

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

מועד קיץ ב' 2020, שאלון 482

(805)

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

השאלון בדפים 2-5, פתרונות לאחר מכן

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות חשבוניות:

$$a_n: 3, 10, 17, 24, \dots$$

$$b_n: 17, 38, 59, 80, \dots$$

א. (1) חשב את b_{30} .

(2) עבור איזה ערך של n מתקיים $a_n = b_{30}$? נמק. (n הוא מספר טבעי).

ב. עבור כל אחד משני ההיגדים II-I שלפניך כתוב אם הוא נכון או לא נכון. נמק את קביעותיך.

I. לכל n טבעי $3a_n = b_n$.

II. לכל n טבעי $a_{3n} = b_n$.

ג. נתון כי ההפרש בין סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n ובין סכום k האיברים הראשונים בסדרה a_n

הוא 924 (k הוא מספר טבעי).

מצא את k .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה מנסרה משולשת $ABDA'B'D'$ שבסיסה, ABD ,

הוא משולש שווה שוקיים וישר זווית ($\angle BAD = 90^\circ$).

אורך השוק של משולש ABD הוא 3.

א. מצא את אורך המקצוע BD .

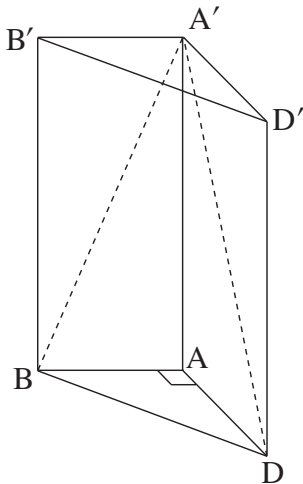
ב. הסבר מדוע $A'B = A'D$.

נתון: שטח המשולש $BA'D$ הוא $15\sqrt{2}$.

ג. מצא את גודל הזווית שבין הגובה לבסיס המשולש $BA'D$

ובין בסיס המנסרה, ABD .

ד. חשב את נפח המנסרה $ABDA'B'D'$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 4$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, עם הצירים?
 - ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 - ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{a-x}$. a הוא פרמטר.
- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - נתון: לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.
 - ב. מצא את a , וקבע אם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון נוספות.
- הצב $a = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$, וענה על סעיפים ג-ד.
- ג. (1) כתוב את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .
 - (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. נתונה הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 5 \cdot \ln(x^2 - 2x + 1)$.

- א. (1) הראה כי תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x \neq 1$.
- ב. (2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ הוא $x \neq 1$.
- ז. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

בהצלחה!

צא לבנה נוסחאות סגור כחומר ק-ה, (חסר קניין) או לאו/הכנסה הנכבד

$$S_k = \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot 3 + (k-1) \cdot 7] \cdot k$$

$$S_k = \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot 17 + (k-1) \cdot 21] \cdot k$$

$$\frac{1}{2} \cdot [2 \cdot 17 + (k-1) \cdot 21] \cdot k - \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot 3 + (k-1) \cdot 7] \cdot k = 92k$$

$$k(3k + 21k - 21) - k(17 + 7k - 7) = 1848$$

~~13k + 21k^2 + k - 7k^2 - 1848 = 0~~

$$13k + 21k^2 + k - 7k^2 - 1848 = 0$$

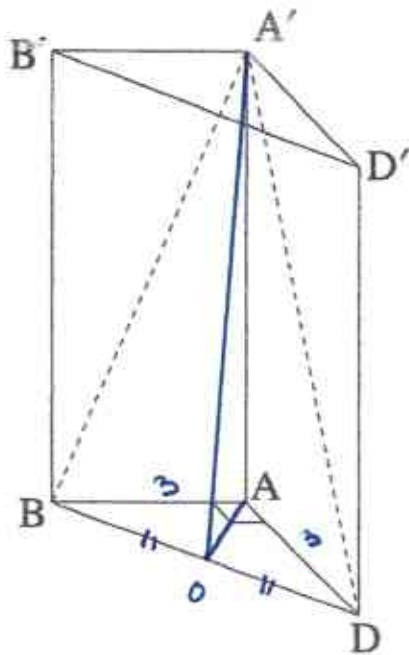
$$14k^2 + 14k - 1848 = 0$$

$$k_1 = 11$$

~~$$k_2 = -12$$~~

$$-100)$$

$$k \in \mathbb{N}$$



2. נתון מצולע $\triangle A'BO$ ישר זווית. מבוטאים במשולש ישר זווית ישר כי היקף סכום פי-2 מהשוק.

אז, $BD = 3\sqrt{2}$

כימך נוסף היא הוכחה גאומטרית מ. הנתונים:

$$BD^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow BO = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

א נתון כי התנסה משולש, אז התואה מתואמת

אבל גם הבסיס. המשולש $\triangle A'AO$ ו $\triangle A'BO$

חופפים כי $AO = BO = 3$ (משום $\triangle A'AO = \triangle A'BO$)

אם מתקנה, $AO = BO$ נתון.

אז $\angle A'AO = \angle A'BO$ הם זוויות מתאימות במשולש חופפים.

אז הזווית היחידה היא בין הזווית $\angle A'AO$. נניח זווית $\angle A'AO$.

$$S_{\triangle A'AO} = 15\sqrt{2} = \frac{BD \cdot A'O}{2} \Rightarrow 30\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot A'O \Rightarrow A'O = 10$$

נעביר תיכון AO מצד היוצא מק' A . אולי יהיה $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, תיכון במשולש של $\triangle A'AO$.

נעביר תיכון AO מצד היוצא מק' A . אולי יהיה $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, תיכון במשולש של $\triangle A'AO$.

$$AO^2 + AA'^2 = A'O^2 \Rightarrow 10^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + AA'^2 \Rightarrow AA' = 9.77$$

$$\sin(\angle A'AO) = \frac{AA'}{A'O} \Rightarrow \sin(\angle A'AO) = \frac{9.77}{10} \Rightarrow \angle A'AO = 77.68^\circ$$

$$V_{\text{משולש}} = S_{\text{בסיס}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 9.77 = 43.77 \text{ יחידות}^3$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
לא צריך לסבסב
הכם עבודתם סיכומי
שיעורים חדש



ספריית שיעורים
כל השיעורים
פתוחים לצפייה
בכל זמן ומכל מקומו



ריענון לפני הקורס
היגע מובילים עם
חומרי הבנה ייחודיים



תוצה זמין ב- Whatsapp
תכל שאלה, פרשן הרישום
ע' הנחיה



$0 \leq x \leq \pi$, $f(x) = \sin(2x) + 4$ 3.

$f(x) = \sin(2x) + 4$

(א) גלוי:

$f'(x) = 2\cos(2x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$

בתחום: $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}$

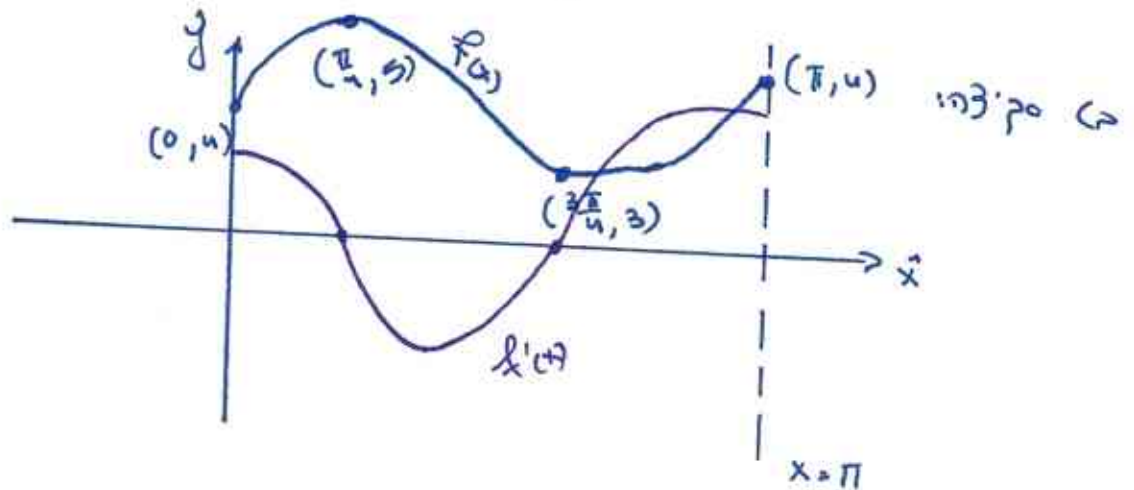
$f''(x) = -4\sin(2x) \Rightarrow f''(\frac{\pi}{4}) = -4\sin(\frac{\pi}{2}) = -4$

(גלוי מקסימום)

$f''(\frac{3\pi}{4}) = -4\sin(\frac{3\pi}{2}) = 4$

$f(\frac{\pi}{4}) = 5, f(\frac{3\pi}{4}) = 3 \Rightarrow \max(\frac{\pi}{4}, 5), \min(\frac{3\pi}{4}, 3)$

$f(0) = 4, f(\pi) = 4 \Rightarrow \min(0, 4), \max(\pi, 4)$ (מציגים נק' קצה)



א) $f(x)$ תחלק את x בעזרת 0 וק' קצה $f(x)$.

מאחר: $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

ב) $f'(x)$ משתנה מס' קצה אום.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
לא צריך לפגוש
הכנת עבודים סידור
שיעורים מיוחדים



סמינר שיעורים
כל השיעורים
מתחילים לצמיחה
בכל זמן ובכל מקום



ריענון לפני הקורס
הגיון מובנים עם
תומרי הכנה יחודיים



תוצה זמין ב-Whatsapp
כל שאילה סרגע הרישום
עד הבחינה



ה) השווה את שתי הפונקציות בקווי נגד, והי נקודת N יהי מקסימום, שם בואו הישרים $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים ב- $x = \pi$.
(נמצא נקודת נגד - $f(x)$ ו- $f'(x)$ וק. הרעו המוקדם הינו)

$$S_{\text{מקום}} = \int_0^{\pi} f(x) - f'(x) dx = \int_0^{\pi} \sin(2x) + 4 - 2\cos(2x) dx =$$

$$\left[-\frac{1}{2}\cos(2x) + 4x - \frac{1}{2} \cdot 2\sin(2x) \right]_0^{\pi} = \left(-\frac{1}{2} + 4\pi \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) = 4\pi$$

יחיד

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים

הא צריך לשכנע
הבט עבודתם סיוע
שיעורים מראש



סכרית שיעורים

כד השיעורים
מתחילים לכפיה
בכל יום וחלל תמיד



רענון לפני הקורס

הגיעו חזורים עם
חומרי הבנה ייחודיים



מרצה זמין ב- WhatsApp

לכל שאלה מרצה הרישום
עד הבחנה



$f(x) = \frac{e^{2x}}{a-x}$.4

$a-x \neq 0 \Rightarrow x \neq a$ (א) נכנס מנה שני טיפס
 $x=1$ ישנו עיק קיצון, ההי-ע $f'(1)=0$ דווקא!

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}(a-x) - (-1) \cdot e^{2x}}{(e^{2x})^2} = \frac{2e^{2x}(a-x) + e^{2x}}{e^{4x}}$$

$f'(1)=0 \Rightarrow 2e^2(a-1) + e^2 = 0 \Rightarrow 2ae^2 - 2e^2 + e^2 = 0$

$2ae^2 - e^2 = 0 \quad | :e^2 \Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$f'(x) = 2e^{2x}(\frac{1}{2}-x) + e^{2x} = 0 \Rightarrow e^{2x} - 2xe^{2x} + e^{2x} = 0$

$2xe^{2x} = 2e^{2x} \quad | \text{נוטל } e^{2x} \text{ ג-}$
 $x = 1$
 חשודה בקיצון -
 נטן שיהיה ע' קיצון.

אין א- $f(x)$ ק' קיצון (אוסטו-)

(2) $x = \frac{1}{2}$ אסי' אלכס- $x = \frac{1}{2}$, אין האפס מונה.

$f(0) = \frac{e^0}{\frac{1}{2}-0} = 2$ $(0, 2)$

(2) $f(x) = 0 \Rightarrow e^{2x} = 0 \Rightarrow \emptyset$

(3) אחרי הצבה במחשבן לא צרטי בהחב $x > 1$, $\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$, קיבלנו שגן
 הקיצון היחידה של כסף הינה ק' \max . אן:

ג' עליה : $\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$, $x < \frac{1}{2}$, ג' $x > 1$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
 לא צריך לסכום
 הדס עבורכם סיכומי
 שיעורים מראש



ספריית שיעורים
 כל השיעורים
 פתוחים לצפייה,
 בכל זמן ומכל מכשיר



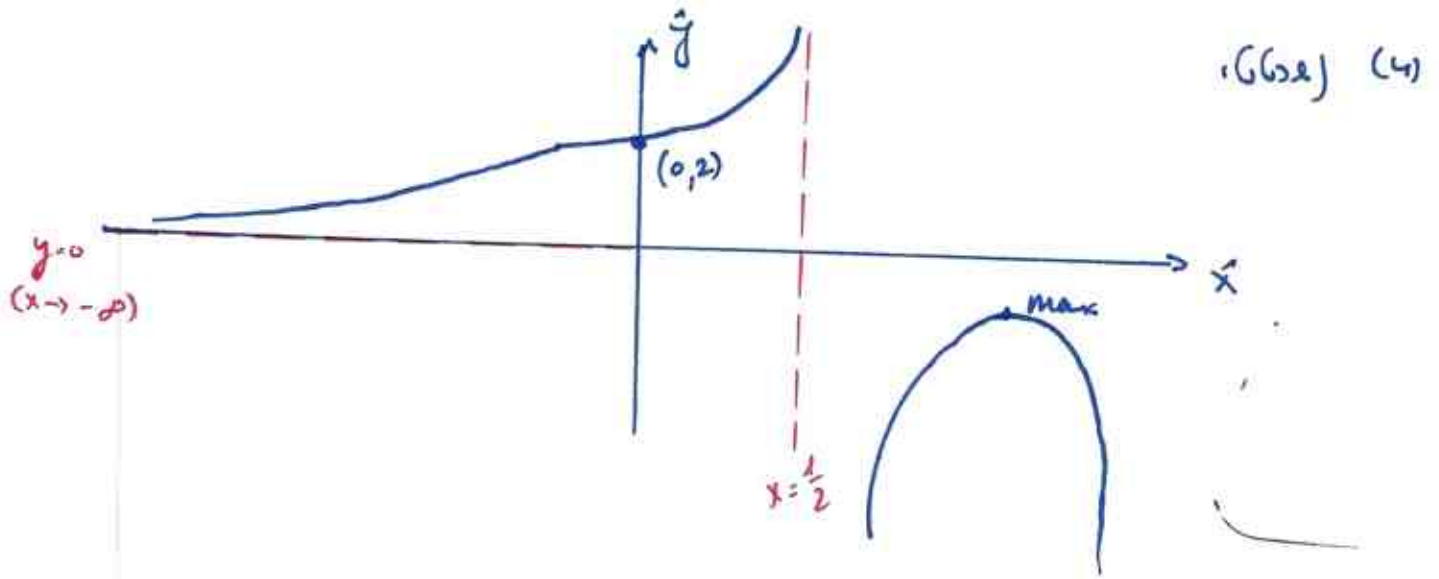
ריענון לפני הקורס
 הדין מוכנים עם
 תומרי הבנה ייחודיים



מדינת זמן 3-Whatsapp
 לכל שאלה, מדינת הדין
 ע' הבחינה



בארנו (אנטי) סקיצה ניצנה אבוקט טווי האוסי האוסקיל של פא.
 המונה מוכנה משהוא מצייני (e^{2x}) דאז המנה מסדילה אינלומה $(-x)$.
 סדילה מציינה \rightarrow דדילה אינלומה. אמן נילא ארזיק שבאמה $\rightarrow x$ אינלומה אינסקיה,
 ארמנה $\rightarrow x$ ארמל ארמנה הונן $y=0$.



ד) ארמנה $g(x) = -2f(x)$ היי ארמנה מנווה הייבוק וטוול הי-2 ארמנה $f(x)$.

שימני x קיצון ארמנה $f(x)$ ו- $f(x)$ ארמנה סמן:

$$g(x) = -2f(x) \Rightarrow g'(x) = -2f'(x) \Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0$$

ארמנה y קיצון ארמנה $f(x)$:
 $g(x) = -2f(x) = 4e^2 \Rightarrow \min(1, 4e^2)$

\rightarrow סוז קיצון ארמנה ארמנה הייבוק ארמנה $f(x)$ הייבוק ארמנה $f(x)$.

בגרות משלימים או משכרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
 לצורך לסיכום
 הכינו עבורכם סיכומי
 שיעורים מראש



סכרית שיעורים
 כל השיעורים
 מתוזמים לצפייה
 בכל זמן ומכל מקום

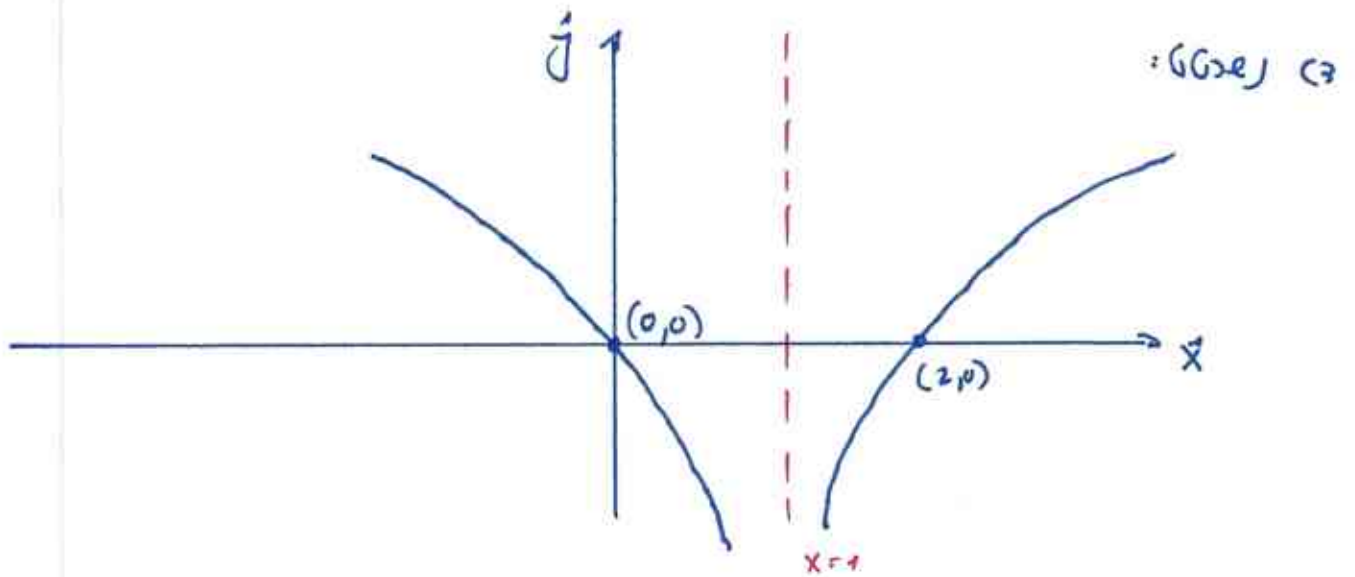


רעטן לפני הקורס
 הייעוץ מוכנים יעו
 חומרי הבנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp
 לכל שאלה מרצה הרישום
 ער הבחינה





ה) נתון $f(x) = g(x)$ לטר ע"פ קיצון של $f(x)$ יפני (ק' החישוב של $f(x)$ ב-3 x ו-1
 והגנ' מסמן $f(x)$ שנה מיטין והפעול' את' התיאור.
 ע"פ זכור עשה קוצר (סיק' ע

$\min_{g(x)} \rightarrow x = 2$ **max**

$\max_{g(x)} \rightarrow x = 0$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים
לא צריך לטכסו
הכנת עבודתכם סילות
שיעורים מראש



טכניית שיעורים
כל השיטות
מתותים לצמיחה
בכל זמן והכל מבשרי



רענון לפני הקורס
הגיעו מוכנים עם
חומרי חכמה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp
דכל שאלה, מרגע הרישום
עד הבחינה

