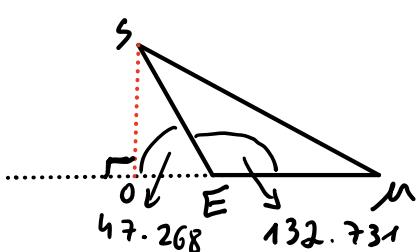
$$\downarrow$$

$$OE = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

(הוכיחו)  $\angle SOE = ?$

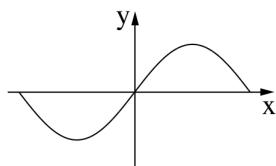


3)  $\triangle SEM$  הוא ישר קביה דווים, ו' $\angle SEM$ ' גודל השער בזווית חיצונית. נוכיח כי זווית  $\angle SEM$  שוויה ל- $47.268^\circ$ .  
 כדי証明  $\angle SEM = 47.268^\circ$ , נזכיר קבוצה נוספת:



$$EM = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

$$\angle SEM = \frac{4.33 \cdot 2}{2} = 4.33$$



3. הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $(x)' f'$  מוגדרות בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת  $(x)' f'$ .

נתון כי הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)' f'$  חותך את ציר ה- $x$  בשלוש נקודות בדיקוק:

$$\left( -\frac{\pi}{2}, 0 \right), (0, 0), \left( \frac{\pi}{2}, 0 \right).$$

א. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $(x)f$ .

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)f$ , וקבע את סוגן.

$$\text{נתון: } f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}.$$

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)f$  עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)f$ .

העבירו משיק לגרף הפונקציה  $(x)f$  בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוספים בנקודת המינימום שלה.

ה. מצא את שיעורי נקודה המפגש של שני המשיקים.

בתשובתך דיקק 2 ספורות אחרי הנקודה העשורתית.

א) רוחן כמייג'י'יז גז  $\rightarrow$   $f(x)$  הוא רוחן כמייג'י'יז ייחודי.

$$\text{של"ג}: -\frac{\pi}{2} < x < 0$$

$$\text{וילג}: 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

ב) גז רוחן הלא"ז ולייזה ורוחן הגדילה:

$$x = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \text{לא"ז}$$

$$x = 0 \rightarrow \text{וילג}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{לא"ז}$$

$$f(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$0 = \sin^2 x - \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \quad \text{מיציאם גז ו-} x :$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = 30 + 360^\circ$$

$$\rightarrow x_2 = 150 + 360^\circ$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$$\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow x_1 = -30 + 360k$$

$$\qquad \qquad \qquad x_2 = 210 + 360k$$

הפתרונות הקיימים מתקיימים כמפורט:

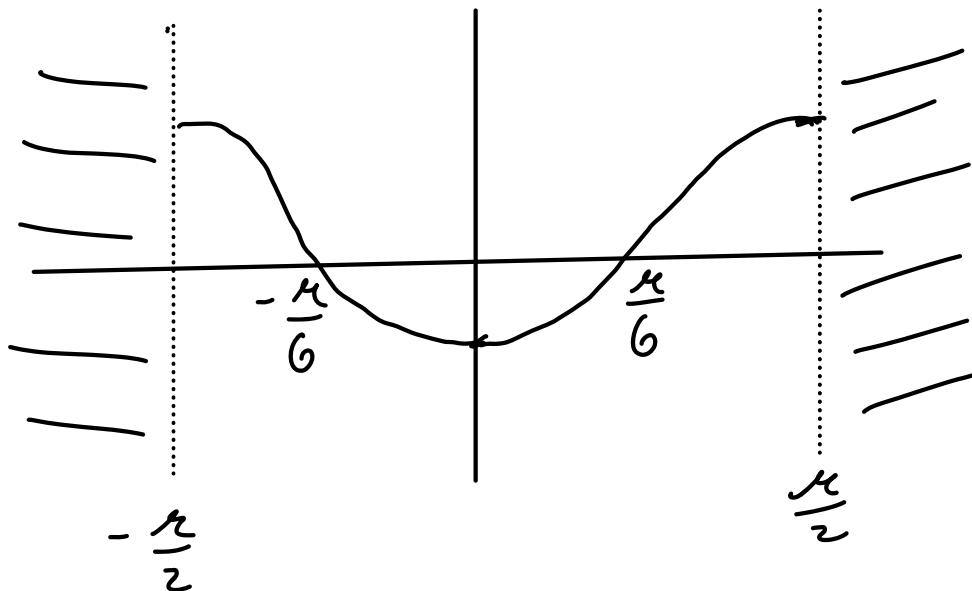
$30^\circ, -30^\circ$

או ככזאתם:

