

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתון פרמטר $a > 0$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a, 0)$ שווה

למרחק שלהן מן הישר $x = a - 1$.

ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(0, a)$ שווה

למרחק שלהן מן הישר $y = a - 1$.

נתון כי שני המקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא $(2, 2)$.

ג. (1) מצא את a .

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המקומות הגאומטריים עם הנקודות $(3a, 0)$ ו- $(0, 3a)$ כך שמתקבל מרובע.

ד. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

2. נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

נתון: \vec{SA} מאונך לבסיס הפירמידה, $\angle BAD = 60^\circ$, $SA = BA$, $\vec{SE} = t \cdot \vec{SC}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר.
נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הבע את הווקטורים \vec{EB} ו- \vec{ED} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} , t .

ב. נתון: $t = \frac{1}{2}$.

(1) הוכח כי \vec{EB} מאונך ל- \vec{ED} .

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(6\sqrt{3}, 6, 0)$, קודקוד D נמצא על ציר ה- y בכיוון החיובי,

שיעור ה- z של הנקודה S גדול מאפס.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו- D.

ד. מצא את משוואת המישור SAB.

3. נתונה המשוואה $z^4 = -16$ (z הוא מספר מרוכב).

א. פתור את המשוואה.

נתון: פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. סרטט במערכת הצירים את המצולע שהתקבל.

ג. כופלים ב- $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע.

ד. מצא את שיעורי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים שהתקבלו בהכפלה.

ה. הוא מספר טבעי, $11 < n < 17$ ו- c הוא מספר ממשי.

כל אחד מן המספרים המרוכבים שמצאת בסעיפים הקודמים מקיים את המשוואה $z^n = c$.

ז. מצא את n ואת c.

הנקודות במישור גאוס, המיוצגות על ידי כל הפתרונות של המשוואה $z^n = c$ שמצאת בסעיף ד, יוצרות

מצולע בעל n צלעות.

ח. מצא את שטח המצולע.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + ae^{-2x}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר, $a > 1$.
 בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.
- א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3)
- ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת כאשר $x = \frac{\ln(a)}{2}$.
 מצא את שיעור ה- y של נקודת הפיתול, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$.
 (2) סרטט את גרף הפונקציה $g'(x)$. פרט את שיקוליך.
- ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ ועל ידי הישרים $x = 0$, $y = \frac{1}{2}$.

5. א. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{(x + 2)(x - 1)}\right)$

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x))$.
 היעזר בתשובותיך על השאלות בסעיף א וענה על התת-סעיפים (1)-(3) שלפניך.
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.
- ג. בעבור כל x המקיים $0 < f(x) < 1$, קבע אם המכפלה $f(x) \cdot g(x)$ חיובית. נמק את קביעתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך