

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

מועד חורף 2021, שאלון 481 (804)

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

1. המרחק בין עיר א לעיר ב הוא 54 ק"מ.

שתי רוכבות אופניים, דנה והילה, יצאו זו לקראת זו באותו הזמן.

דנה יצאה מעיר א ורכבה לכיוון עיר ב, והילה יצאה מעיר ב ורכבה לכיוון עיר א. כל אחת מדף רכבה במהירות קבועה.

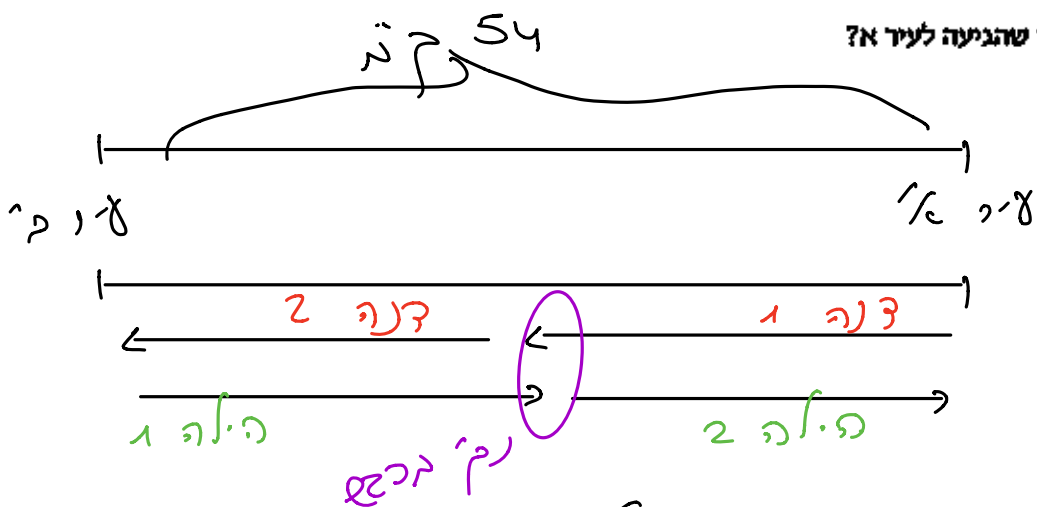
שעה לאחר שדנה והילה יצאו לדרך, דן נפגשו. לאחר הפגישה המשיכה הילה ברכיבתה לכיוון עיר א באותה המהירות

שבה רכבה קודם, ודנה עצרה למשך שעה וחצי ואז המשיכה ברכיבתה לכיוון עיר ב באותה המהירות שבה רכבה קודם.

דנה הגיעה לעיר ב בדיוק באותו הזמן שהילה הגיעה לעיר א.

א. מצא את מהירות הרכיבה של דנה ואת מהירות הרכיבה של הילה.

ב. מהו היחס בין המרחק שיעבורה דנה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר ב ובין המרחק שיעבורה הילה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר א?



(16)

נראה שטל הנמנים אטלסיה:

ע"כ (מן הכינים באלף)
אנו יוצאים 8:

$$\frac{54-x}{x} + 1.5 = \frac{x}{54-x}$$

\downarrow פקן
 \downarrow הפיל-
 \downarrow הפיל 2

3	2	1	ע"כ קצת
x	x	1	דנה 1
54-x	54-x	1	הילה 1
54-x	x	$\frac{54-x}{x}$	דנה 2
x	54-x	$\frac{x}{54-x}$	הילה 2

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
לא צריך לסכסו
הכנו עבורכם סיכומי
שיעורים מראש



ספריית שיעורים
כל השיעורים
פתוחים לצפייה,
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם
חומרי הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב-Whatsapp
לכל שאלה, מרגע הרישום
עד הבחינה



לחצו לפרטים נוספים מיועץ לימודים <<

$$(54-x)^2 + 1.5x(54-x) = x^2 \quad \left/ \begin{array}{l} \text{אנחנו קיטנו} \\ x(54-x) \end{array} \right.$$

$$2916 - 108x + x^2 + 81x - 1.5x^2 = x^2$$

$$3x^2 + 54x - 5832 = 0$$

$$x_1 = 36$$

$$x_2 = -54$$

תפישות של צנח:

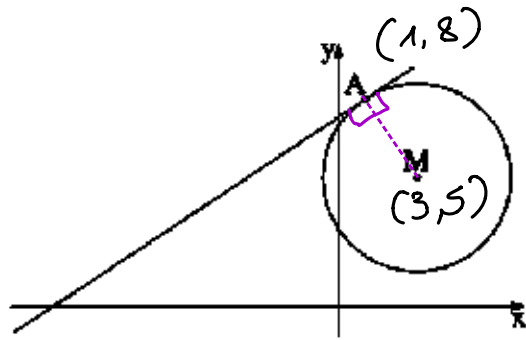
36 ק"מ

תפישות של הילח:

$$54 - 36 = 18 \text{ ק"מ}$$

(כסף) - תפישות
זנבן חיובי תכבד

ה) היום וקפירות של צנח כפולת התפישות של הילח,
אלא כמעט שבו הילח (אסל) צנח תפישות כי-2
תרחק. היחס בין התפישות = היחס בין הזמנים
שהוא 2:1 או $\frac{1}{2}$



2. הנקודה $A(1, 8)$ נמצאת על מעגל שמרכזו $M(3, 5)$.
- מצא את משוואת המעגל.
 - הנקודה A העבירו משיק למעגל (ראה ציור). מצא את משוואת המשיק.
 - הנקודה B נמצאת על המעגל. שיעור ה- y שלה הוא 2 ושיעור ה- x שלה גדול מ-3.
 - מצא את שיעור ה- x של הנקודה B .
 - האם AB הוא קוטר במעגל? נמק.
 - מן הנקודה B העבירו ישר המקביל לציור ה- x וחותך את המשיק בנקודה C . הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש CAB .
 - חשב את שטח המשולש EAC .

$r = \sqrt{(1-3)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$

$$r = \sqrt{(1-3)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

לפי נ. המעגל $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 13$

הי נקודה A על המעגל לפי היסוד (הנקודה) ליבוא הריבוע AM לפי היסוד סטאונריום לה לנה

$$m_{AC} = \frac{8-5}{1-3} = -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

$$y - y_A = \frac{2}{3}(x - x_A)$$

$$y - 8 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$$

ז) נציב את $y=2$ בתוך המשוואה ונקבל x יתואלקים:

$$(x-3)^2 + (2-5)^2 = 13 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + 9 = 13$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$x_1 = 5$

~~$x_2 = 1$~~

נמנן ציטס אלק

$B(5, 2)$

אמ AB קנטס בתעלס טז. מ הטו אקצט טאזכטו.

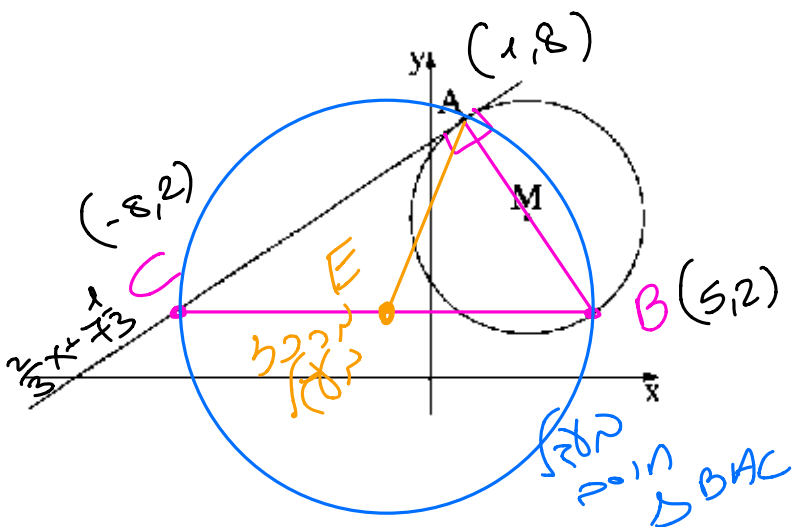
לכ צוק כרתי לקי הטוקצט א AB :

$x_{\text{אקצט } AB} = \frac{1+5}{2} = 3$

$y_{\text{אקצט } AB} = \frac{2+8}{2} = 5$

התקטוי השילוני (3, 5) תצטי כשילוני התק' מ -

AB קנטס בתעלס.



צ' טענת אמ השילוני
ולניס לקוצות

הינה והתקואה ΔABC יעז וקטע BC הוא הימנה,
 התעלה ההוסם יעז יזוע כי אקצז הימנה הוא
 מרכבו, לסייב, AE הינו חיפן אימנה BC וכן AE
 משולש ACE הוא חצי משולש ABC .
 נמצא את x הינה ויזוע $y_c = y_B = 2$ קרן היקבולות

$$2 = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3} \Rightarrow x_c = -8 \Rightarrow C(-8, 2)$$

את אונט A BC הוא הפנל עכס x א הימנה
 B א- C , גמיל 13. אובנה הומסול הינו אלג היורז
 חנק' B אפס BC ואונכו:

$$h = \Delta y = 8 - 2 = 6 \Rightarrow S_{ABC} = 2 S_{ACE} = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39 \text{ י"ח}$$

הפנל

$$S_{ACE} = 19.5 \text{ י"ח}$$

3. מנחם ניגש למבחן נהיגה כדי לקבל רישיון נהיגה.

ההסתברות שמנחם לא יעבור מבחן נהיגה אחד היא קבועה, וגדולה פי 4 מן ההסתברות שהוא יעבור אותו.

א. מהי ההסתברות שמנחם יעבור מבחן נהיגה אחד?

בכל פעם שמנחם לא עובר את המבחן, הוא ניגש למבחן נוסף, עד שהוא מצליח לעבור את מבחן הנהיגה.

ידוע שמנחם קיבל רישיון נהיגה.

ב. (1) מהי ההסתברות שמנחם ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

(2) מהי ההסתברות שמנחם ניגש למבחן שני, אם ידוע שהוא ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

א) אם ה (הסתברות) לתחילת יצאה אל הבחינה (נראה) פי - 4 תפריס ביזוי איכסל קו, התי להיחם קיין קלאב לכיאלט הויו 1:4. בשקע $P(\text{צליה}) = 0.2$ ו- $P(\text{כישלון}) = 0.8$.

ב) אם תחילת צבה בווצלו אלסה להיחינה, התי או להיחם צבה בשלם הוואלנה או לצבה בשלם השלנה.

אכן:

$$P(\text{בחינה}^2 \text{ בתקסימום}) = 0.2 + 0.8 \cdot 0.2 = 0.36$$

הסתברות יצאה קווי בשלם I
הסתברות יצאה קווי בשלם II

סגיל הסתברות קווי קלאם:

$$P\left(\frac{\text{צליה (A) בתקסימום}}{\text{הסתברות (B)}}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.8 \cdot 0.2}{0.36} = \frac{2}{9}$$

4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

דרך הנקודה E, הנמצאת על המעגל, העבירו משיק למעגל.

הנקודה A היא נקודה על המשיק כך ש- $AB \parallel EO$ (ראה ציור).

א. הוכח: $\angle FAB = 90^\circ$.

ב. הוכח: $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.

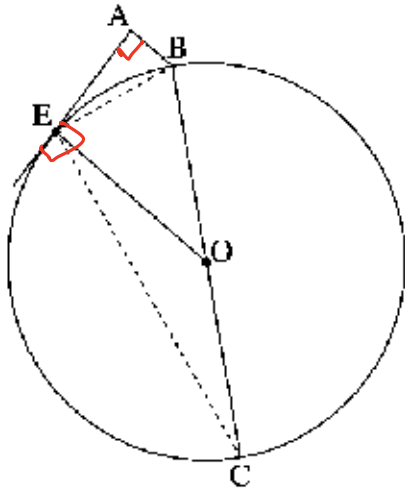
ג. הוכח: $EB^2 = AB \cdot CB$.