$$x=0 \rightarrow f(0) = \sin^2(0) - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} : y =$$

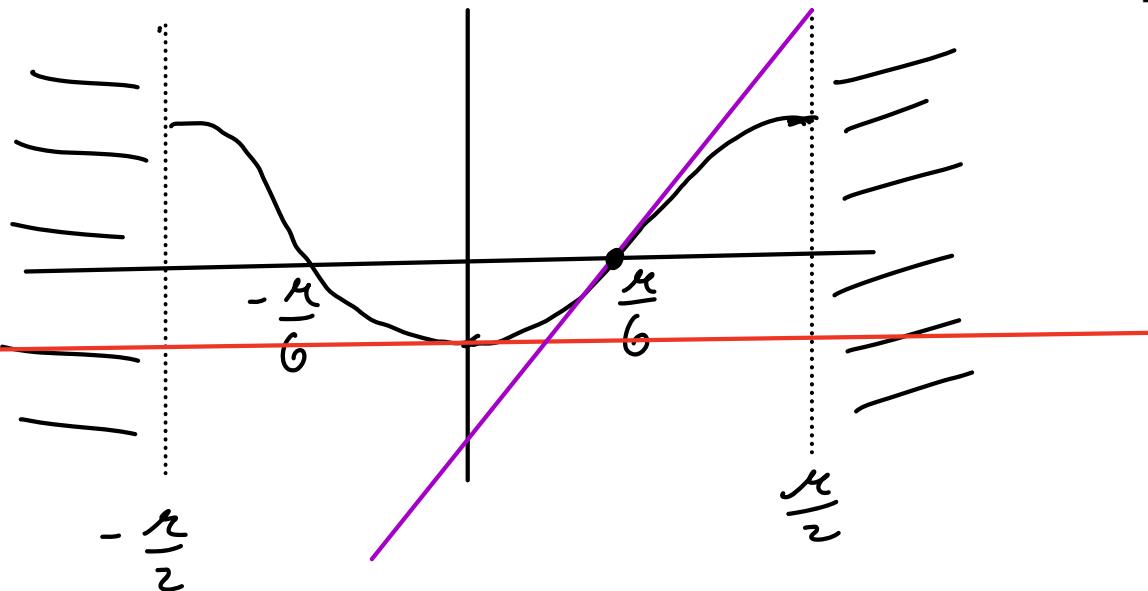
$(0, -\frac{1}{4})$

ג'. פורסם יסודן הקואורדינט:



**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה



כ) נסמן הנטייה הלאה קד' הנעילה  
 $y = -\frac{1}{4}$        $(\frac{\pi}{6}, 0)$  נסמן הנטייה יתאכ' ג'ונ'

$$F'(x) = 2 \sin x \cos x \rightarrow F'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

כך נסמן הנטייה:

$$y - 0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(x - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$$

(א) נסמן הנטייה הנגדית ב- $x$ :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{\sqrt{3}\pi}{12} = -\frac{1}{4} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} x = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x = 0.2034 \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = 0.235$$

כך (0.235, -0.25) הינו נקודות:

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

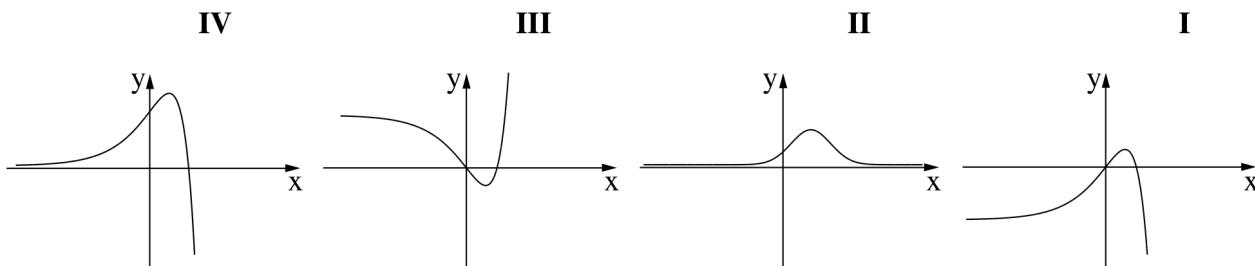
בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

4. נתונה הפונקציה:  $y = -e^{2x} + 4e^x - 3$ .  $f(x)$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(f(x))$  עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $(f(x))$ , וקבע את סוגה.

ג. אחד מן הגרפים I-IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה  $(f(x))$ . קבע איזה מהם ונמק את קביעתך.



נתונה הפונקציה:  $y = f(x) + b$ .  $b$  הוא פרמטר.

העבירו משיק לגרף הפונקציה  $(g(x))$  בנקודת הקיצון שלה.

ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות  $b$ ).

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(g(x))$ , על ידי המשיק שמצאת בסעיף ד ועל ידי ציר  $y$ .

$$y = -e^{2x} + 4e^x - 3$$

2) מינימום נסרך:

$$t^2 = e^{2x} \leftarrow t = e^x \quad \text{נוסחה:}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -t^2 + 4t - 3 \quad / : -1 \\ 0 &= t^2 - 4t + 3 \\ 0 &= (t-3)(t-1) \\ t &= 3 \quad \downarrow \quad t = 1 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} e^x &= 3 \rightarrow x = \ln 3 \\ e^x &= 1 \rightarrow x = 0 \\ (0, 0) &\quad (0, 0) \end{aligned}$$

3) 極imum נסרך:

$$F'(x) = -2e^{2x} + 4e^x = 0 \quad - \quad \text{(c)}$$

$$e^x(-2e^x + 4) = 0$$

$$\begin{aligned} e^x &= 0 \quad -2e^x + 4 = 0 \\ e^x &= 2 \rightarrow x = \ln 2 \end{aligned}$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$$\begin{aligned}
F(\ln 2) &= -e^{2 \ln 2} + 4e^{\ln 2} - 3 \\
&= -e^{\ln 2^2} + 4 \cdot 2 - 3 \\
&= -4 + 8 - 3 = 1 \rightarrow (\ln 2, 1) : \text{ה�יאן}
\end{aligned}$$

(ב) סעיף ב':

$$F''(x) = -4e^{2x} + 4e^x, F''(\ln 2) = -4e^{\ln 2^2} + 4e^{\ln 2}$$

$$-4 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = -8 < 0 \rightarrow \max$$

ה�יאן:  $\max(\ln 2, 1)$

(ב) סעיף ב':  $\max(\ln 2, 1) = \ln 2$  (ה�יאן)

כשנמצא את קאנון כ' ימיה נתקדש:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -e^{2x} + 4e^x - 3 = -3$$

כפואר, סעיף I: ה�יאן הרכוי.

$$g(x) = F(x) + b$$

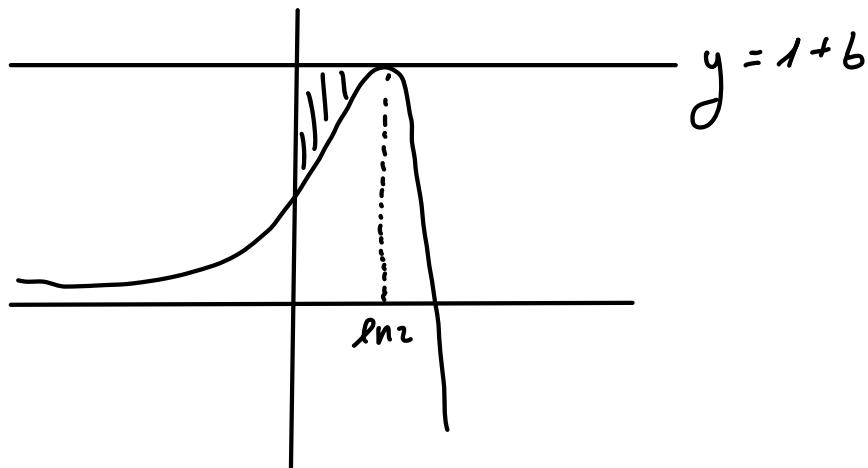
(ב) גפואר, כתשנה כי הדרישה ארוכין לאסקה (באם בק' ימיה) או נגזר

(באם בק' ימיה). נשים הצלחה קאנון קאנון, אוגר גפואר גדרון,

$y = 1 + b$ . כוונת שאלות אלה היא  $(\ln 2, 1+b)$ .

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה



$$\int_0^{\ln 2} 1 + b - (-e^{2x} + 4e^x - 3 + b) dx$$

$$\int_0^{\ln 2} e^{2x} - 4e^x + 4 dx = \left. \frac{e^{2x}}{2} - 4e^x + 4x \right|_0^{\ln 2}$$

$$= \left[ \frac{e^{2\ln 2}}{2} - 4e^{\ln 2} + 4 \cdot \ln 2 \right] - \left[ \frac{e^0}{2} - 4e^0 + 0 \right]$$

$$= 2 - 8 + 4 \ln 2 - \frac{1}{2} + 4 \sim 0.273$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = 3x \cdot \ln(ax)$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודת שבה  $x = \frac{1}{3e}$ .

ב. מצא את  $a$ .

הצב  $a = 3$ , וענה על הטעיפים ג-ו שלפניך.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $x$ .

ד. מצא את שיעור  $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוג הקיצון.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ו. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(x)$  שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה  $f(x)$ .

פונקציית הנזורה  $(x) = g'(x) = -\frac{1}{x}$  מקיימת:

האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון?

אם כן – מצא את שיעור  $x$  של נקודת הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגה. אם לא – נמק.

$$x > 0 \quad (k)$$

$$f'(\frac{1}{3e}) = 0 \quad (\text{תו} \text{ן})$$

לחות וריבוי נספסות:

$$F'(x) = 3\ln(ax) + \frac{3ax}{ax}$$

$$F'(x) = 3\ln(ax) + 3$$

$$F'(\frac{1}{3e}) = 3\ln(\frac{a}{3e}) + 3 = 0$$

$$3\ln(\frac{a}{3e}) = -3 \rightarrow \ln(\frac{a}{3e}) = -1$$

$$e^{-1} = \frac{a}{3e} \mid \cdot 3e \rightarrow 3e \cdot e^{-1} = a$$

$$a = 3$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

2) מינימום ביר

$$\begin{aligned} 0 &= 3x \cdot \ln(3x) \\ &\downarrow \qquad \downarrow \\ x &= 0 \qquad \ln 3x = 0 \\ &\downarrow \qquad \downarrow \\ \text{ריבועים} & \quad e^0 = 3x \\ \frac{1}{3} &= x \rightarrow \left(\frac{1}{3}, 0\right) \end{aligned}$$

. (ריבועים וטורים)  $y - y$  - ביר מינימום ביר

3. ריבוע הערך :  
 ריבוע הוא מוגדר כר' קוויה  
 היקום). א' ו' ב':

$$F\left(\frac{1}{3e}\right) = 3 \cdot \frac{1}{3e} \cdot \ln\left(3 \cdot \frac{1}{3e}\right)$$

$$\begin{aligned} F\left(\frac{1}{3e}\right) &= \frac{1}{e} \cdot \ln\left(\frac{1}{e}\right) \\ &= \frac{1}{e} \cdot \ln(e^{-1}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{e} \cdot (-1) = -\frac{1}{e}$$

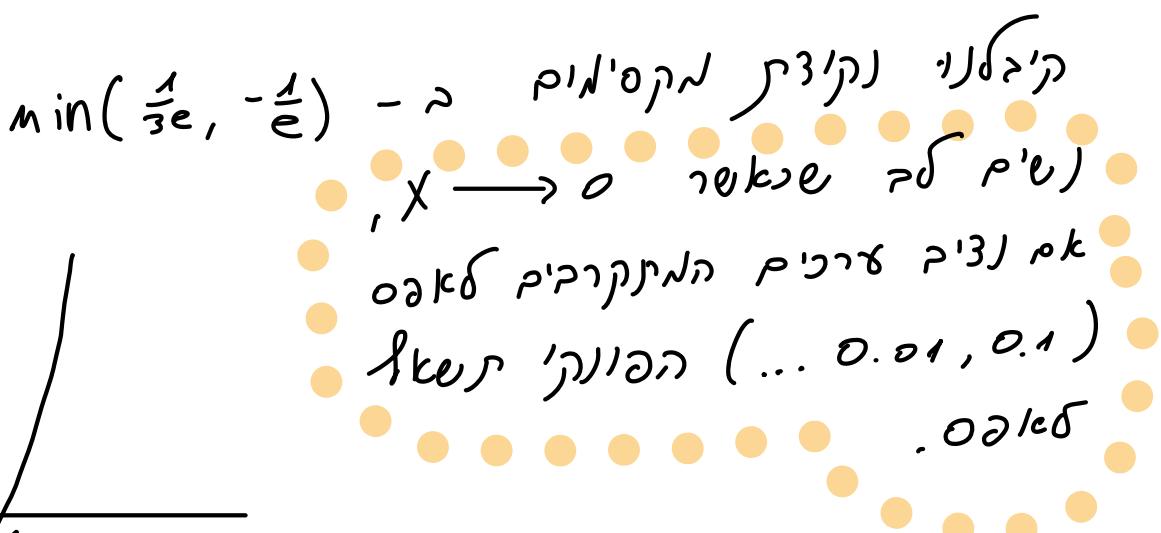
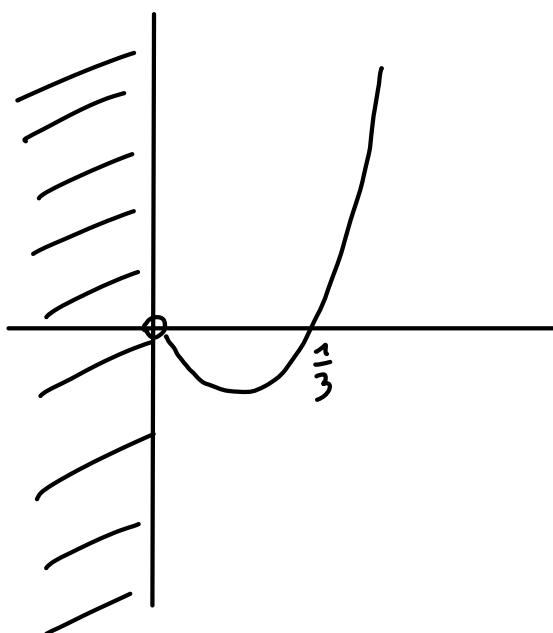
**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

(ב) שג זר הפלקציה:

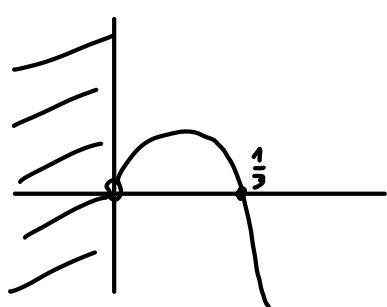
$$F''(x) = \frac{3 \cdot 3}{3x} = \frac{3}{x}$$

$$F''\left(\frac{1}{3e}\right) = \frac{3}{\frac{1}{3e}} > 0 \rightarrow \min$$



1) רקורסיה כווק, חוצהה: ( $g(x) = -F(x)$ )  $g'(x) = -f(x)$

כגון שיכור פועל הרוצחים על  $g(x)$  ויכוח כמ:



אכ'ויל ש:  $T = \left(\frac{1}{3}\right)g$  וק"מ לאחר נח'זקיון

ההתקפה. ה'י שואן קפהון,

ה'י שואן קפהון נזוז'זם

ה'ז'זם שקה  $x = \frac{1}{3}$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה