

**פתרון בחינת הבגרות
במתמטיקה
מועד א נוסף, קיץ 2021,
שאלון 581 (806)
נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ**

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים

לא צריך לסכם!
הכנו עבורכם סיכומי
שיעורים מראש



ספריית שיעורים

כל השיעורים
פתוחים לצפייה,
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס

הגיעו מוכנים עם
חומרי הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp

לכל שאלה, מרגע הרישום
עד הבחינה



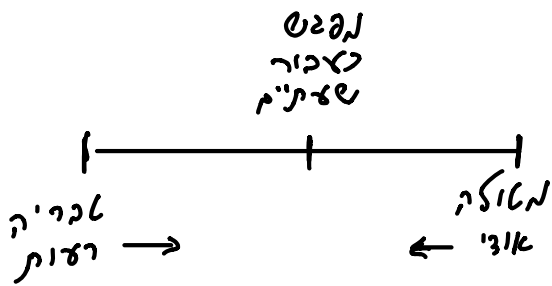
לחצו לפרטים נוספים מיועץ לימודים <<

1. ביום ראשון יצא אודי ברכיבה על אופניים ממטולה לכיוון טבריה. באותה שעה בדיוק יצאה רעות ברכיבה על אופניים מטבריה לכיוון מטולה, ורכבה באותה הדרך. כל אחד מן הרוכבים רכב במהירות קבועה. כעבור 2 שעות נפגשו שני רוכבי האופניים. הזמן שנדרש לאודי כדי לעבור את הדרך ממטולה לטבריה גדול ב- 54 דקות מן הזמן שנדרש לרעות לעבור דרך זו.
 - א. מצא את היחס בין מהירות הרכיבה של רעות ובין מהירות הרכיבה של אודי.
 - ב. מצא כמה זמן נדרש לכל אחד מן הרוכבים כדי לעבור את כל הדרך שבין מטולה ובין טבריה.
- ביום שני יצאו 2 רוכבי האופניים יחד מטבריה לכיוון מטולה באותו הזמן. הם רכבו באותה הדרך ובאותן המהירויות כמו ביום ראשון. רעות הגיעה למטולה ומייד הסתובבה וחזרה לכיוון טבריה. היא נפגשה עם אודי לאחר שעברה מרחק של 7 ק"מ ממטולה.

ג. מצא את אורך הדרך בין מטולה ובין טבריה.

ד. מצא את המהירות שבה רכב כל אחד משני הרוכבים.

(10)



נסמן את המהירות של אודי - v_1 ואת המהירות של רעות v_2

S	V	t	
$2v_1$	v_1	2	אודי צביר לפגוש
$2v_2$	v_2	2	רעות צביר לפגוש
$2v_2$	v_1	$\frac{2v_2}{v_1}$	אודי צביר לקב"ה
$2v_1$	v_2	$\frac{2v_1}{v_2}$	רעות צביר מטולה

ישווה את השלמים ע"פ הנתון: $x + \frac{2v_2}{v_1} - \frac{54}{60} = x + \frac{2v_1}{v_2}$

נסמן את יחס בין המהירות של רעות למהירות של אודי:

$$2x - 0.9 = \frac{2}{x} \quad | \cdot x \quad \{x \neq 0\} \quad \text{אניקס} \quad x = \frac{v_2}{v_1}$$

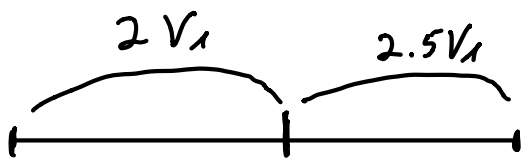
$$2x^2 - 0.9x - 2 = 0 \rightarrow \frac{0.9 \pm 4.1}{4} \xrightarrow{\text{יחס מהירות / תיובי}} x = \frac{v_2}{v_1} = 1.25$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