נתון: $\frac{CB}{EB} = 3$.

ד. חשב את היחס בין שטח המשולש EBO

ובין שטח המשולש EAB.

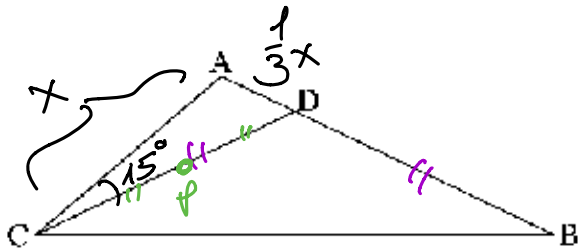
$$\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$$



י"ר (א"מ)	כ"ב
נתון	(1) $CB = 3 \cdot EB$ AB קוטר
$ = $	(2) $AB \parallel EO$
$ = $	(3) AE חצי
	(4) $\angle AEO = 90^\circ$
	(5) $\angle EAB = 50^\circ$
	(6) $\angle BCE = \angle AEB$
	(7) $\triangle CEB \sim \triangle EAB$
	(8) $\frac{AB}{EB} = \frac{EB}{CB} = \frac{AE}{EC}$
	(9) $EB^2 = AB \cdot CB$

השיק מ"א ל"ב כי זהו זווית ישרה
 זווית זו היא זווית חיצונית לזווית
 שבתוך המעגל. לכן $\angle AEO = 90^\circ$
 כי $EO \parallel AB$ ולכן $\angle EAB = 50^\circ$
 כי בין זוויות נגדיות
 זהו יחס זהה בין זוויות
 חיצונית לזווית בתוך המעגל
 לכן $\triangle CEB \sim \triangle EAB$
 מכאן $EB^2 = AB \cdot CB$

לימוד	צ"ע
נמנן	$CB = 3EB$ (10)
יחס הלטחים = (יחס הצקיון) ² , לפי הצקיון ביצ"ט (7)	$\frac{S_{BCE}}{SEAB} = 9$ (11)
יבוא ה BC כציון ולפי הקיסם שגור לאורך הכציון $\times 2$.	$BC = 2B_0$ (12)
זובה משל לפי המשוואים - יחס הלטחים כ"חם הקיסים.	$\frac{S_{BCO}}{S_{BEO}} = 2$ (13)
לפי (11), (13)	$\frac{SEB_0}{SEAB} = 4 \frac{1}{2}$ (14)



5. הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש- $AD = \frac{1}{3} AC$ (ראה ציור).

נתון: $\angle ACD = 15^\circ$,

הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

ג. חשב את אורך הקטע PB.

א) $AC = x$ נתון כי $AD = \frac{1}{3}x$ והזווית $\angle ACD = 15^\circ$.

נשתמש במשפט הסינוסים בקטע AD.

$$\frac{x}{\sin(\angle ADC)} = \frac{\frac{1}{3}x}{\sin(15^\circ)} \Rightarrow \sin(\angle ADC) = \frac{\sin(15^\circ)}{\frac{1}{3}}$$

$$\angle ADC = 50.95^\circ$$

ב) הזווית $\angle CDB$ היא זווית חדה. $\angle CDB = 180^\circ - 50.95^\circ = 129.05^\circ$.

$$\angle CDB = 180 - 50.95 = 129.05^\circ$$

נשתמש במשפט הסינוסים:

$$\frac{x}{\sin(50.95^\circ)} = \frac{CD}{\sin(129.05^\circ)} \Rightarrow CD = 1.275x$$

$$DB = CD = 1.175x$$

ואם כשאלתה $\angle = 80^\circ$

$$\angle BDC = 180^\circ - \angle ADC = 129.05^\circ$$

אם נניח שהשדה משולש עם שני צלעות וצלעות (הי)

$$S_{\triangle BDC} = \frac{(1.175x)^2 \cdot \sin(129.05)}{2} = 40$$

$$40 = 0.536x^2$$

$$x \approx 8.631$$

$$AD = \frac{1}{3}x = 2.877$$

יהי

(על מנת למצוא את AC ואת זוויותיו):

$$DP = \frac{DC}{2} = \frac{1.175 \cdot 8.631}{2} = 5.075$$

אם נניח קוסינוסים בקושי $\triangle BDP$:

$$BP^2 = DP^2 + DB^2 - 2 \cdot DP \cdot DB \cdot \cos(\angle BDP)$$

$$BP^2 = (5.075)^2 + (10.15)^2 - 2 \cdot 5.075 \cdot 10.15 \cdot \cos(129.05)$$

$$BP = 13.92$$

יהי

בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$. b הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מהו ערכו של הפרמטר b ?

הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$$
 מונצי אל x
 $x^2 - 4x + 3 \neq 0$
 $x \neq 3$ $x \neq 1$

אם ישנה אסימפטוטה אופקית $y = 2$ והחלקים הבדולגים בגונה ובחלקה לבנים, הרי הם הן חלקים הים לבנה הבדולה יבייב אונב אטאונאר האסימ:

$\frac{b}{1} = 2 \Rightarrow b = 2$

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

ב) (ג) לבדוק האם האבנים לאבני גרסה הזונה יתגלו:

$$\underline{x = 3}$$

$$2 \cdot 3^2 \neq 0$$

$$\underline{x = 1}$$

$$2 \cdot 1^2 \neq 0$$

אין ג'יטוס בתוכן האבנים אנו א קבוצת מרובעים בתוכה -

יש לה'ס' א'ס' - האבנים $x=1, 3$

$$\frac{(x=0) \quad y \quad z^3}{}$$

$$y = \frac{2 \cdot 0^2}{0^2 - 4 \cdot 0 + 3} = 0$$

$$(0, 0)$$

$$(2) \quad \frac{0 \text{ ישר } z^3 \text{ יי } x \text{ } (y=0)}{2x^2}$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$2x^2 = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\rightarrow \begin{aligned} u &= 2x^2 & v &= x^2 - 4x + 3 \quad (3) \\ u' &= 4x & v' &= 2x - 4 \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{4x(x^2 - 4x + 3) - (2x - 4)(2x^2)}{(x^2 - 4x + 3)^2} =$$

$$\frac{\cancel{4x^3} - 16x^2 + 12x - \cancel{4x^3} + 8x^2}{(x^2 - 4x + 3)^2} = \frac{-8x^2 + 12x}{(x^2 - 4x + 3)^2} = 0$$

בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$-4x(2x-3) = 0$$

↙
 $x=0$

↘
 $2x-3=0$

$$2x=3$$

$$x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

להצטרף ס'גן נחצום שתיים של פונקציה באזור (קטנה)
 בהיקף ארבעה יונים (התחילת)

פונקציה
 קטנה

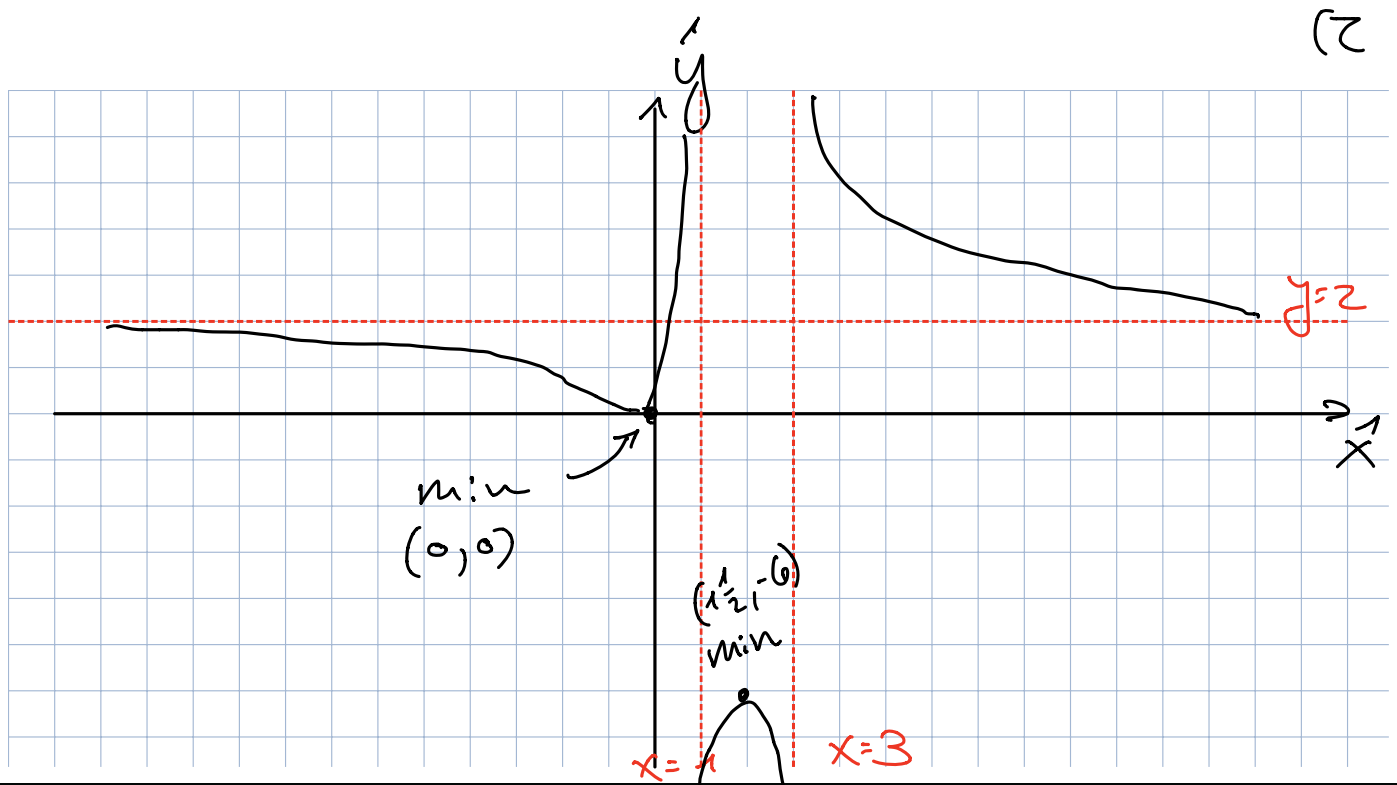
$$f'(x) = -4(2x+12) \Rightarrow$$

$$f'(0) = 12 > 0$$

$$f(0) = 0 \rightarrow \text{min}(0,0)$$

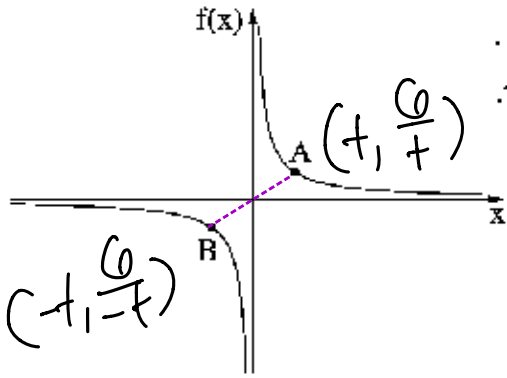
$$f'(1\frac{1}{2}) = -12 < 0$$

$$f(1\frac{1}{2}) = -6 \rightarrow \text{max}(1\frac{1}{2}, -6)$$



בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HiHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.

$x_B = -t$ ו- $x_A = t$

א. הבע באמצעות t את AB^2 .

ב. (1) בעבור איזה ערך של t הגודל AB^2 הוא מינימלי?

(2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור איזה ערך של t

אורך הקטע AB הוא מינימלי. נמק.

א. ניצב בין הנקודות נכתב כים נויב Δ היא Δ

ב. $f(x)$ כ t של הניצב Δ (הניצב Δ):

$$AB^2 = (t - (-t))^2 + \left(\frac{6}{t} - \left(-\frac{6}{t}\right)\right)^2 = (2t)^2 + \left(\frac{12}{t}\right)^2$$

$$AB^2 = 4t^2 + \frac{144}{t^2}$$

ב. (1) נצטרך למצוא את הערך של t שבו AB^2 מינימלי. נגזיר את AB^2 ביחס ל- t ונשווה ל-0.

$$(AB^2)' = 8t - \frac{288}{t^3} = 0 \Rightarrow 8t = \frac{288}{t^3} \Rightarrow 8t^4 = 288$$

$$\frac{8t^4 - 288}{t^3} = 0 \Rightarrow 8t^4 = 288$$

$$t^4 = 36$$

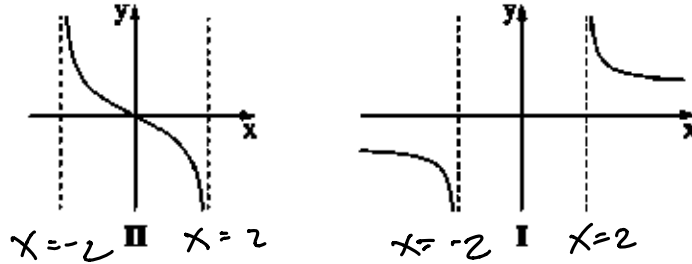
$f'(1) = -288 \rightarrow$ כי יצא \rightarrow נכנס

$f'(3) = 13\frac{1}{3} \rightarrow$ יציא \rightarrow נכנס

$$t = 2.44$$

בעבור $\lambda = 2.44$ ישנם יציבים בערך AB^2 / קבוע
 $\lambda = 2.44$ ישנם ע"י. למ בעבור $\lambda = 2.44$
אם AB^2 בינינו.
(2) אם AB בינינו. אז גם AB^2 בינינו.
לכן, גם בעבור $\lambda = 2.44$.

8. לפניך סרטוסטים של שני גרפים, I ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת. גרף I אינו חותך את הצירים כלל; נקודת החיתוך היחידה של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0, 0)$. לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x = \pm 2$.



א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם קקא מה הם תחומי העלייה והיידדה של הפונקציה שאת הנגזרת שלה הוא מתאר.

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$. כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- (2) התאם בין פונקציות הנגזרת $f'(x)$ ו- $g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.

ג. ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (2) סרטט סקימה של גרף הפונקציה.

א) מצא כפי שאתה מקבל דין בסוג' לנצרים אלה.
 כאשר $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$, $f'(x)$ ו- $g'(x)$ הם הפונקציות הנגזרות.
 לפי האסימטות של I, בסוג' בקצובה אלוה האזור
 $x > 2$ ו- $x < -2$ האסימטות של II.
 האסימטות של II, בסוג' אלוה אלוה $x < -2$
 ו- $x > 2$ האסימטות של I.

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$x^2 - 4 \geq 0$$

$$x^2 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

$$x \leq -2$$

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad (1) \quad (2)$$

$$4 - x^2 \geq 0$$

$$4 \geq x^2$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

(2) א"ע פשוט (1) , (2) סק כ"ו

$$f'(x) \rightarrow \text{II כלל}$$

$$g'(x) \rightarrow \text{I כלל}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

$$0 = \sqrt{x^2 - 4} \quad | \uparrow^2 \quad y = \sqrt{0^2 - 4}$$

$$0 = x^2 - 4$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2$$

$$(\pm 2, 0)$$

כ"ו
פתיחה
אין ק"ח

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad (1) \quad (2)$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

$$0 = \sqrt{4 - x^2} \quad | \uparrow^2 \quad y = \sqrt{4 - 0^2}$$

$$0 = 4 - x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

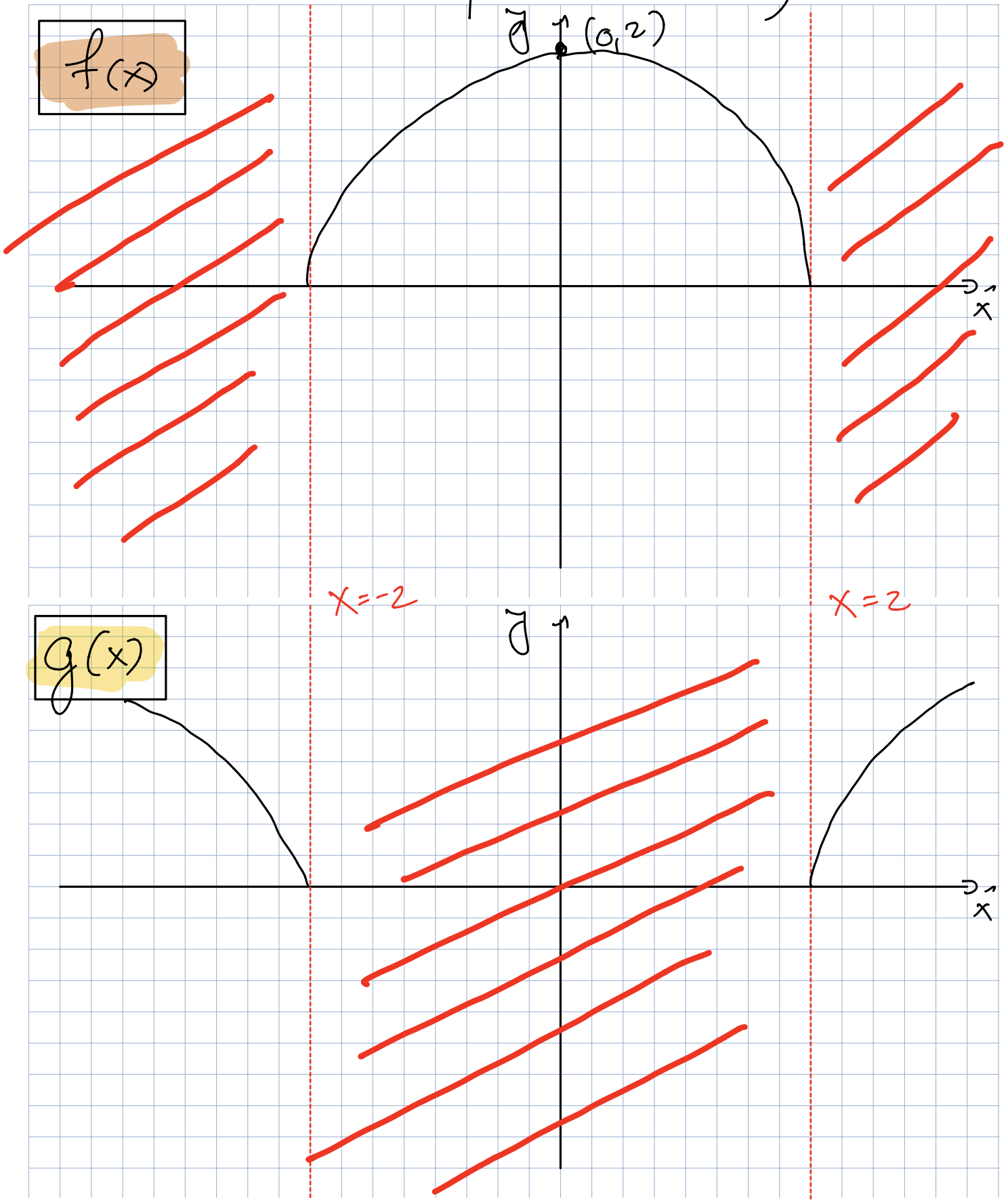
$$(\pm 2, 0)$$

$$y = \sqrt{4 - 0^2}$$

$$y = 2$$

$$(0, 2)$$

(2) ריבוע, שיטות הפונקציה:



בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה