

פתרונות בחינות הבגרות במתמטיקה

מועד קיץ מיוחד 2021, שאלון 482

(805)

נכתב ע"י צוות המרצים של HIGHQ

השאלון בדפים 6-2, פתרונות לאחר מכון

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטת המהירה והmobilia להצלחה

בגרות
מועד מיוחד, קיץ תשפ"א, 2021
035482
דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד
סוג הבחינה:
מועד הבחינה:
מספר השאלה:
נספח:

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעיה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלה ופתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, בהם חמיש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גידלה וდעיכה, חיבורן דיפרנציאלי אינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעירכיות
ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times \frac{1}{3} = 33$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גрафי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון שיש בו אפשרות תכונות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתק את השאלה; סמן את מספורה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מותבצעים בעזרת מחשבון.
הסביר את בל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבחינה.

כתב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדף שאינו במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיה, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבדיקה.

ענה על שלוש מן השאלות 1–5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_4 = 12$, $a_7 = -96$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

נתון: בסדרה a_n יש מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים של הסדרה הוא 262,143.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה a_n .

נתונה סדרה חשבונית b_n המקיימת: $b_1 = a_3$, $b_7 = a_6$.

ג. (1) מצא את הפרש הסדרה b_n .

(2) מצא את מיקומם של שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכוםם הוא 357.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבבסיס ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה סרטוט).

נתון: $AB = 12a$, $BC = 9a$. a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC.

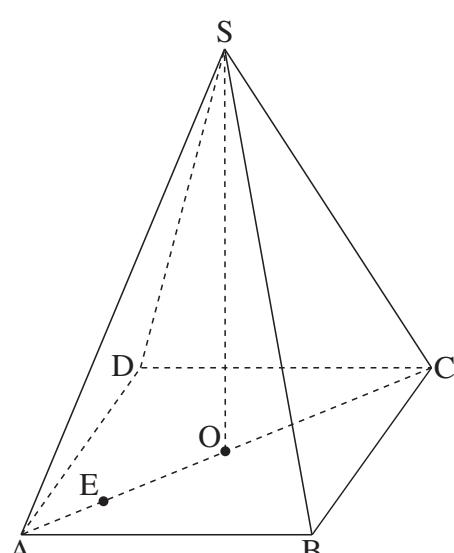
E היא נקודה על האלכסון AC כך שמתקיים: $EC = 4 \cdot AE$.

נתון כי גודל הזווית שבין SE לבסיס הוא 80° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

ג. נתון כי שטח המשולש SEO שווה ל- 130.

חשב את נפח הפירמידה המשולשת SABC.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חישוב דיפרנציאלי וrintegrali
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

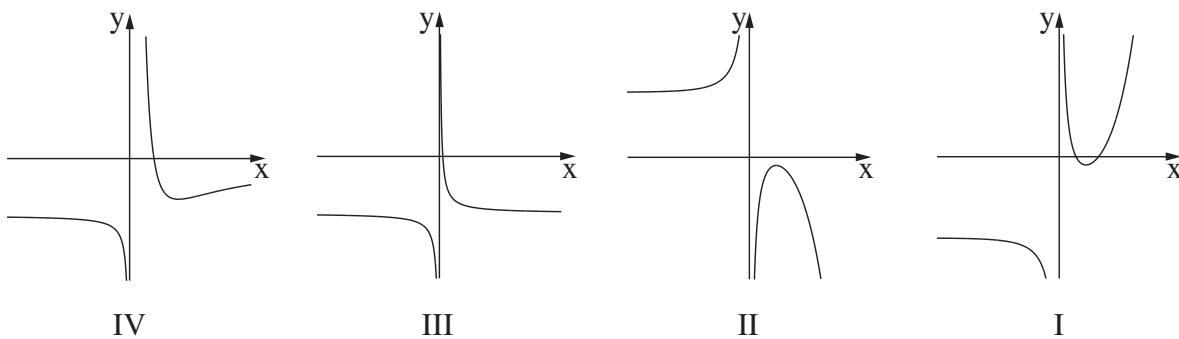
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -4 \sin x - \cos x$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- ד. הוכח כי $g(x) = -2f(x)$ לכל x בתחום.
- ה. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- (2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $g(x)$.
- ו. מצא בעבור איזה ערך של k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בשלוש נקודות שונות.

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$$

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) רשם את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (2) אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתו.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
- מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.



.5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- y .
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $b = f(x) + g(x)$. b הוא פרמטר.

ה. קבע איזו מן הטענות (1)-(2) שלפניך נכונה. נמק את קביעתך.

(1) כאשר $0 < b$, גраф הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(2) כאשר $0 > b$, גраф הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

- ו. נתון כי הישר $y = -0.75\ln(x) - 0.75$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.
מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

בצלחה!

1. נרמז a_n גורם המרץ הרצוי $a_1 - 1 = a_1$ ו- $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ אם והלא:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 \cdot q^3 = 12 \\ a_4 \cdot a_1 \cdot q^6 = -90 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_4}{a_1} = \frac{a_1 \cdot q^3}{a_1 \cdot q^6} = \frac{12}{-90}$$

$$\frac{q^3}{q^6} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{q^3} = -\frac{1}{8}$$

$$q^3 = -8 \Rightarrow q = -2$$

ר³ = q = -2 ו- 3: גורם המרץ הרצוי

$$a_n = a_1 \cdot (-2)^3 = -8a_1 \Rightarrow a_1 = -1.5$$

2. סען כ- 2,512,143. אגף (אוצר 555 מיליארדי).

הנחיים חילוגים של פאיהם גורם.

$$S_{2,512} = \frac{a_1 \cdot (q^{2,512} - 1)}{q - 1} = \frac{3(2,512 - 1)}{3} = 2,512,143$$

$$4^n = 2,512,143 \Rightarrow n = \frac{\ln(2,512,143)}{\ln(4)} = 9$$

נ⁹ כ- 9 גודל אוצר 9 מיליארדים כי, אגדט נסבטי או מיליארדים.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGH Q

בשיטת המורה והМОוביל להצלחה

סיכון שיטורי
אג'ערן-לכטן
הכט נאכטן סוכטן
שיטורי מארטן



ספורית שיטורי
כל היותר
ספורית גאנז
בלטן מילל מאכטן



העמן לפט הקרוּט
העמן מוכנים עם
טיטני הונטני פיטטני



תרגום זמין ב- WhatsApp
לכל שאלות מרגע הדושט
על בנטהו



$$\begin{aligned} b_1 = a_3 &= -1.5 \cdot (-2)^2 = -6 \\ b_7 = a_6 &= -1.5 \cdot (-2)^5 = 48 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} b_7 - b_1 = 6d \\ 5d = 6d \end{array} \\ &\quad d = 9 \end{aligned}$$

2) רבעה הנדסית גודלה כפולים סמוכים זה לזה:

$$\begin{aligned} b_n \cdot b_{n+1} &= 357 \Rightarrow b_n(b_{n+1}) \quad b_n \cdot b_n + d = 357 \Rightarrow \\ 2b_n \cdot 9 &= 357 \Rightarrow 2b_n = 357 \Rightarrow b_n = 17n \end{aligned}$$

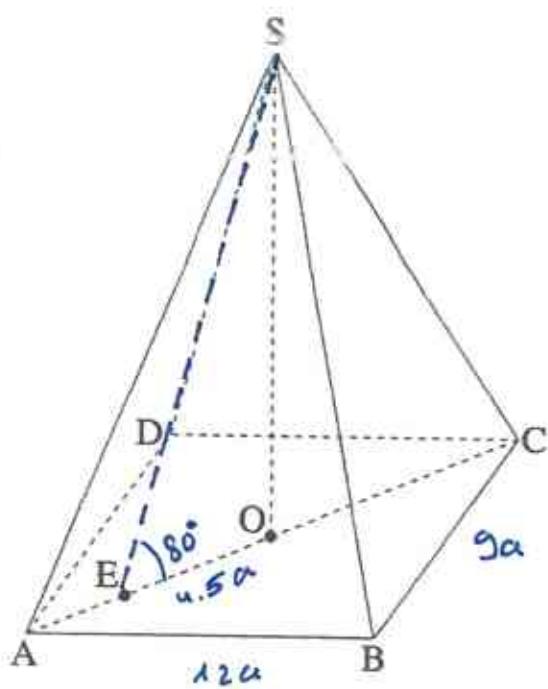
ריבוע הנדסית b_n הינו תרשים מלבני הנגדי הרצוף:

$$\begin{aligned} b_n \cdot (n-1)d &= 17n \Rightarrow -60 + (n-1) \cdot 9 = 17n \\ 9(n-1) &= 180 \Rightarrow n-1 = 20 \Rightarrow n = 21 \end{aligned}$$

פתרונות סעיפים 2 ו- 22-1 סעיפים קיימים.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטת המהירה והmobilitה להצלחה





2. נתנו ΔABC ו- S נקודה מחוץ למשולש. $SO \perp \Delta ABC$, $\angle S0A = 80^\circ$. $AB = 12a$, $BC = 9a$.
 $AC = ?$

$$AC^2 = BC^2 + AB^2 \quad (1)$$

$$AC^2 = (9a)^2 + (12a)^2$$

ריבוע $AC^2 = 81a^2 + 144a^2 = 225a^2$
 $AC = 15a$

נמצא במשולש $AE0$ $\angle AE0 = 80^\circ$ הינו נגדי $AE:EO = 1:5$.

$$EO = 4.5a, EO = AO - AE \quad O \text{ נון נס}$$

אך $\angle SOE = 80^\circ$ איקס איקס.

$$\tan(\angle SOE) = \frac{SO}{EO} \Rightarrow \tan(80^\circ) \cdot 4.5a = 50 \Rightarrow SO = 25.52a$$

2. גובה ΔABC הוא $SO = 25.52a$

$$S_{\Delta ABC} : 130 = \frac{SO \cdot EO}{2} \Rightarrow 114.86a^2 = 200 \Rightarrow a^2 = 2.26$$

$$a = 1.5$$

$$\sqrt{\frac{a \cdot b \cdot c \cdot S_{\Delta ABC}}{130}} = \sqrt{\frac{\frac{9a \cdot 12a}{2} \cdot 25.52a}{3}} = \sqrt{459.36a^3} = \sqrt{108 \cdot 1550.36}$$

결과

$$1550.36$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחיים של HIGHQ

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

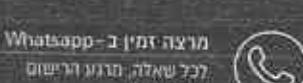
סיכון טיעורו
לא צפוי וסבירו
הטענה מתקיימת סיבוכו



סיכוי טיעורו
כגבורותיו
כתחום לאסן
בכל זמן מוגבל מוכן



ירענן לפני הבחינה
תבונן מוגבל שטח
תחום הינה ייחודי ייחודי



$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$$

$$(x=0) \quad y=0.3$$

$$f(0) = \sin(2 \cdot 0) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(y=0) \quad x=0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sin(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

ריצ'י, חישוב נס:

$$2x = \frac{-\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\left(-\frac{\pi}{12}, 0 \right), \left(-\frac{5\pi}{12}, 0 \right), \left(0, \frac{1}{2} \right)$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{12} + \pi k, x_2 = \frac{7\pi}{12} + \pi k$$

$$\downarrow \text{ריצ'י} \quad k=0$$

$$x = -\frac{\pi}{12}$$

$$\downarrow \text{ריצ'י} \quad k=-1$$

$$x = -\frac{5\pi}{12}$$

$$f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$$

ריצ'י (25%)

$$f'(x) = 2 \cos(2x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm \frac{\pi}{4}$$

השווים
 $k = 0, -1$

$$f'(x) = -4 \sin(2x) \quad \text{ריצ'י, חישוב:}$$

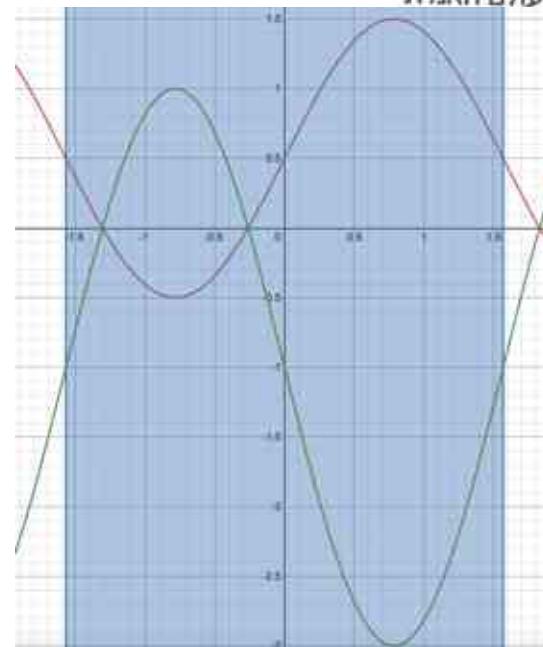
$$f''(\frac{\pi}{4}) = -4 \sin(\frac{\pi}{2}) = -4 \rightarrow \max(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2})$$

$$f''(-\frac{\pi}{4}) = -4 \sin(-\frac{\pi}{2}) = 4 \rightarrow \min(-\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2})$$

$$\max(-\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}), \min(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}) \quad \text{ריצ'י, חישוב:}$$

F(x)

G(x)



$$\therefore \frac{-\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{פונקציית } g(x) = -4\sin(x)\cos(x)$$

$$g(x) = 2 \left(-2\cos(x)\sin(x) - \frac{1}{2} \right) = 2 \left(-\sin(2x) - \frac{1}{2} \right) = -2 \left(\underbrace{\sin(2x)}_{-2x} + \frac{1}{2} \right)$$

$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

(1) נרמזו בפ' ג' ייטם וכיוון כי פ' ג' (בנוסף ל-3) מינוס, אולם לא צפוי
ב-3 נספחים נגדיים כ-(-2). גם:

$$\min \left(-\frac{\pi}{2}, 1 \right), \max \left(-\frac{\pi}{2}, 1 \right), \min \left(\frac{\pi}{2}, -3 \right), \max \left(\frac{\pi}{2}, -1 \right)$$

(2) נרמזו בפ' ג' (בנוסף ל-3) סעודה.

ל) ימ' $k=-1$, זיקן \min/\max לא יתאפשר.

בגרות משלימים או משכרים ורק עם המומחים של HIGH Q

בשיטתה המהירה והmobilitה להצלחה

סיכון שיעורית
אנו צריכים לך
הורים אנו מודים לך!



ספרייה שיעורית
כל החומר
פונקציות בעקביה,
ובכל תופעה מושגית



ראעון פנוי ותוקף
תודות מגניפיקס
תומכי הכתה וחו"ם



מקרה זמין ב-app
אקל שאלות, מתרענ-הורייזון
עד הדחתה



$$f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^{x-1}} - 7$$

(1) מ"מ: $(e^{2x} + 3) - 7 \neq 0$

$$e^{x-1} \neq 0 \Rightarrow e^x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$

(2) נ"ל, $x=0$ הנקה סוללה בפונקציית $f(x)$, אם $x=0$ מ"מ.

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^{x-1}} - 7 \Rightarrow u = e^{2x} + 3 \quad v = e^{x-1} \quad \text{ב) פולר}$$

$$u' = 2e^{2x} \quad v' = e^x$$

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^{x-1}) - e^x(e^{2x} + 3)}{(e^{x-1})^2} = 0$$

$$\underline{2e^{3x}} - \underline{2e^{2x}} - \underline{e^{3x}} - \underline{3e^x} = 0 \Rightarrow e^{3x} - 2e^{2x} - 3e^x = 0$$

$$e^x(\underline{3e^{2x}} - \underline{2e^x} - 3) = 0$$

$$\begin{array}{lll} \downarrow & \downarrow & \\ e^x = 0 & e^x = 3 & e^x = - \\ \emptyset & \downarrow & \downarrow \\ \boxed{x = \ln(3)} & & \emptyset \end{array}$$

רלוונטי כ"א (100%): $f'(x) \neq 0$ חוץ אחד הנקה זריזה אחת. אם x מוגבל:

בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGH Q

בשיטת המהיריה והmobilita להצלחה



$$f'(x) = e^{3x} - 2e^{2x} - 3e^x$$

$$f''(x) = 3e^{3x} - 4e^{2x} - 3e^x \rightarrow f''(\ln(3)) = 3(6) \rightarrow f(\ln(3)) = -1$$

הערך מינימלי
מינ ($\ln(3)$, -1)

(2) $y = e^x : x > \ln(3)$ 0 < $x < \ln(3)/10$ $x < 0$: יי'ג

$$(x=0) y = 0.3$$

הערך מינימלי.

$$(y=0) x = 0.3 \quad (1) \quad (3)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7 = 0$$

$$e^{2x} + 3 = 7e^x - 7$$

~~$e^{2x} + 3 = 7e^x - 7$~~

$$e^{2x} - 7e^x + 10 = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ e^x = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \downarrow \\ e^x = 5 \end{array}$$

$$x = \ln(2)$$

$$x = \ln(5)$$

(2) סעודה ה/א/ס גתק.ו, רטיה צבוי I וטיה צבוי.

f(x) הינו הקטנה מ-g(x). גודלה של g(x) מ-f(x) הינו הילוך.

לפ' גודלן של f(x) מ-3 מ-0 (אחת). שרטון צייר ניקיון.

g(x) מינ/ \max $x = \ln(2), \ln(5)$: גודלן של g(x)

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGH Q

בשיטת המהירה והמודילה להצלחה



$$f(x) = \ln(-x^2 - x + 3) \quad .5.$$

א) נסמן $x^2 + 4x - 3 > 0$ $\Rightarrow 0 < x^2 + 4x - 3$
 פונקציית \ln מוגדרת ב- $x^2 + 4x - 3 > 0$
 $x = 1, 3$

לפנינו חישוב של $x^2 + 4x - 3 > 0$!

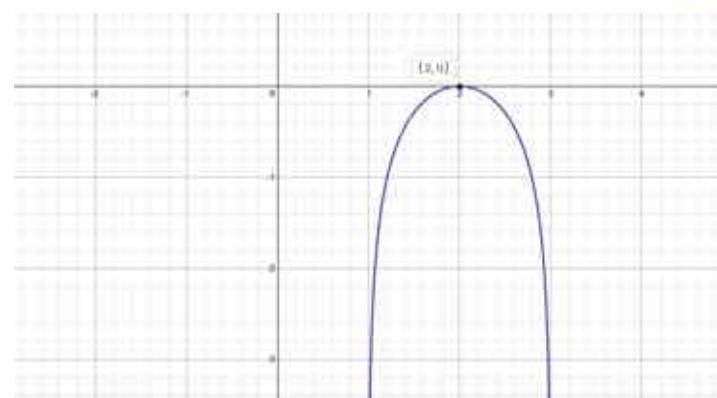
(2) סעיף א) מילוי פונקציית $f(x) = \ln(-x^2 - 4x - 3)$, הנקודות רוחב ים כ- 3
 וординר ניקיון, \ln , הנקודות מוגדרות $x \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$.
 $f'(x) = \frac{-2x - 4}{-x^2 - 4x - 3} = 0 \rightarrow 2x + 4 = 0 \rightarrow x = -2$

$$f'(x) = \ln(-x^2 - 4x - 3) \quad .5$$

$$f''(x) = \frac{-2}{-x^2 - 4x - 3} = -2 \rightarrow f''(-2) = -2 < 0 \rightarrow \text{极大值}$$

ריבוע $-2 < x < 1$, $f(x)$ מוגדרת רק בתחום $x < -3$ ו- $x > 1$:
 $f''(x) = -2 \Rightarrow \text{极大值}(-2, 0)$

$$2) \text{ יי-יכו: } 1 < x < 2 \\ \text{ ו-יככו: } 2 < x < 3$$



(3)

ברורות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGH Q

בשיטת המהירה והਮובילה להצלחה

סוכנויות
א. ציריך דיסקונט
הכט' נטולכם פיקט
טיטראט' חטואט'



מכירת טיעונים
כ-7 הפליטים
טיטוח לדכנייה
ככ-100 מיל' מיל' מיל'



רשות לפיפי הוקום
טיטוח טכני טט'
טיטוח-כטט' ייחוד' יט'

מוצה זטן ב-app
כל שאלת' מוטט' וטיטט'!
ער' הנטהט'



ה(ט) כי אם ה- $\frac{dy}{dx}$ הינה לאו מ- y אז $\frac{dy}{dx} = 0$. אך אם $\frac{dy}{dx} \neq 0$ אז y מינוס.

במקרה של $y = \ln(x)$ ($x > 0$) מינוס y מינוס / מינוס y מינוס.

ה(ט) מינוס מינוס.

(2) מינוס מינוס ($y = \ln(x)$) מינוס מינוס ($y = \ln(x)$) מינוס מינוס.

$b = -\ln(\frac{3}{2})$ ו- $y = -\ln(\frac{3}{2})$ מינוס מינוס ($y = -\ln(\frac{3}{2})$ מינוס מינוס).

תור גראונד ויסט. ב- $x = 2$ מינוס מינוס ($y = -\ln(\frac{3}{2})$ מינוס מינוס).

$$g(x) = 0 \Rightarrow f(x) - \ln(\frac{3}{2}) = 0 \Rightarrow f(x) = \ln(\frac{3}{2})$$

רואה מינוס מינוס:

$$-x^2 + nx - 3 = \frac{3}{2} \Rightarrow -x^2 + nx - 3 - \frac{3}{2} = 0$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 2.5 \\ x_2 = 1.5 \end{array}$$

(2.5, 0)

(1.5, 0)

בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ
בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