טאבסציון קובץ זיכרון שלמהריותה טא רצות בקוהה פי 1.25 למהריותו

טא איזי כאלמר: $V_2 = 1.25V_1$



נכאן אר הצירק כוליה קלמתי

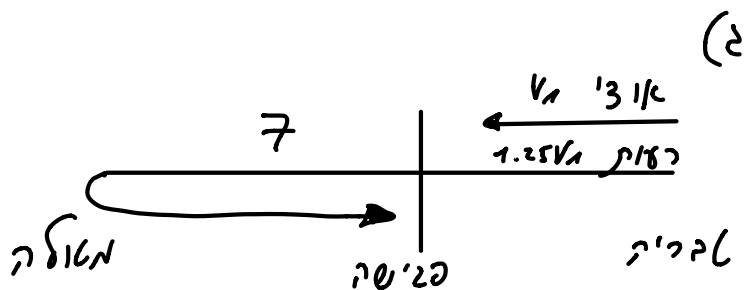
V_1 ונקנה שהיא שווה ל- $4.5V_1$

היות ו- V_1 פו למהריותו טא איזי, הפמן טאקת או אהגיס לטקריה

הוא אי: $\frac{4.5V_1}{V_1} = 4.5$ שעות

היות ורצות למהירה יותר פי 1.25, אכ לטק זמן רכיקתה

היה קל פי 1.25, כאלמר: 3 שעות - 36 בקות $\rightarrow \frac{4.5}{1.25} = 3.6$



פמן אר הצירק שצבר אוזי אכ הלפלש ק-א.

אכ למגש, צברה רצות $x+14$ ק"מ ואילו אוזי: x . יחס המהירויות שווה ליחס הצירכים ולכן:

$\frac{x+14}{x} = 1.25 \rightarrow 14 = 0.25x \rightarrow x = 56$ ק"מ

מכאן שהצירק כוליה: $56 + 7 = 63$ ק"מ

(3) אכ סציון ב: $V_2 = 17.5 \rightarrow V_1 = 14 \rightarrow 4.5V_1 = 63$

למהריותו טא איזי 14 ק"מ וטא רצות: 17.5 ק"מ

2. נתונה סדרה חשבונית ובה $2n + 1$ איברים (n הוא מספר טבעי).
 איברי הסדרה הם $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$ והפרש הסדרה הוא d .
- א. הוכח כי ההפרש בין סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים ובין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים שווה לאיבר האמצעי בסדרה.
- נסמן ב- T את ההפרש בין סכום האיברים ב- n המקומות האחרונים ובין סכום האיברים ב- n המקומות הראשונים.
- ב. הבע את T באמצעות d ו- n .
- נתון:
- סכום כל איברי הסדרה שווה לסכום האיברים ב- $2n$ המקומות האחרונים.
 - סכום האיברים הראשון והאחרון הוא 204.
 - $T = 3,468$.
 - ג. מצא כמה איברים יש בסדרה.

א) האיקר האנטי קסרה הוא: $a_{n+1} \leftarrow a_{n+1} = a_1 + nd$

סכום איברים קמילין אל' זל"פ:

$$\sum_{i=1}^{2n+1} a_i = \frac{(a_1 + a_{2n+1})(n+1)}{2}, \quad \sum_{i=1}^{2n} a_i = \frac{(a_1 + a_{2n}) \cdot n}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{2n+1} a_i - \sum_{i=1}^{2n} a_i = \frac{a_1 n + a_1 + n(a_{2n} + d) + a_{2n} + d - (a_1 n + d n + a_{2n} \cdot n)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{2n+1} a_i - \sum_{i=1}^{2n} a_i = \frac{a_1 + n \cdot a_{2n} + nd + a_{2n} + d - dn - a_{2n} \cdot n}{2}$$

$$= \frac{a_1 + a_1 + (2n-1)d + d}{2}$$

$$= \frac{2a_1 + 2nd}{2} = \frac{2(a_1 + nd)}{2} = a_{n+1}$$

כ"ג 07

(ב) ניתן לכתוב את הסכום T באופן הבא:

$$T = (a_{n+2} - a_1) + (a_{n+3} - a_2) + \dots + (a_{2n+1} - a_n)$$

(שיים את שטריכו של כל מתוקר הוא: $\delta(n+1)$)

היות וישנם n מתוקרים:

$$T = n(n+1)\delta$$

(ג) מתוקרים:

$$a_1 = 0 \leftarrow S_{2n+1} = S_{2n+1} - a_1 \quad (א)$$

$$a_{2n+1} = 204 \leftarrow a_1 + a_{2n+1} = 204$$

$$n(n+1)\delta = 3468 \leftarrow T = 3468$$

$$\rightarrow a_{2n+1} = a_1 + 2n\delta$$

$$204 = 2n\delta \rightarrow n\delta = 102$$

$$\rightarrow n\delta(n+1) = 3468 \rightarrow 102(n+1) = 3468$$

$$n+1 = 34 \rightarrow n = 33 \rightarrow 2n+1 = 67$$

3. בחממה גדולה של פרחים יש אך ורק פרחים לבנים וסגולים. ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גדולה פי 2.25 מן ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים.
- א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחממת הפרחים.
- ב. לחממה זו, לכמה מן הפרחים הלבנים, ורק להם, יש עלים גדולים. לשאר הפרחים יש עלים קטנים. ירדן בחרה באקראי שני פרחים. ההסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עלים קטנים ופרח אחד שיש לו עלים גדולים היא 0.455.
- ג. (1) חשב את אחוז הפרחים בחממה שיש להם עלים גדולים.
(2) חשב את ההסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שרק לאחד מן הפרחים שהיא בחרה יש עלים גדולים.
- ד. כינרת הכינה זר מ-7 פרחים לבנים בדיוק, שנבחרו באקראי בחממה. חשב את ההסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עלים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עלים קטנים.

