

**פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה**

**מועד קיץ א' 2021, שאלון 482**

**(805)**

**נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ**

**השאלון בדפים 2-5, פתרונות לאחר מכן**

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

## מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון שני

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך —  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

#### סדרות

1. נתונות שתי סדרות:  $a_n = 4n + 1$ ,  $b_n = 9 - 2n$ .

א. (1) מצא את  $a_1$  ואת  $b_1$ .

(2) הוכח כי שתי הסדרות הן סדרות חשבוניות, ומצא את הפרשיהן.

סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  הוא 860.

ב. (1) מצא את  $k$ .

(2) מצא את סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$ .

נתונה סדרה חדשה המקיימת לכל  $n$ :  $c_n = a_n - b_n$ .

ג. האם  $c_n$  היא סדרה חשבונית? הוכח את תשובתך.

ד. מהו סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$ ? הסבר את תשובתך.

#### טריגונומטריה במרחב

2.  $SABCD$  היא פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

נתון:  $BC = 2$ ,  $AB = 6$ ,  $SC = 4$ .

א. חשב את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

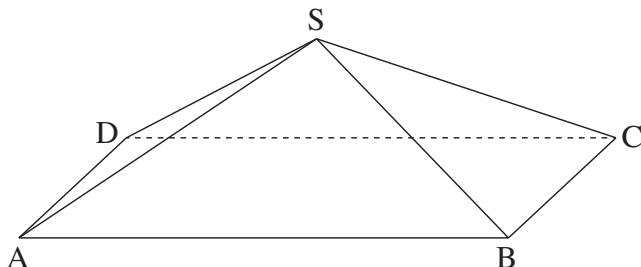
ב. (1) מצא את הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

ובין בסיס הפירמידה.

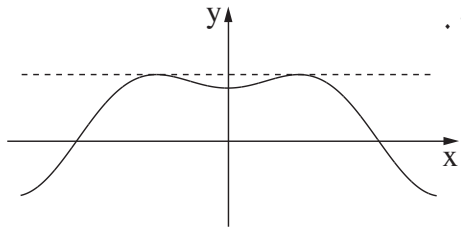
(2) מצא את שטח המשולש  $ASC$ .

ג. (1) מצא את זווית הראש של כל הפאות הצדדיות של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה**



3. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

נתון:  $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos x + c$ .  $c$  הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

קבע את סוגן בעזרת גרף הפונקציה.

נתון כי הישר  $y = 1.25$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות

המקסימום של הפונקציה (ראה סרטוט).

ב. (1) מצא את  $c$ .

(2) רשום את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + b$  ( $b$  הוא פרמטר).

ג. מצא את הערך של  $b$  שעבורו הפונקציה  $g(x)$  משיקה לישר  $y = 0.25$  (מצא את שלושה האפשרויות).

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$ ,  $a > 0$ , הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. הבע באמצעות  $a$  את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  היא  $(0, -2)$ .

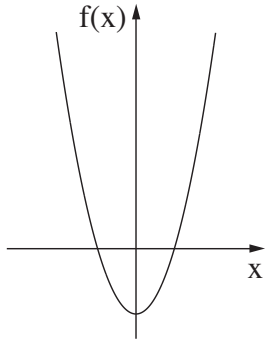
ג. מצא את  $a$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות אופקיות:  $y = 2$  בעבור  $x \rightarrow \infty$  ו-  $y = 0$  בעבור  $x \rightarrow -\infty$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x)|$ .

מה הם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $y$ ?



5. לפניך גרף הפונקציה  $f(x) = x^2 - 4$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ ?

נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $g(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

### בהצלחה!

1. א. א. (1) נציג את  $a$  היחידה  $(n+1)$  ברוסטר (האיבד הכל) הימני:

$$a_n = 4n + 1$$

$$b_n = 9 - 2n$$

$$a_1 = 4 \cdot 1 + 1 = 5$$

$$b_1 = 9 - 2 \cdot 1 = 7$$

(2) בכדי לזכור אופייה של  $S_n$  הינה חשבונית, (כדי לזכור אופייה של  $d$ ):  $S_{n+1} - S_n = d$   
כאשר  $d$  קבוע ואינו תלוי ב- $n$ :

$$a_n = 4n + 1$$

$$a_{n+1} = 4(n+1) + 1 = 4n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n + 5 - (4n + 1) = 4n + 5 - 4n - 1 = 4$$

$$b_n = 9 - 2n$$

$$b_{n+1} = 9 - 2(n+1) = 9 - 2n - 2 = 7 - 2n$$

$$b_{n+1} - b_n = 7 - 2n - (9 - 2n) = 7 - 2n - 9 + 2n = -2$$

$a_n$  חשבונית אריתמטית 4

$b_n$  חשבונית אריתמטית -2

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot [2 \cdot 5 + (n-1) \cdot 4] = 800 \Rightarrow 1720 = n(4n+6) \Rightarrow$$

$$4n^2 + 6n - 1720 = 0 \Rightarrow n = 20 \quad (n_2 = -21.5)$$

$n \in \mathbb{N}^+$  (כפי)

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
לא צריך לזכור  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים תמציי



סכרית שיעורים  
כל השיעורים  
מתחילים לצמייה  
בכל זמן ומכל מנשר



רענון לפני הקורס  
הגיש מוכנים עם  
חומרי הכנה ייחודיים



מדינת זמין ב-Whatsapp  
לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הבחינה



(2) נתון  $a_n$  ו- $b_n$  בהצגה  $S_{20}$ :

$$S_{20} = 10 \cdot [2 \cdot 7 + 19 \cdot (-2)] = -210$$

(b<sub>n</sub>)

(3) נתון  $a_n$  ו- $b_n$  בהצגה  $S_{20}$  כפי שנתון:

$$c_n = a_n - b_n = 4n + 1 - (9 - 2n) = 6n - 8$$

$$c_{n+1} = a_{n+1} - b_{n+1} = 4n + 5 - (7 - 2n) = 6n - 2$$

$$c_{n+1} - c_n = 6n - 2 - (6n - 8) = 6n - 2 - 6n + 8 = 6$$

$c_n$  חשבונית שהפרשה 6.

(4) נתון  $a_n$  ו- $b_n$  בהצגה  $S_{20}$ :

$$c_n = a_n - b_n \Rightarrow S_{c_n} = S_{a_n} - S_{b_n} \Rightarrow$$

נדרש את הסכום הייחודי של  $a_n$  ו- $b_n$

(1) (2) ו- (3) ו- (4) ו- (5) ו- (6) ו- (7) ו- (8) ו- (9) ו- (10) ו- (11) ו- (12) ו- (13) ו- (14) ו- (15) ו- (16) ו- (17) ו- (18) ו- (19) ו- (20)

$$S_{20} = 800 - (-200) = 1000$$

(c<sub>n</sub>)

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
לא צריך לסכם!  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים מראש



ספריית שיעורים  
כל השיעורים  
סדורים בצפייה  
בכל זמן ומכל מקום

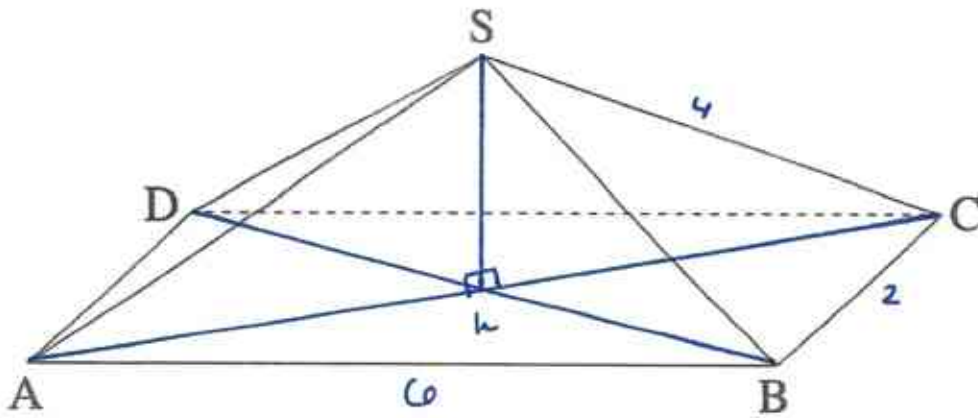


ריענון לפני הקורס  
הגיעו מוכנים עם  
חומרי הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp  
לכל שאלה, מרגע הכישרון  
עד הבחינה





(א) נגדן  $\triangle ABC$  מלבן אם נילצה ב.מ. בעזרת איקוואר אלפסון בסיס:

$$AC^2 = 2^2 + 6^2 = 40 \Rightarrow AC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

ב) כוא היות והפיגור יהיה ישרה נסיק ב הפיוור קין הזקצטור אגין הקסיס לרה בלמיו  
 פ הזקצטור. נויד דובה אקסיס ונסינו מל.  
 הסבה חילצה למי הטואכסון AC ולק נסיק ד:

$$\cos(\alpha) = \frac{HC}{SC} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{10}}{4} \Rightarrow \alpha = 37.70^\circ$$

(ג) נקרא למי הסובב  $S_H$  בעליות הזונטר שמצאנו:

$$\sin(37.70) = \frac{S_H}{4} \Rightarrow S_H = 4 \cdot \sin(37.70) = 2.45$$

$$S_{ASC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot S_H = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot 2.45 = 7.74$$

יהר

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
 לא צריך לסכם  
 הכנת עבודת סיכומי  
 שיעורים מאש



ספריית שיעורים  
 כל השיעורים  
 פתוחים לציפיית  
 בכל זמן ומכל מנשיך



רעננו לפני הקורס  
 היותו מוכנים עם  
 חומרי הבנה יחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp  
 לכל שאלה מרגע הרישום  
 עד הבחינה





הקוסינוסים הם משולשי  
 (ה) ידוע כי זווית היא  $\angle BSC = \angle ASD$  ומי  $\angle ASB = \angle DSC$ . נסמן  $\alpha$ .

$\angle ASB$ :  $6^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos(\angle ASB)$   
 $\angle ASB = 97.18^\circ = \angle DSC$

$\angle BSC$ :  $2^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos(\angle BSC)$   
 $\angle BSC = 28.96^\circ = \angle ASD$

$S_{שטח} = 2 \cdot S_{\text{משולש זבל}} + 2 \cdot S_{\text{משולש קטן}} = 2 \cdot \left( \frac{BS \cdot AS \cdot \sin(\angle BSA)}{2} \right) + 2 \cdot \left( \frac{BS \cdot SC \cdot \sin(\angle BSC)}{2} \right)$   
 הנינו סט-טריגונומי שלם הוצדק:

$16 (\sin(97.18^\circ) + \sin(28.96^\circ)) = 23.01$   
 י"ח

**בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
 לא צריך לסכם!  
 הכנו עבורכם סיכומי  
 שיעורים מראש



ספריית שיעורים  
 כל השיעורים  
 פתוחים לצפייה  
 בכל זמן ומכל מקום



ריענון לפני הקורס  
 הביטו מבנים עם  
 חומרי הבנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp  
 לכל שאלה, מרגע הרישום  
 עד הבחינה



$-\pi \leq x \leq \pi$  ,  $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos(x) + c$  . 3

(כ) גזירה:

$f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos(x) + c$

$f'(x) = +\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin(2x) - \sin(x) = \sin(2x) - \sin(x) = 0$

$\sin(2x) = \sin(x)$

$2x = (\pi - x) + 2\pi k$

$x = \frac{\pi - x}{2} + \pi k$

$3x = \pi + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$

$\downarrow$   
מקום:  $k = 0, \pm 1, -2$

$x = \pm \pi, \pm \frac{\pi}{3}$

$2x = x + 2\pi k$

$x = 2\pi k$

$\downarrow$   
רק סימא במסל  
 $x = 0$

ניסוי בגלל פסוק הנטל במטלה לקדם סאי קיבני

Min:  $x = \pm \pi$   
סב

Max:  $x = \pm \frac{\pi}{3}$   
בנקי

Min:  $x = 0$   
בנקי

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מיכחי שיעורים  
דא ערין לסכמו  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים מרעש



ספריית שיעורים  
כל השיעורים  
פתוחים לצפייה  
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס  
הגיע מוכנים עם  
חומרי הכנה ייחודיים



מנצה זמין ב- Whatsapp  
לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הבחינה



(2) נניח  $y = 1 \frac{1}{4}$  משן במקסימום הרי:  $f(\frac{\pi}{3}) = 1 \frac{1}{4}$

$$1.25 = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + c$$

$$\boxed{c = 0.5} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos(x) + 0.5$$

(2) נניח  $y_{\min}$  אולי

$$f(\pi) = f(-\pi) = y_{\min} \Rightarrow f(\pi) = -1 \Rightarrow \text{min}(\pm\pi, -1)$$

$$f(0) = y_{\min} \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow \text{min}(0, 1)$$

(2) בכדי לקיים את התנאי  $f(x) > 0.25$  (קיום)

$$y_{\min} = 0.25 \Rightarrow b = 0.75$$

$$(1) y_{\min} = 0.25 \Rightarrow b = -1$$

$$(2) y_{\min} = 0.25 \Rightarrow b = -0.75$$

$$(3) y_{\min} = 0.25 \Rightarrow b = 1.25$$

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכוחי שיעורים  
לא צריך לספד  
הכנס עבודכם סיכום  
שיעורים מראש



סכריות שיעורים  
כל השיעורים  
מתוחים למייד  
בכל זמן ומכל מקום



ריענון לפני הקורס  
הגישו מכנים עם  
חומרי הבנה ייחודיים



מרוצה זמין ב- Whatsapp  
ככל שאלה מרגע הרישום  
עד הבחינה



$a > 0, f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$

$e^x - a \neq 0 \Rightarrow e^x \neq a \Rightarrow x \neq \ln(a)$

(1) (2) נכנס מוכן לא איננו:

בדבר עסק זה המונח אינו מוגדר:  $x = \ln(a)$

$f(0) = \frac{a \cdot e^0}{e^0 - a} = \frac{a}{1-a}$

$(0, \frac{a}{1-a})$

(2)  $f(x) = 0 \Rightarrow a \cdot e^x = 0$

$e^x = 0 \Rightarrow \emptyset$   
 אי אפשר!

$f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a} \rightarrow u = a \cdot e^x$   
 $u' = a \cdot e^x$

$v = e^x - a$   
 $v' = e^x$

(2) (3) (4)

$f'(x) = \frac{a e^x (e^x - a) - e^x (a e^x)}{(e^x - a)^2} = \frac{a e^{2x} - a^2 e^x - a e^{2x}}{(e^x - a)^2} = \frac{-a^2 e^x}{(e^x - a)^2}$

מכנה חיובי תמיד, מונה שלילי תמיד שכן  $a > 0$  ו-  $e^x$  כל  $x$

הפונק' יורדת בכל מחזור ההגדרה!

א' במילוי מחנק:  $x > \ln(a), x < \ln(a)$

2) נניח  $a = -2$  בוקר החיטק שיצא לנו בסוף  $f(x)$ :

$-2 = \frac{a}{1-a} \Rightarrow -2 + 2a = a \Rightarrow -2 = -a \Rightarrow a = 2$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
לא צריך לסכתו  
הכנס עבודתכם וזיכרון  
שיעורים מביאש



ספריית שיעורים  
כל השיעורים  
פתוחים לציפייה  
בכל זמן ובכל מקום

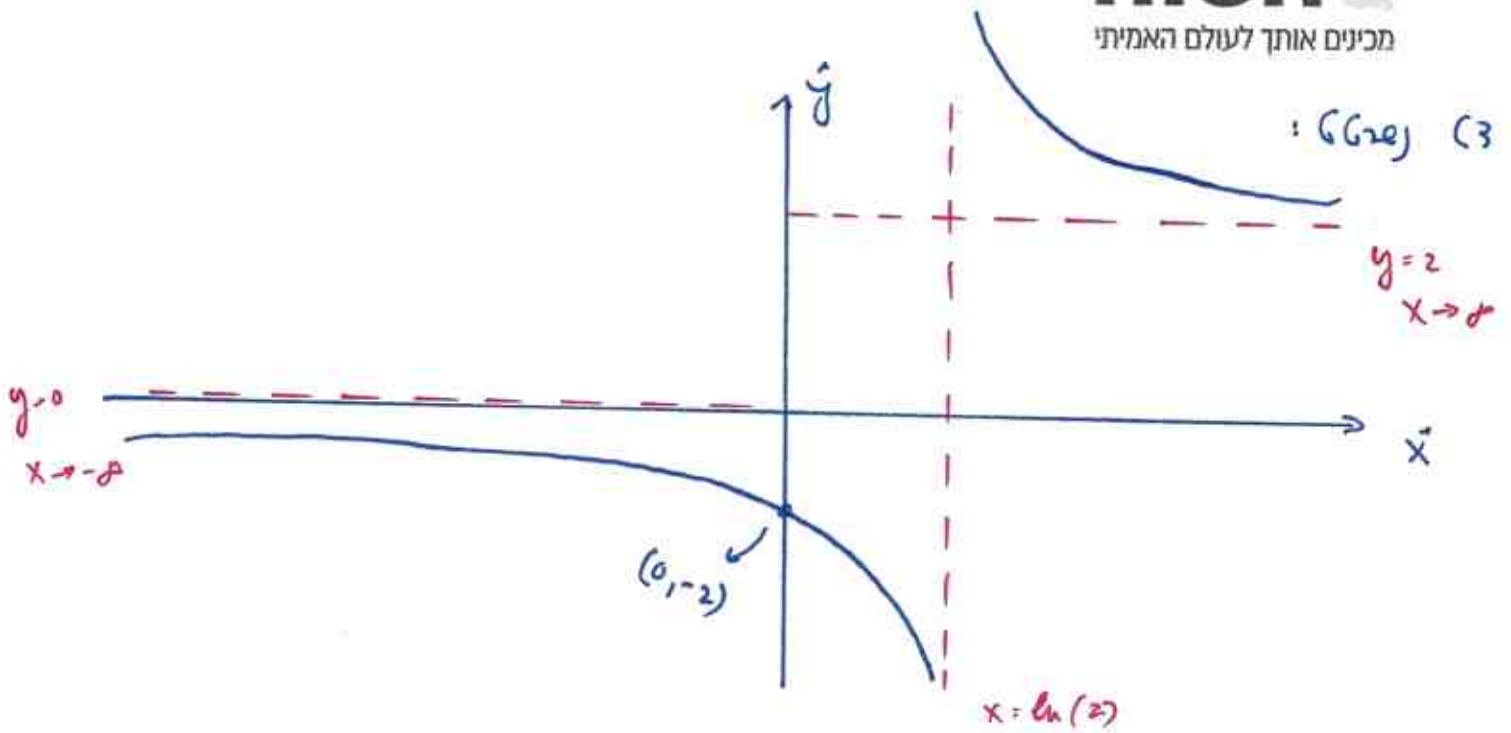


ריענון לפני הקורס  
הגיעו מוכנים עם  
חומרי הבנה ייחודיים



מרצה זמין 24/7 - Whatsapp  
לכל שאלה, סרטון הרישום  
ע"י הבחינה





היא גם  $g(x) = |f(x)|$  הרי שהיא  $y > 2$  יהיו  $(0, 2)$

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
לא צריך לסכם  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים מראש



סכריית שיעורים  
כל השיעורים  
מתוחמים לצפייה  
בכל זמן ומכל מקום



ויענות לפני הקורס  
הגיעו מובנים עם  
חומרי הנוה יחודיים



מדצה זמין ב- Whatsapp  
לכל שאלה, פרנע הרישום  
ע' (בחינה)



5. (א) (ב)

$$f(x) = x^2 - 4$$

3.3  $(x=0)$

$$f(x) = 0^2 - 4$$

$(0, -4)$

3.3  $x$   $(y=0)$

$$0 = x^2 - 4$$

$$x = \pm 2$$

$(2, 0), (-2, 0)$

(2) חיובי:  $x < -2$  או  $x > 2$

שלילי:  $-2 < x < 2$

היחס  $g(x) = \ln(f(x))$  ←  $f(x) > 0$

גבול  $g(x)$  הינו  $x < -2$  או  $x > 2$

(2) טרנזיטיוו בנק' של יקום כי אולי אולי בנק' או הגדרה:  $x = \pm 2$

(3)  $g(x) = 0$

$$\ln(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 1 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

(4) נגזרת:  $f(x) = \ln(x^2 - 4) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 4} = 0 \Rightarrow x = 0$

אין נק' קיצון.  
אין נק' חצייה ואם

מינימום אולי  $x = 2$  הנשקף חיובי ומסמל אולי  $x = -2$  היא שלילי. לכן:

אולי:  $x > 2$

ירידה:  $x < -2$

## בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים  
לא צריך לסכתו  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים מובנים



ספריית שיעורים  
כל השיעורים  
מתוחים לצפייה  
בכל זמן ולכל מכשיר



ריענון לפני הקורס  
הייעוץ מוביל עם  
חומרי הבנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp  
לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הבחינה



Sketching:  $F(x)=\ln(x^2-4)$