א) נסמן: ההסתברות לבנות לבנים p וסגולים $1-p$

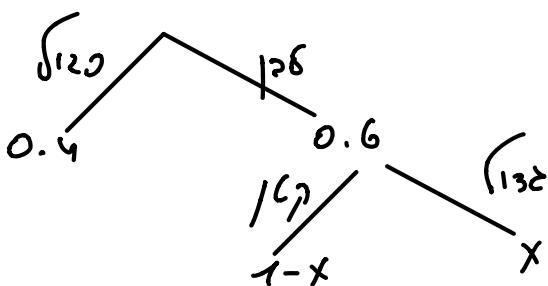
לבנות לבנים: $\frac{p^2}{(1-p)^2} = 2.25 \rightarrow \left(\frac{p}{1-p}\right)^2 = 2.25 \sqrt{\quad}$

היחס חיובי ואיננו: $\frac{p}{1-p} = 1.5 \rightarrow p = 1.5 - 1.5p$

$p = 0.6 \rightarrow 1-p = 0.4$

אחוז פרחים לבנים: 60%

אחוז פרחים סגולים: 40%



ב) נסמן סיכויי לבנות לבנים x

נמון: $0.455 = (0.4x + 0.6(1-x))$

"תכנון" שני לנבטים:

א) סגול ואיננו לבנים x אלה לבנים

ב) לבנים ואיננו לבנים, אחוז לבנים x ושני לבנים $1-x$:

קציר הפיק

$$2 \cdot \frac{0.4 \cdot 0.6x}{0.48x} + \frac{2 \cdot 0.6 \cdot (1-x) \cdot 0.6x}{0.455} = 0.455$$

קציר הפיק

$$0.48x + 2(0.36x - 0.36x^2) = 0.455$$

$$0.72x^2 - 1.2x + 0.455 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1.2 \pm \sqrt{\frac{81}{625}}}{1.44} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1.2 + 0.36}{1.44} > 1 \rightarrow \phi \\ x_2 = \frac{1.2 - 0.36}{1.44} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

כאשר אתה מקוב הפרטים הנצולים מכאן האק'ים הוא $58\frac{1}{3}\%$

ואם כל הפרטים: 35%

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100}$$

(2)

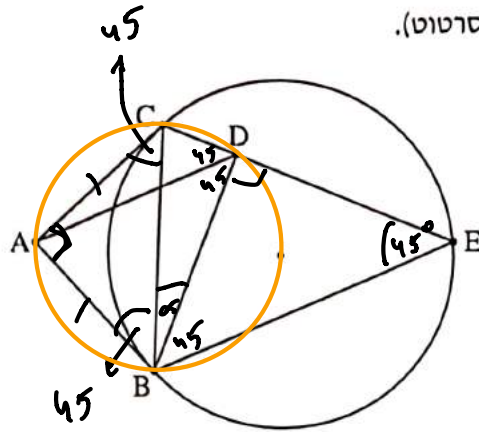
$$P(\text{אחד צד | אחד צד}) = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot \frac{7}{12}}{0.455} = \frac{8}{13} = 0.6154$$

(ג) נמצא את התאורה המשלים אלאורציון: "כל האלים קאניק"
ו. "כל האלים גצולים".

נשמע שאתה קותרים רק מן הפרטים האק'ים אכן:

$$p = \frac{7}{12}, 1-p = \frac{5}{12}, n = 7$$

$$P(\text{קאניק}) = \left(\frac{5}{12}\right)^7, P(\text{כולם גצולים}) = \left(\frac{7}{12}\right)^7, P(\text{למנוקש}) = 1 - \left(\frac{7}{12}\right)^7 - \left(\frac{5}{12}\right)^7 = 0.975$$



4. מנקודה A יוצאים שני ישרים, המשיקים למעגל בנקודות B ו-C (ראה סרטוט).

נתון כי $\angle CAB = 90^\circ$.

BE ו-CE הם מיתרים במעגל.

המעגל החוסם את המשולש ABC חותך את המיתר CE בנקודה D.

א. הוכח כי $BD = DE$.

ב. הוכח כי $\triangle ADB \sim \triangle CEB$.

ג. הוכח כי $S_{\triangle CEB} = 2 \cdot S_{\triangle ADB}$.

הוכחה:

(1) $\angle CAB = 90^\circ$ (נתון)

(2) BC קוטר, זווית היקפית נשענת על קוטר. (1)

(3) $\angle CDB = 90^\circ$ היקפית נשענת על קוטר (2).

(4) $\angle BDE = 90^\circ$ זווית ישרה (3).

(5) $AC = AB$ משיקים שווים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

(6) $\angle ABC = 45^\circ$ זווית בסיס בנשואים שווה שיקים וישר זווית (1, 5).

(7) $\angle DEB = 45^\circ$ זווית בין משיק אלמנתי (6).

(8) $\angle DBE = 45^\circ$ השלמת זוויות: $\triangle BDE$ (7, 6)

(9) $BD = DE$ מה זוויות שווה, זכאות שווה (8, 7) **ל.ל.א**

(10) $\angle CBD = \alpha$ סימון

(11) $\angle CDA = \angle BDA$ מהו מיתרים שווים (5), זוויות שווה

(12) $\angle BDA = 45^\circ$ חישוב (11, 3).

(13) $\triangle ADB \sim \triangle CEB$ ע"פ משפט ז'נון 5.5. (45, 45) **ל.ל.ק**

(14) חישוב יחס הזוויות: $\frac{CB}{AB} \leftarrow$ פיתגורס 2 - $\angle CAB$ $CB = \sqrt{2} AB$

ל.ל.א 2. $\frac{S_{\triangle CEB}}{S_{\triangle ADB}} = 2$, היות יחס הסמך שווה א'תם הז'נוין קריק'א: 2.

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

נתון כי $\angle BAC = 80^\circ$.

נסמן את הזווית AOB ב- α , ואת הצלע AB ב- k .

א. הוכח כי $\cos \alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$.

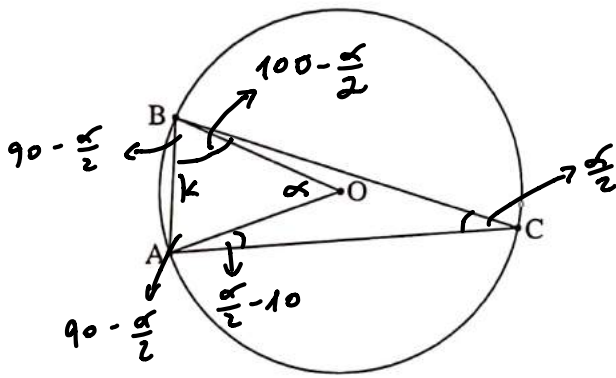
נתון כי $k = \frac{3}{4}R$.

ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC.

נסמן ב- r את רדיוס המעגל החסום במשולש AOB.

ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשיריית.



(א) דפי משפט הקוסינוס ב- ΔABO :

$$k^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos \alpha$$

$$\frac{k^2 - 2R^2}{-2R^2} = \cos \alpha$$

$$1 - \frac{k^2}{2R^2} = \cos \alpha$$

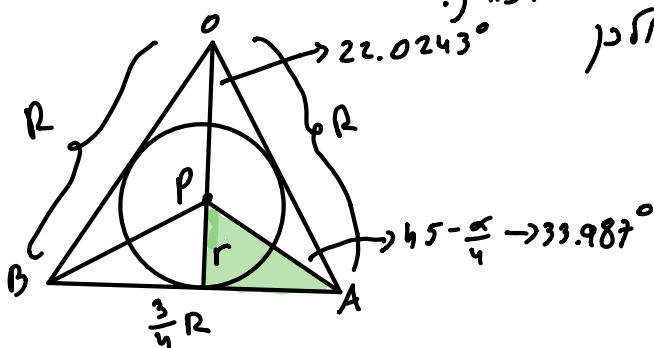
$$1 - \frac{9}{16} \frac{R^2}{2R^2} = \cos \alpha$$

$$1 - \frac{9}{32} = \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{23}{32} \rightarrow \alpha = 44.0486^\circ, \frac{\alpha}{2} = 22.0243^\circ$$

$$\frac{k}{\sin(\frac{\alpha}{2})} = \frac{BC}{\sin 80} \rightarrow \frac{\frac{3}{4}R \cdot \sin 80}{\sin 22.024} = BC \rightarrow BC = 1.9696R$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot k \cdot \sin(100 - 22.0243)}{2} = \frac{1.9696R \cdot \frac{3}{4}R \cdot \sin(77.97)}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = 0.7224R^2$$



(ג) מרכז המעגל החסום במשולש הוא לבנים חונה הזווית: (סמן אותו ב-P. משולש בסך שיש ואכן חונה הזווית הוא גם זווה ותיכין במשולש הריק לתקיית:

$$\frac{r}{\frac{3}{4}R \cdot \frac{1}{2}} = \tan 33.987^\circ$$

$$\frac{r}{R} = 0.2528 \rightarrow \frac{R}{r} = 3.96$$

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 - (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $f(k) = 1$, $t < k$, t הוא פרמטר.

ג. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך.

$$\int_1^k f(x) dx \quad \text{או} \quad \int_1^k (f(x))^2 dx$$

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -1$ ו- $x = -8$.

א) תחום הגדרה:

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2} \\ x(x-1) \neq 0 \rightarrow x \neq 0, 1 \end{cases}$$

כאמור, $x \leq \frac{1}{2}$ ו- $x \neq 0$

מיתוך ציר x :

$$y = 0 \rightarrow \sqrt{1-2x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$(\frac{1}{2}, 0)$

מיתוך ציר y : אין מיתוך \rightarrow כאן התחום $x = 0$
 אם ציר ה- y .

אסימטות:

אנכית:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x} = \frac{1}{0^+} = \infty \rightarrow x = 0$$

אופקית:

$y = 0^+$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x} \xrightarrow[\text{מקרה יותר}]{\text{חזקת הלכנה}} y = 0^+$$

טע"ה ויכ"ה:

$$u = \sqrt{1-2x} \quad v = x^2 - x$$

$$u' = \frac{-1}{\sqrt{1-2x}} \quad v' = 2x - 1$$

$$F'(x) = \frac{\frac{-(x^2-x)}{\sqrt{1-2x}} - (2x-1)\sqrt{1-2x}}{(x^2-x)^2}$$

$$F'(x) = \frac{-x^2 + x - (2x-1)(1-2x)}{\sqrt{1-2x} \cdot (x^2-x)^2} = 0$$

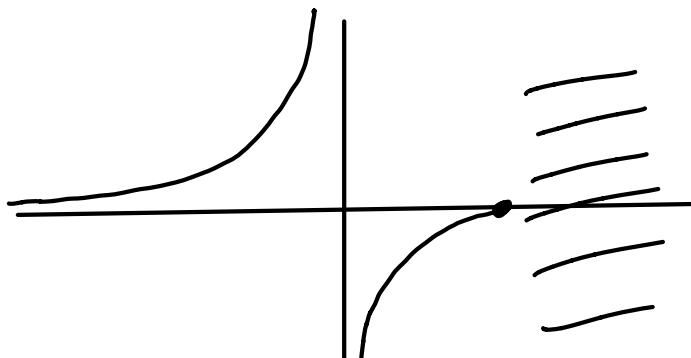
$$-x^2 + x + (2x-1)^2 = 0$$

$$3x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{6} \rightarrow \phi \rightarrow \text{אין נק' קיצוני!}$$

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$F'(x)$	+	-	+	-

טע"ה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < 0$, ויכ"ה: $x < 0$



בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$t < a$, $F(a) = 1$ (2)

$$S = \int_t^a F(x) dx$$

טלמן: $T = \int_t^a F(x)^2 dx$

לכיוון שהפונקציה עולה, אז $0 < F(x_0) < 1$

↓
כפי שהיא

ככל $t < x_0 < a$

$$0 < F(x_0)^2 < F(x_0) < 1$$

כמו כן: $\int_t^a F(x)^2 dx < \int_t^a F(x) dx$

$$\int_{-8}^{-1} F^2(x) dx = \int_{-8}^{-1} \frac{1-2x}{(x^2-x)^2} dx \quad (3)$$

$$\int \frac{-1}{t^2} dt$$

טלמן: $\left. \begin{aligned} x^2 - x &= t \\ 2x - 1 &= dt \\ 1 - 2x &= -dt \end{aligned} \right\}$

$$= \frac{1}{t} \rightarrow \frac{1}{x^2-x} \Big|_{-8}^{-1} = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{64+8}\right) = \frac{35}{72}$$

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$, המוגדרת לכל x . m הוא פרמטר השונה מאפס.

נתון כי בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -2 .

א. הוכח כי m הוא מספר שלם שמתחלק ב-4 ללא שארית.

הצב $m = 4$ וענה על סעיפים ב-ד שלפניך.

ענה על סעיף ב בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

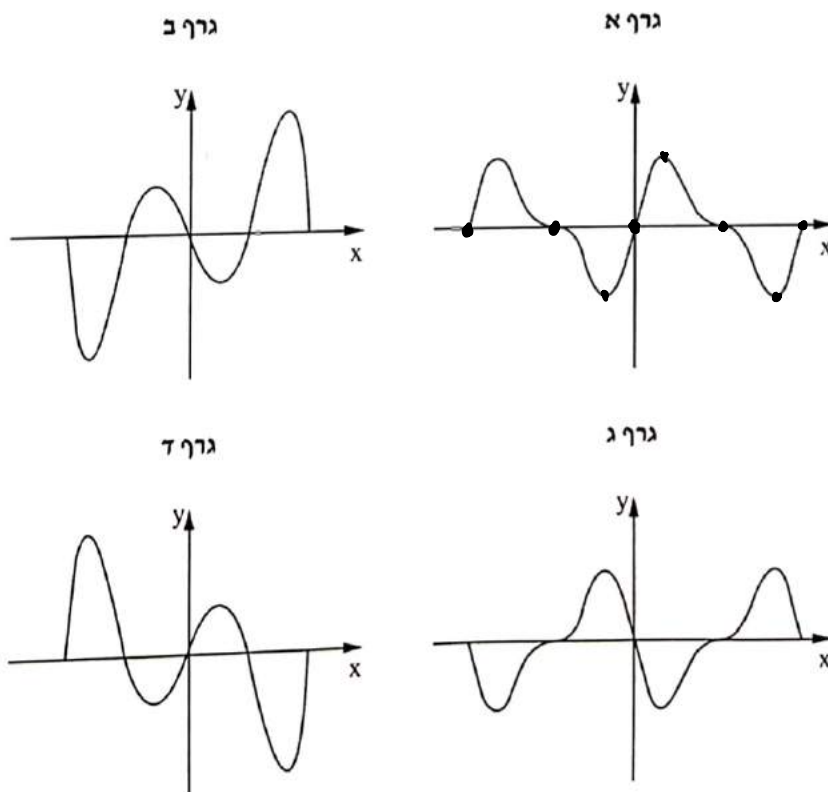
ענה על סעיפים ג-ד בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. הסבר את שיקוליך.

נתונה פונקציה $k(x)$ המקיימת: $k'(x) = f(x)$, $k(0) = 0$.

ד. אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$.

היעזר בתשובתך על סעיף ג וקבע איזה מן הגרפים שלפניך מתאים לגרף הפונקציה $k(x)$. נמק את קביעתך.



$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \quad (\text{מיון: } -2)$$

$$F(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$$

$$F'(x) = -m \sin(mx) - 2 \sin(2x)$$

$$F'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -m \sin\left(\frac{m\pi}{4}\right) - 2 \sin\left(\frac{2\pi}{4}\right) = -2$$

בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$-\mu \sin\left(\frac{\mu\mu}{4}\right) - 2 \cdot 1 = -2$$

$$-\mu \sin\left(\frac{\mu\mu}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\mu\mu}{4}\right) = 0$$

$$\frac{\mu}{4}\mu = \mu\alpha \quad /: \mu \rightarrow \frac{\mu}{4} = \alpha$$

ה'יוק ו-1 הוא מספר טרנס, μ בהכרח
 מתחלק ב-4.

$$0 \leq x \leq \mu$$

$$\underline{\underline{\mu = 4}}$$

$$F(x) = \cos 4x + \cos 2x$$

$$F'(x) = -4\sin 4x - 2\sin 2x$$

מיתוך עם ציר ה- x : $y = 0$

$$0 = \cos 4x + \cos 2x$$

$$0 = 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1$$

$$0 = 2t^2 + t - 1 \quad (\text{סמן: } \cos 2x = t)$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} \rightarrow t = -1$$

$$\rightarrow t = \frac{1}{2}$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$\cos 2x = -1 \quad \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pi + 2k\pi \quad 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$$

קירטום הראשון!:

כאשר

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$$

חיתוך עם ציר ה-y $\leftarrow x=0$

$$\cos(4 \cdot 0) + \cos(2 \cdot 0) = 2 \rightarrow (0, 2)$$

נק' ק"3!

$$F'(x) = -4 \sin 4x - 2 \sin 2x$$

$$0 = -8 \sin 2x \cos 2x - 2 \sin 2x$$

$$-2 \sin 2x (4 \cos 2x + 1)$$

$$\checkmark$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = k\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{2}$$

$$x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$\downarrow$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{4}$$

$$2x = \pm 1.8234 + 2k\pi$$

$$x = \pm 0.9117 + k\pi$$

$$x = \pm 0.29k + k\pi$$

$$x = 0.29\pi \quad \text{נק' חשובית!}$$

$$0.71\pi$$

$$F'(x) = -4\sin 4x - 2\sin 2x$$

(לפי כלל הנוסחה נ"ע, קיבלנו את זה)

$$F''(x) = -8\cos 4x - 4\cos 2x$$

$$F''(0) = -8\cos 0 - 4\cos 0 < 0$$

$$F''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -8\cos 2\pi - 4\cos \pi < 0$$

$$F''(0.29\pi) = -8\cos 1.16\pi - 4\cos 0.58\pi > 0$$

$$F''(\pi) = -8\cos 4\pi - 4\cos 2\pi < 0$$

$$F''(0.71\pi) = -8\cos 2.84\pi - 4\cos 1.42\pi > 0$$

$$F(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \text{ max} \rightarrow \text{ק"3}$$

$$F(0.29\pi) = -1.125 \rightarrow (0.29\pi, -1.125) \text{ min}$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos 2\pi + \cos \pi = 0 \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \text{ max}$$

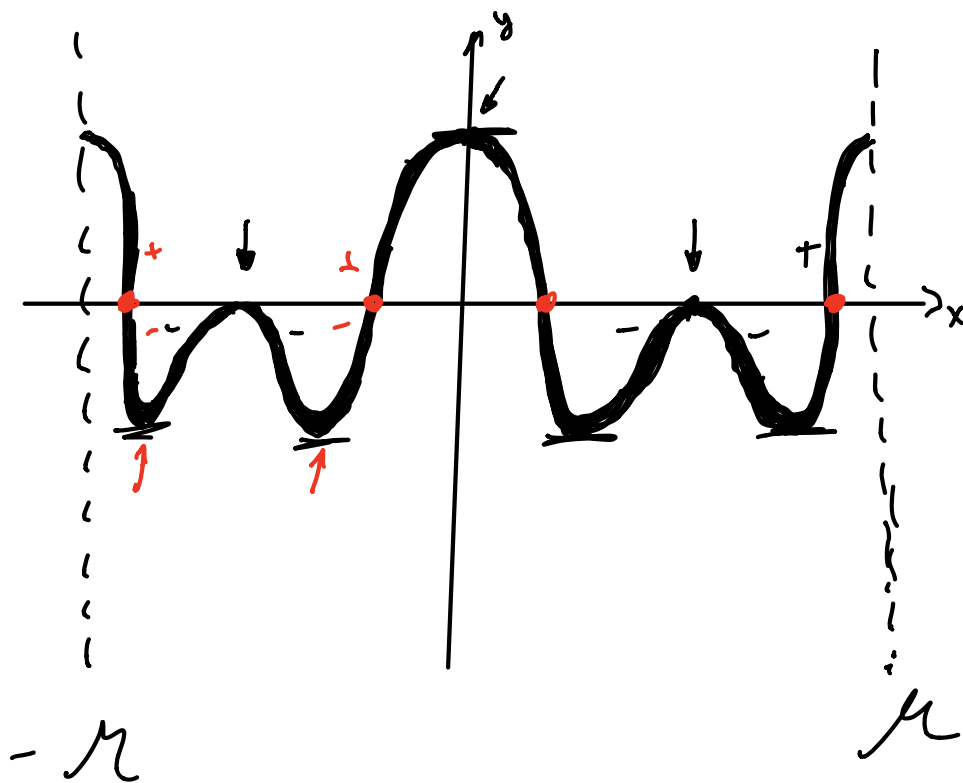
$$F(0.71\pi) = -1.125 \rightarrow (0.71\pi, -1.125) \text{ min}$$

$$F(\pi) = \cos 4\pi + \cos 2\pi = 2 \rightarrow (\pi, 2) \text{ max}$$

נעץ נצירש שרסאל בתחום $-M \leq x \leq M$.

היות והפונק' זיג'י, (שיט) $0 \leq x \leq M$ ו(שיט)

כרביעים II - I - III :



נמיון $f'(x) = f(x)$, כסולמך $f(x)$ היא פונק' ה(זלרת) של $f(x)$.

כפי החיוביות והשלישיות של $f(x)$ ווקוציות הפיתול $x = \pm \frac{\pi}{2}$, הם הראות שלצוקר

בזרם א

8. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x-1}{x-3}$, $g(x) = \frac{x-3}{x-1}$.

ענה על סעיף א בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בסרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגרף של הפונקציה $f(x)$, חלק מן הגרף של הפונקציה $g(x)$,

ומלבן החסום ביניהם ובין ציר ה- x .

צלע BC של המלבן מונחת על ציר ה- x , והצלע הנגדית, AD, מחברת

בין נקודה על הגרף של $f(x)$ ובין נקודה על הגרף של $g(x)$, כמתואר בסרטוט.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

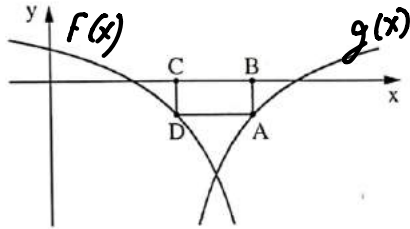
ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של t .

ג. (1) הבע באמצעות t את אורך הצלע AB.

(2) הוכח ששיעור ה- x של הנקודה D הוא $4-t$.

(3) הבע באמצעות t את שטח המלבן ABCD.

ד. מצא את t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.



$g(x) = \frac{x-3}{x-1}$	$f(x) = \frac{x-1}{x-3}$	
$x \neq 1$	$x \neq 3$	תחום הזרימה:
$x=0 \rightarrow y=3 \rightarrow (0,3)$	$x=0 \rightarrow y=\frac{1}{3} (0, \frac{1}{3})$	נק' חיתוך עם צירי-ים:
$y=0 \rightarrow x=3 \rightarrow (3,0)$	$y=0 \rightarrow x=1 (1,0)$	

כ) $x_A = t$, ע"פ למצא' הסעיף הקודם ברור שהפונק' $f(x)$ היא היורדת (מיתכת ב- $x = \frac{1}{3}$ את ציר ה- x) ו- $g(x)$ היא העולה (חיתכת ב- $x=3$ את ציר ה- x). נמצא את נק' החיתוך של הפונק' :

$$\frac{x-3}{x-1} = \frac{x-1}{x-3} \rightarrow (x-3)^2 = (x-1)^2 \rightarrow -6x + 9 = -2x + 1$$

$$-4x = -8 \rightarrow x = 2$$

לכאן ע: $2 < t < 3$

הערה: אם $2 < t < 3$ אז נקרא נק' לכאן אק הוא ע"א יהיה חסום בין הפונק' עציר.

$$AB = 0 - y_A = 0 - \frac{t-3}{t-1} \rightarrow AB = \frac{3-t}{t-1} \quad (1)$$

$$g(t) = \frac{t-3}{t-1}, \quad g(t) = F(t)$$

נמצא את y_A (2)

$$\frac{t-3}{t-1} = \frac{x_0-1}{x_0-3} \rightarrow \cancel{x_0 t} - 3t - 3x_0 + 9 = \cancel{x_0 t} - t - x_0 + 1$$

$$-2t + 8 = 2x_0 \quad /: 2 \rightarrow x_0 = 4 - t$$

$$(x_A - x_D) \cdot AB = (t - 4 + t) \cdot \frac{3-t}{t-1} \quad (3) \text{ שם נרדף:}$$

$$\frac{(2t-4)(3-t)}{t-1}$$

$$z(t) = \frac{-2t^2 + 10t - 12}{t-1}$$

(3) נבנה פונק' שטח ונחפש נקסימא:

$$z'(t) = \frac{-2t^2 + 10t - 12 - (-4t + 10)(t-1)}{(t-1)^2}$$

$$u = -2t^2 + 10t - 12 \quad v = t - 1$$

$$u' = -4t + 10 \quad v' = 1$$

$$-2t^2 + \cancel{10t} - 12 + 4t^2 - 4t - \cancel{10t} + 10 = 0$$

$$2t^2 - 4t - 2 = 0$$

$$t^2 - 2t - 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \rightarrow t_1 = 1 + \sqrt{2}$$

$$\rightarrow t_2 = 1 - \sqrt{2} \rightarrow \text{כסף} \quad \underline{\underline{2 < t < 3}}$$

נקודת שאילת השטח נקסימא: $z'(t) = \frac{2t^2 - 4t - 2}{+}$

t	≤	1 + √2	≤	
z'(t)	+	0	-	→

אכן התקבל נקסימוס
צבוי $t = 2.4142$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה