

## פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

מועד א', קיץ 2021, שאלון 581 (806)

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ**  
בשיטת המהירה והモבילה להצלחה

סיכון שיעור  
לא צריך לסתום  
הכט עבורכם סיכון  
שיעורם מראש



ספריות שיעור  
כל השיעורים  
חתויים לצפייה,  
כל הזמן וכל הזמן



ריענון לפני הקורס  
הניש מאכיז עם  
חומר הכנה ייחודיים



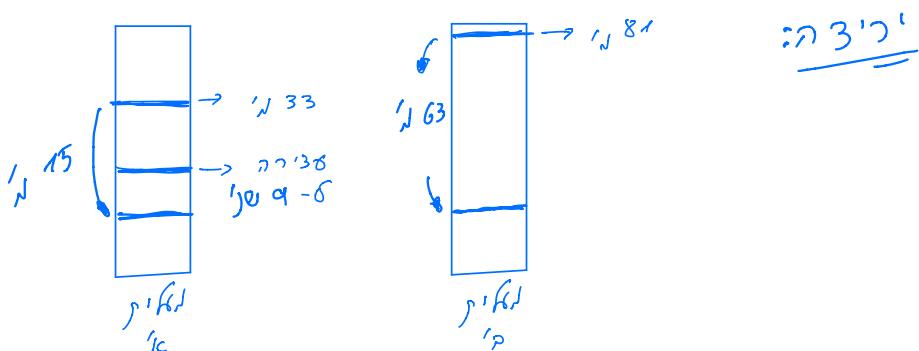
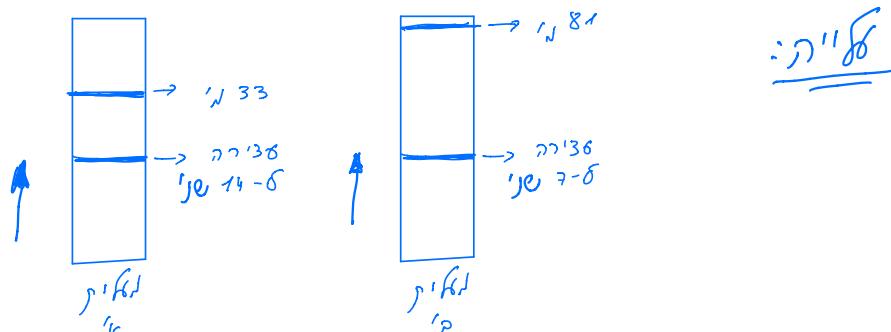
מרצה זמין ב-WhatsApp  
לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הบทינה



לחצו לפרטים נוספים מיעוץ לימודים <>

1. בכית מלוון יש שעוי מעליות, מעלית א ומעלית ב. שתי המעליות התחילה לעלות מקומות הרכען (גובה 0) באוטו זמן. מעלית א עזרה בדרכה עצירת ביעים שטמבה 14 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומה שגובהה 33 מטרים. מעלית א העלה בעזרה בדרכה עצירת ביעים שטמבה 7 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומה שגובהה שטמבה 81 מטרים.
- מעלית א הגישה לקומה שטמבה 33 מטרים בדיק באוטו זמן שבו הגישה מעלית ב לקומה שטמבה 81 מטרים. לאחר מכן, התחילו שתי המעליות לרדת בדיק באוטו זמן. מעלית א יידה 15 מטרים, ובדרך עצירה עצירות ביעים, שטמבה 9 שניות. בזמן שירדה מעלית א, יידה מעלית ב 63 מטרים בדיפת, ללא עצירות ביעים. ידוע כי המהירות של כל אחת מן המעליות בעליה שווה ל מהירות של כל אחת מתוכן בירידת כמו כן ידוע כי המעליות נעות במתיחויות קבועות.
- a. חשב את המהירות של כל אחת משתי המעליות.
- מעלית א הייתה בקומה הרכען של בית חמלון, ואילו מעלית ב הייתה בקומה הנמצאת מעל קומה שטמבה 42 מטרים. שתי המעליות התחילה לנוע באוטו זמן לכיוון קומה שטמבה 42 מטרים. מעלית א עלה לקופה זו מקומות הרכען ללא עצירות ביעים. מעלית ב ירדה לקופה זו מן הקומה שבה הייתה הייטה ובדרך עצירה עצירות ביעים אותן, שטמבה 6 שניות. שתי המעליות הגיעו לקופה שטמבה 42 מטרים בדיק באוטו זמן.
- b. האם מעלית ב הייתה בקומה העילית של בית החלון כאשר היא התחילה לדוח? נמק את תשובתך.

כ) (א) מ' רקי' לכ' מ' נט' הטעקה:



	$\text{לכ. כ.}$	$\text{LN5}$	
33	$V_1$	$t_1$	$\begin{cases} \text{'ק. ג. ס. נ.} \\ \text{'ג. ג. ס. נ.} \end{cases}$
81	$V_2$	$t_1 - 7$	$\begin{cases} \text{'ק. ג. ס. נ.} \\ \text{'ג. ג. ס. נ.} \end{cases}$
15	$V_1$	$t_2$	$\begin{cases} \text{'ק. ג. ס. נ.} \\ \text{'ג. ג. ס. נ.} \end{cases}$
63	$V_2$	$t_2 - 9$	$\begin{cases} \text{'ק. ג. ס. נ.} \\ \text{'ג. ג. ס. נ.} \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{33}{V_1} = \frac{81}{V_2} - 7 \\ \frac{15}{V_1} = \frac{63}{V_2} - 9 \end{cases} \rightarrow \frac{33}{\cancel{V_1}} \cdot \frac{\cancel{V_1}}{15} = \frac{81 - 7V_2}{\cancel{V_2}} \cdot \frac{\cancel{V_2}}{63 - 9V_2}$$

$$33(63 - 9V_2) = 15(81 - 7V_2)$$

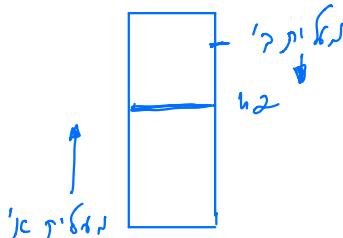
$$2079 - 297V_2 = 1215 - 105V_2$$

$$864 = 192V_2$$

$$\text{השאלה נסגרה} \rightarrow V_2 = 4.5$$

$$\frac{15}{V_1} = \frac{63}{4.5} - 9 \rightarrow \frac{15}{V_1} = 5 \rightarrow V_1 = 3$$

לכ' כ' יעד נסგ' גור' ה' כ' 3 נ' גאל'ג



$p=3$ 42	$\text{NS}$ 14	$\text{הנ'}$ 3	$\text{ט'}$ $\sqrt{N}$
36	8	4.5	$\sqrt{N}$

(2)

גזרה מוגדרת ? ! את הדרישה שאלת

5.16 טריה כליריה בסכימה גט"נ הייל ויזא שג"נ מיל קולג  
סקימה ר� מיל

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGH**

**בשיטת המהירות והmobilitה להצלחה**

2. נתונה סדרה  $a_n$  שסכום  $n$  האיברים הראשוניים שלה, לכל  $n \geq 1$ , הוא:

$$n \cdot p - n^2 - p > 0 \quad S_n = k \cdot n^2 \quad k > 0$$

א) (1) הבע את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות  $p$ ,  $k$  ו-  $n$ , בעבר  $n \geq 1$ .

(2) הונחה שמצאת מותג-סעיף א(1) נכון עבור כל  $n$  טبוי, הסבר טודע.

(3) הוכיח כי הסדרה היא סדרה חשבונית והבע את  $p$ , חփרשות של הסדרה, באמצעות  $k$ .

נתונות שתי סדרות הנדסיות  $b_n$  ו-  $c_n$ .

טנת הסדרה  $b_n$  שווה ל-  $p$  (הפרש הסדרה החשבונית  $a_n$ ).

סדרה  $c_n$  היא סדרה הנדסית נוספת שהמנה שלה שווה ל-  $\frac{2}{k}$ .

נתון:  $a_1 = b_1 = c_1$ ,

$$p = 4.5, k = 1.5$$

ב) הסבר מדוע הסדרה  $c_n$  היא סדרה מתכנסת.

נתנו כי היחס בין טפס  $n$  האיברים הראשונים של הסדרה  $b_n$  ובין סכום כל האיברים השווים האינסופית  $c_n$  זה  $40\frac{1}{3}$ .

ג) חשב את  $n$ .

ד) האם הסדרה  $c_n$  היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת? נמק את תשובה.

$$S_n = k \cdot n^2 - pn \quad (1)$$

$$S_{n-1} = k \cdot (n-1)^2 - p(n-1)$$

$$S_n - S_{n-1} = \cancel{k \cdot n^2} - \cancel{pn} - (\cancel{k \cdot n^2} - 2kn + \cancel{k} - \cancel{pn} + \cancel{p})$$

$$a_n = 2kn - k - p \rightarrow a_n = k(2n-1) - p$$

איך מוכיח שסדרה דיה (כליה כך נזכיר בירוק):

$$S_1 = a_1 \rightarrow k - p = k(2-1) - p \rightarrow \text{נוכיח.}$$

(3) נוכיח שסדרה חשבונית, לכן הוכיח?

נראה בקורס?

$$a_{n+1} = k(2n+2-1) - p \rightarrow a_{n+1} = k(2n+1) - p$$

$$a_{n+1} - a_n = k(2n+1) - p - [k(2n-1) - p]$$

$$= 2kn + k - 2kn + k = 2k \rightarrow \text{לראן כפיה שואן}$$

$$\therefore \text{נוכיח.}$$

ב) רצף גא  $a_n$  גא הינו?

$$a_1 = 1 - p \rightarrow a_1 = 1.5 - 4.5 = -3 = c_1 = b_1$$

$$\text{ככה } \theta \neq \text{ טהו : } d = 2 \cdot 1.5 = 3$$

$$g_c = \frac{2}{d} = \frac{2}{3}$$

סכום  $s_n$  מיא סדרה נרכזת הינו מהין:

$$b_1 = -3, \quad g_b = 3 \xrightarrow{\text{ר.מ.ק.}} s_m = \frac{-3(3^m - 1)}{3 - 1} \quad (2)$$

$$s_m = -1.5(3^m - 1)$$

$$s_{\infty(c_n)} = \frac{-3}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{-3}{\frac{1}{3}} = -9$$

$$\frac{-1.5(3^m - 1)}{-9} = 40 \frac{1}{3} \rightarrow 3^m - 1 = 242 \quad \text{גא לין:}$$

$$3^m = 243 \rightarrow m = 5$$

,  $\frac{2}{3}$  סכום קיינה  $s_n$  מיא הסדרה  $c_n$  (3)

סודן כהן א:  $a_n, \sqrt{32n}, \sqrt{n+1}$

טווח סודן מליון ומאהו הסדרה קיינה.

3. בית ספר תיכון גדול מאה, מספר התלמידים גדול פי 9 מספר המורים.  
בבית הספר נערכ סקר שהשתתפם בו כל המורים והתלמידים בבית הספר, והם בלבד.  
המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה.  
נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה.  
כמו כן נמצא כי  $\frac{13}{15}$  מכלל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים), שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים.  
א. מהי ההסתברות שambilן כל המשתתפים בסקר יבחר באקראי תלמיד שלא נבדק לגילוי קורונה?  
בחו באקראי בוח אחור זה 5 משתתפים מבין כל משתתפי הסקר.  
ב. מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה?  
ג. ידוע כי מבין החטיפה שנבחנה, לפחות מעתה אחד נבדק לגילוי קורונה.  
מהי ההסתברות שלפחות 4 מן המשתתפים שנבחנו נבדקו לגילוי קורונה?  
ה. ידוע כי מבין החטיפה שנבחנה, בדיק 2 נבדקו לגילוי קורונה.  
מהי ההסתברות שהאחרון שנבחן נבדק לגילוי קורונה?

ל 3. ג. לסר הדוגמאות הוכח:

	$A$	$\bar{A}$	$B$	$\bar{B}$
0.6	0.08	0.52	?	$B$
0.4	0.02	0.38	?	$\bar{B}$
1	0.1	0.9		

$P(\bar{A} \wedge B) = 0.8 \cdot 0.1 = 0.08$

$$P(A/B) = \frac{13}{15} \Rightarrow \frac{P(A \wedge B)}{P(B)} = \frac{13}{15}$$

$$P(B) = x \Rightarrow \frac{13x}{15} = 0.08 \rightarrow x = 0.00$$

$$P(A \wedge \bar{B}) = 0.38$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה

רְאֵתִי בַּיּוֹם הַזֶּה

$$P(A \cap B) = 0.6 \quad \left. \begin{array}{l} P_1 = \binom{5}{4} \cdot 0.6^4 \cdot 0.4 = 0.259 \\ n = 5 \\ P_2 = \binom{5}{5} \cdot 0.6^5 = 0.077 \end{array} \right\}$$

$$P_1 + P_2 = 0.336$$

۲۰) ل. لاین دلار و آندریو + نویسنده‌ی این مقاله:

$$P\left(\frac{S_{1k^m}}{T_{1k^m}} \mid \frac{S_{1k^m}}{T_{1k^m}} > 1\right) = \frac{0.3376}{1 - 0.4^5} = 0.346$$

רְבָנָה - בְּגִיאָה כְּלַיְלָה וְבְּרִיאָה (ז)

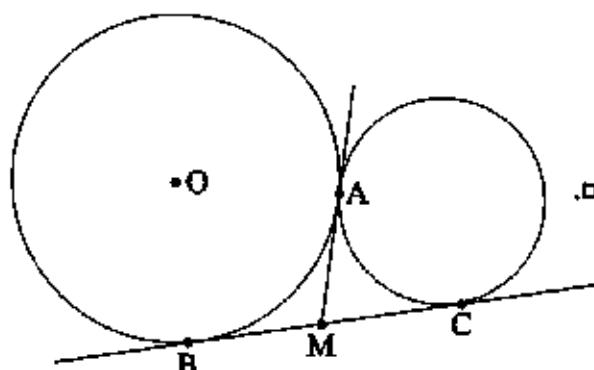
10 ፲፻፭ ፲፻፭፻ ፫ ፲፻፭፻ ፪ ፲፻፭፻ ፫ ፲፻፭፻ ፫

1100 6 2000 1100 1000 800 200

$\frac{4}{10} = 0.4$  (או  $40\%$ ) מילויים.

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של סHIGH**

**בשיטתה המהירה והמודילה להצלחה**



- שני מעגלים משיקים זה לזו בנקודה A (ראה סרטוט).  
 הנקודה O היא מרכז המעגל השטائي.  
 מעבירים בנקודה A משיק משותף לשני המעגלים.  
 B ו- C הן נקודות החשכה של מושך נוסף שמשיק לשני  
 שני המשיקים נחכמים בנקודה M.  
 א. הוכח כי  $\angle BAC = 90^\circ$ .  
 ב. הוכח כי  $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$   
 נתון:  $AB = 8$ ,  $AC = 6$

.  $AB = 8$ ,  $AC = 6$  :  
լու

- בג' חשב את רדיוס המעל שטרכטו הוא בנקודה O.

ד. חשב את יחס השטחים  $\frac{S_{\Delta OBM}}{S_{AAMC}}$

לעומת גניזה כאלזקם מתקינה ח'צון ימ' ו' (117)

גא, 2, 1 סטטיסטיקה

נאמן הילק: (גפ. זכר ר' נון)  
הנאמן קורא בראת קדש, חמי, חלמי  
*'k sel. s'ē'*

$\Delta ABC \rightarrow \text{Eqilateral}$

. 4,3 əf

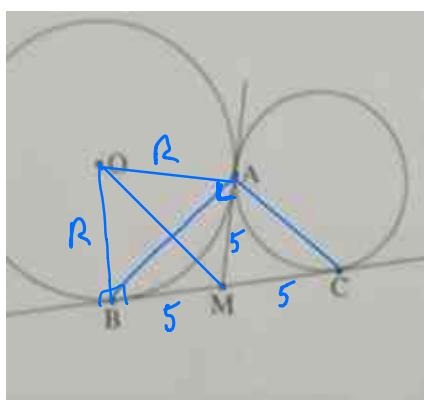
៩២៣៧, ៦,៥ ០៨

• P. S. N.

.5 -? נפנ

ט'ו

3. 1961



7) 66

$$MA = MB \quad (2)$$

$$m\beta = mc = m\lambda \quad (3)$$

efield is zero. So (4)

ABC s"e"

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad (5)$$

$$BC = 2AM \quad (6)$$

$$AB^2 + AC^2 = (2AM)^2 \quad (7)$$

$$AB^2 + AC^2 = 4AM^2 \quad (8)$$

$$8^2 + 6^2 = BC^2 \quad (9)$$

$$\downarrow \\ BC = 10 \quad (10)$$

↓  
21

$$BM = MA = MC = 5 \text{ (11)}$$

**בגרות מלאים או משכרים רק עם המומחים של HIGHQ**

## בשיטתה המהירה והmobilia להצלחה

$$\Delta OBM \sim \Delta OAM \text{ (זווית מרכזית שווה זווית)} \quad 11.$$

חישוב שטח  $\Delta OBM$  ו-  $\Delta OAM$  (בנוסף ל-11)

ג'ז. פאות.

$\Delta OBM \rightarrow$  כתוב

$$14 - \rightarrow \text{נגזר}$$

$$\text{נגזר } \sqrt{R^2 + 25}, 16, 13$$

מבחן

מבחן

' נ.ג.ן.

ו.נ.ן.

נ.ג.ן (נ.ג.ן).

ו.נ.ן

ג'ז. רדיאן + ג'ז. כוסון נגזר (נגזר ג'ז. ג'ז. ג'ז.)

$\Delta AMC \rightarrow$  כתוב

מבחן

(נ.ג.ן - δ) AC - δ נ.ג.ן (נ.ג.ן)

ג'ז. נ.ג.ן

מבחן

מבחן

' נ.ג.ן.

$$12) \text{ שטח } \Delta OBM$$

$$S_{\Delta BM} = 5R \quad 13$$

$$S_{\Delta BM} = \frac{OM \cdot AB}{2} \quad 14$$

$$OM = \sqrt{R^2 + 25} \quad 15$$

$$S_{\Delta BM} = \frac{8\sqrt{R^2 + 25}}{2} \quad 16$$

$$4\sqrt{R^2 + 25} = 5R \quad 17$$

$$16R^2 + 100 = 25R^2$$

$$\frac{400}{9} = R^2 / R$$

$$\frac{20}{3} = R$$

$$18) \text{ שטח } \Delta AMC$$

$$A_{\Delta AMC} / \text{נ.ג.ן}$$

$$19) \text{ שטח } \Delta AMC$$

$$20) \text{ שטח } \Delta AMC$$

$$A_{\Delta AMC} / \text{נ.ג.ן}$$

$$21) A_{\Delta C} = 1CC = 3$$

$$22) MC^2 + 3^2 = 5^2$$

$$23) MC = 4$$

$$24) S_{\Delta AMC} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

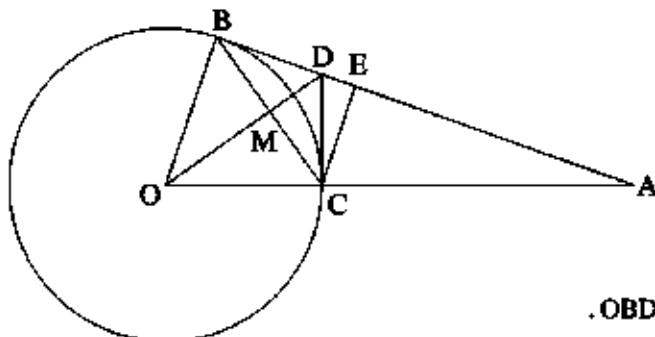
$$25) S_{\Delta OBM} = \frac{20}{3} \cdot \frac{5}{2}$$

$$26) S_{\Delta OBM} = \frac{50}{3}$$

$$S_{\Delta OBM} = \frac{50}{3} \cdot \frac{1}{12} \quad 26$$

$$S_{\Delta AMC}$$

$$= \frac{50}{36} = \frac{25}{18}$$



5. DB ו- DC משיקים למעגל שמרכזו O, כמתואר בסרטוט. רדיוס המעלג: R.

חמשך BD חותך את המשך OC בנקודה A.

הקטע OD והמיור BC נחתכים בנקודה M.

הקטע CE מאוקן ל- AB.

נסמן:  $\angle ABC = \alpha$ .

a. הסבר מדוע אפשר לחסום במעלן:

(1) את חמשתך OBDC.

(2) את חמשתך MDEC.

נסמן:  $d_1$  הוא קוטר המילול החוסם את המוחבב OBDC.

$d_2$  הוא קוטר המילול החוסם את המוחבב MDEC.

$d_3$  הוא קוטר המילול החוסם את המשולש AOD.

b. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- R את  $d_1$ , את  $d_2$  ואת  $d_3$ .

c. מצא את הערך של  $\alpha$  שבעבורה מתקאים:  $\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3}$

$$\angle OBD = \angle OCD = 90^\circ \quad (\text{כפי שown בזיהוי})$$

$$\angle OBD + \angle OCD = 180^\circ \rightarrow \text{כגון } \angle OBDC \text{ כנראה.}$$

$$\angle OBD \quad / \quad \angle \text{זווית} \quad (\text{OB} = OC = r, BO = OC)$$

$$\angle DMc = 90^\circ \quad (\text{זווית מרכזית היא ישרה}).$$

$$\angle DMc + \angle DEC = 180^\circ \rightarrow \text{כגון } \angle MDEC \text{ כנראה.}$$

$$\text{כ) חקץ בזיהוי } d_1 = OD : r \quad (\text{ללא ייקיימן ישרה } \angle OBD \text{ ישר}).$$

$$\therefore \angle OBD = 90^\circ$$

$$\frac{OB}{\sin(90-\alpha)} = \frac{OD}{\sin 90}$$

$$\frac{R}{\cos \alpha} = d_1$$

$$\Delta OBD \rightarrow \text{סינוס} \angle \alpha = \frac{BD}{OB} \quad \overbrace{BD = DC = d_2}^{\text{Dc} = d_2}$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{BO}{\sin(90-\alpha)} \quad \overbrace{BO = DC = d_2}^{BO = DC = d_2}$$

$$\frac{d_2}{\sin(\alpha)} = \frac{R}{\cos(\alpha)} \rightarrow \boxed{d_2 = R \tan(\alpha)}$$

:  $\Delta ODA - P$  סינוס

$$\frac{DO}{\sin(90-2\alpha)} = d_3$$

$$\frac{\frac{R}{\cos \alpha}}{\cos 2\alpha} = d_3$$

$$\boxed{d_3 = \frac{R}{\cos \alpha \cos 2\alpha}}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3} \rightarrow d_2 \cdot d_3 = d_1^2 \quad (1)$$

$$\frac{R \tan(\alpha) \cdot R}{\cos \alpha \cos 2\alpha} = \frac{R^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{R^2 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha \cos 2\alpha} = \frac{R^2}{\cos^2 \alpha} \quad / \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{R^2}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos 2\alpha} = 1 \rightarrow \sin \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\sin \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0$$

$$-1 \pm \sqrt{1 + 8} \quad \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = -1 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ \quad \alpha \neq 270^\circ \quad \downarrow$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$$6. \text{ נתונות הפונקציות: } f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}, \quad g(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^3}$$

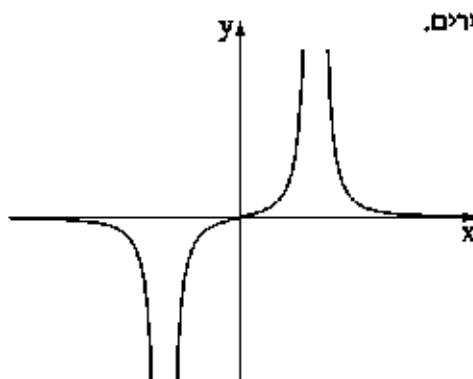
a. ענה על תתי-Սעיפים (1)-(4) בעקבות כל אחת משתי הפונקציות  $f$  ו- $g$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משלוחאות האסימפטוטיות של הפונקציה המאומכנת לצירים.

(3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.

(4) חוויכ ביפונקציה איזוגית.



b. (1) הגרף שלפניך מציין את אחת הפונקציות  $f$  ו- $g$ .

קבע איזו מן הפונקציות הגרף מציין. נמק את קביעתך.

(2) סרטט סקיצה של גורף הפונקציה אחרת.

נתונה פונקציה  $(x)$  שמקיימת:  $(x) = h'(x)$ .

$(x) = h'(x)$  מוגדרת באותו תחום.

c. מה הם תחומי העליה והירידה של  $h(x)$ ?

d. חשב את:

$$(1) \int_{-1}^1 f(x) dx. \text{ נמק את השוטר.}$$

(2) השטח הכלוא בין גורף הפונקציה  $(x)$ , ציר ה- $x$  והישרים  $x = 1$ ,  $x = -1$ .

נתונה הפונקציה  $b$  שמקיימת:  $b(x) = f(x) + k(x)$ .  $k(x) = 0$  חטא פרמטר.

e. האם הפונקציה  $(x)$  אונית, איזוגית או לא זווגית ולא איזוגית? נמק את תשובתך.

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}, \quad g(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^3}$$

ב) נתקה בסכום:

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}$$

$\nwarrow$

$$(x^2 - 2)^2 \neq 0 \quad / \sqrt[4]{\cdot}$$

$$x^2 - 2 \neq 0$$

$$x \neq \pm \sqrt{2}$$

$$f(x) : \left\{ x \mid x \neq \pm \sqrt{2} \right\}$$

$$g(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^3}$$

$\searrow$

$$(x^2 - 2)^3 \neq 0 \quad / \sqrt[3]{\cdot}$$

$$x^2 - 2 \neq 0$$

$$x \neq \pm \sqrt{2}$$

$$g(x) : \left\{ x \mid x \neq \pm \sqrt{2} \right\}$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$f(x) :$ 

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} f(x) = \frac{\sqrt{2}^+}{[(\sqrt{2}^+)^2 - 2]^2} = \frac{\sqrt{2}^+}{0^+} = \infty$$

 $\therefore \text{case (2)}$ 

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^-} f(x) = \frac{\sqrt{2}^-}{[(\sqrt{2}^-)^2 - 2]^2} = \frac{\sqrt{2}^-}{0^+} = \infty$$

 $x = \sqrt{2}$  נעלם מס  $y=0$ 

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^+} f(x) = \frac{-\sqrt{2}^+}{[(-\sqrt{2}^+)^2 - 2]^2} = \frac{-\sqrt{2}^+}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^-} f(x) = \frac{-\sqrt{2}^-}{[(-\sqrt{2}^-)^2 - 2]^2} = \frac{-\sqrt{2}^-}{0^+} = -\infty$$

(הזק → מילוי אגוזי,  $y=0$ ,  $x = \sqrt{2}$  נעלם מס  $y=0$ ) $g(x) :$ 

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} g(x) = \frac{\sqrt{2}^+}{[(\sqrt{2}^+)^2 - 2]^3} = \frac{\sqrt{2}^+}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^-} g(x) = \frac{\sqrt{2}^-}{[(\sqrt{2}^-)^2 - 2]^3} = \frac{\sqrt{2}^-}{0^+} = -\infty$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^+} g(x) = \frac{-\sqrt{2}^+}{[(-\sqrt{2})^2 - 2]^3} = \frac{-\sqrt{2}^+}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^-} g(x) = \frac{-\sqrt{2}^-}{[(-\sqrt{2})^2 - 2]^3} = \frac{-\sqrt{2}^-}{0^-} = -\infty$$

לפ'  $x = -\sqrt{2}$  מינימום (איך מינימום?)

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 - z)^2} \rightarrow \begin{array}{c} u = x \\ u' = 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} v = \sqrt{x^2 - z} \\ v' = \frac{1}{2}(x^2 - z)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = x(x^2 - z)^{-\frac{1}{2}} \end{array} \quad (3)$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - z)^2 - ux^2(x^2 - z)}{(x^2 - z)^4} = 0 \quad ux(x^2 - z)$$

$$(x^2 - z)^2 - ux^2(x^2 - z) = 0 \quad \begin{array}{l} \text{רודג גודג גודג} \\ \text{רונן חנן} \\ \text{רונן מרגולין קסמי} \end{array}$$

$$x^2 \cdot 2 - ux^2 = 0$$

$$-3x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{2}{3} \quad \begin{array}{l} \text{בכקה} \\ \text{הנץ הנץ} \\ \text{אילן אדמסון נמרוד אנטונוף} \end{array}$$

$f'(x) = 0$  ומכאן  $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$g(x) = \frac{x}{(x^2 - z)^3} \rightarrow \begin{array}{c} u = x \\ u' = 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} v = (x^2 - z)^3 \\ v' = 6x(x^2 - z)^2 \end{array}$$

$$g'(x) = \frac{(x^2 - z)^3 - 6x^2(x^2 - z)^2}{(x^2 - z)^6} = 0$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה

$$(x^2 - 2)^5 - 6x^2(x^2 - 2)^3 = 0$$

(ב) מינימום נסרך  
לפונקציית  $y = x^2 - 2$

$$x^2 - 2 - 6x^2 = 0$$

$$-5x^2 - 2 = 0$$

במקרהabra

$$-5x^2 = 2$$

$$x^2 = -\frac{2}{5}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{2}{5}}$$

אנו מודים כי לא ניתן לרשום שורש של מספר שלילי.

$f'(x) = 10x^3 - 12x^3 = -2x^3$

(۲) جیسا کوئی

$$-f/g(x) = f/g(-x)$$

የኢትዮ ከኢትዮ ቅዱስ ዘመን ስምምነት ይፈጸማል

$$f(x) =$$

$$-f(x) = \frac{-x}{(x^2 - z)^2}, \quad f(x) = \frac{-x}{(x^2 - z)^2}$$

$$-f(x) \stackrel{?}{=} f(-x) \Rightarrow \frac{-x}{(x^2 - z)^2} \stackrel{?}{=} \frac{-x}{(x^2 - z)^2}$$

$$\frac{-x}{(x^2 - z)^2} \stackrel{?}{=} \frac{-x}{(x^2 - z)^2} \rightarrow \text{Answer}$$

860

$$-g(x) = \frac{-x}{(x^2 - z)^3} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{(x^2 - z)^3}$$

$$-g(x) \stackrel{?}{=} g(-x) \Rightarrow \frac{-x}{(x^2 - z)^3} \stackrel{?}{=} \frac{-x}{(-x^2 - z)^3}$$

$$\frac{-x}{(x^2 - z)^3} \stackrel{?}{=} \frac{-x}{(x^2 - z)^3} \rightarrow \text{प्र० प्र० र० } \left. \begin{array}{l} \text{प्र०} \\ \text{प्र०} \\ \text{र०} \end{array} \right\} \text{प्र०} \quad \text{उ० उ० उ० } \left. \begin{array}{l} \text{उ०} \\ \text{उ०} \\ \text{उ०} \end{array} \right\} \text{उ०}$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של QHIG**

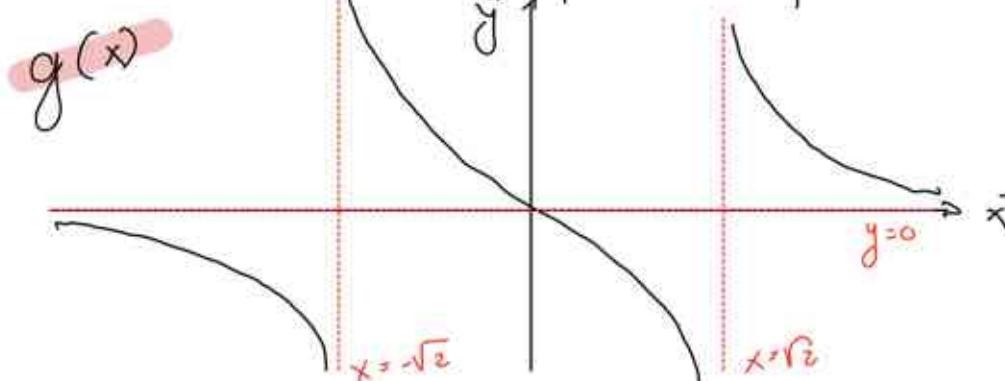
**בשיטת המהירות והmobilitה להצלחה**

מזכינים אותו לשלום האמת,

ב. הצעה: פסנתרן יתקין - מ- 200 ש"ח  
א. רשות: פסנתרן יתקין (1) (2) (3) (4)  
ב. רשות: פסנתרן יתקין (1) (2) (3) (4)

اولاً  $f(x)$  رسم و نظر  $f(x) = x$ .  
ثانياً  $f(x) = \sqrt{x}$  رسم و نظر.

לעומת זה הינה מילוי בז'ה גראן גראן (2)



2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y(x)$ ,  $y(x)$  چه می‌شود؟

הנ'  $f(x) = g(x) + h(x)$  ו $g(x)$  מוגדרת כפונקציית גודל מוגבלת. נסמן  $M$  בערך המרבי של  $|g(x)|$ .

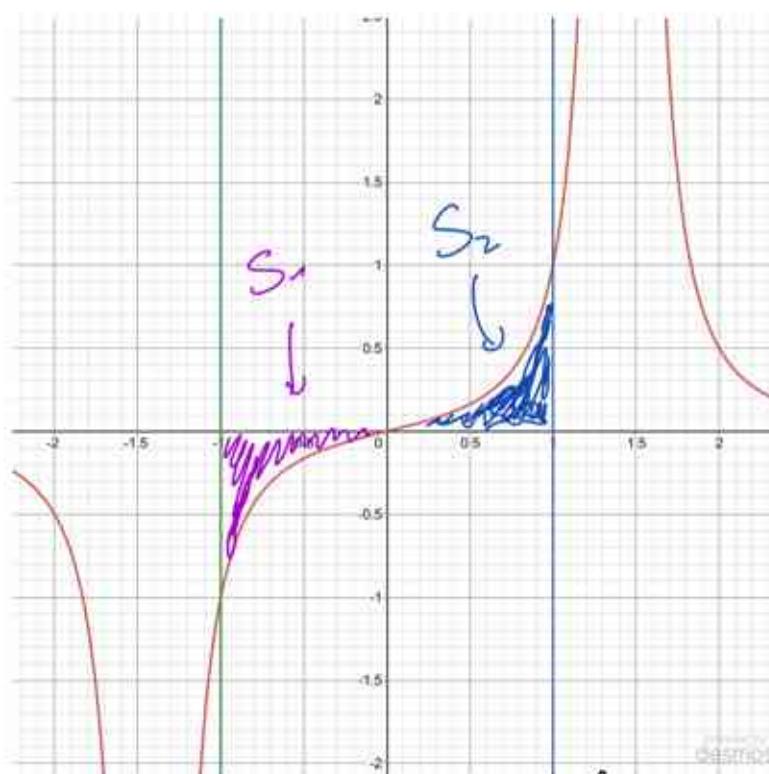
$$f(x) \geq 0 : x | 0 < x < \sqrt{2}, \quad x > \sqrt{2} \quad \Rightarrow \text{for } h \in \mathbb{R}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x| -\sqrt{2} < x < 0, \quad x < -\sqrt{2} \quad \text{oder} \quad h(x)$$

$\int f(x) dx$  is zero (1) if  
 $f(x) \geq 0$  for all x

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGH**

**בשיטת המהירות והሞביליה להצלחה**



הארכטוגרף מושג על ידי סכום שטחים המוגדרים בפונקציית  $f(x)$ . נזכיר את הטענה ש**אנו** מודדים שטחים כהיפוך של פונקציית  $f(x)$ .

ב) (2) נוכיח שטח שטח  $S_1$  מושג על ידי סכום שטחים המוגדרים בפונקציית  $f(x)$ :

$$S_1 = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| = 2 \cdot \int_0^1 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^1 \frac{x}{(x^2-1)} dx$$

נערוך חישוב כפולה:

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= u \\ 2x dx &= du \\ x dx &= \frac{1}{2} du \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} S_1 = 2 \cdot \int_0^1 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{u^2} du = \\ \cancel{2} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \int_0^1 \frac{1}{u^2} du = \end{array} \right.$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה

$$\int \frac{1}{u^2} du = \int u^{-2} du = \left[ \frac{u^{-1}}{-1} \right]_0^1 =$$

$$\left[ -\frac{1}{u} \right]_0^1 = \left[ -\frac{1}{x^2-2} \right]_0^1 = \left( -\frac{1}{1^2-2} \right) - \left( -\frac{1}{0^2-2} \right) =$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

'תנו'

?  $k(x)$  הינו  $b + f(x)$ . בנוסף  $k(x) = f(x) + b$

המשמעות היא  $b$  (המקרה  $f(x) = 0$ ) מופיע  
בכיס  $f(x)$  ו- $f(x) = 0$  מופיע ב- $k(x)$ .

בodium,  $k(x) = f(x) + b$  הו  $f(x) + b$  הו  $k(x)$

ולא הו  $k(x) = f(x) + b$  הו  $f(x) + b$  הו  $k(x)$

'אנו'  $\rightarrow$  '

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobilita להצלחה

7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$  .  $a > 0$  .  $a$  הוא פרמטר.

בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות  $a$ , לפי הדרישות.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$  ?

ב. הוכח שהפונקציה  $(x)$  אי-זוגית.

ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $(x)$  עם הצירים?

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. סורטט סקיצה של גראף הפונקציה  $(x)$ .

נתונה גם הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  .

ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$  ?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאווכות לצירום של הפונקציה  $(x)$ ? אם יש כלה?

ידוע כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $(x)$  ר'  $(x)$ , יש לגרף של  $(x)$  ולגרף של  $g(x)$  משיק משותף.

ו. (1) הוסף לסרטוט שבמבחןך סקיצה של גראף הפונקציה  $(x)$ . פרט את שיקוליך.

(2) מהו הערך של  $a$ ? נמק את תשובתך.

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}, \quad a > 0$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3} \rightarrow \begin{aligned} 3x^2 - 4a &\geq 0 \\ 3x^2 &\geq 4a \\ x^2 &\geq \frac{4}{3}a \\ x &\geq \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{3}}, \quad x \leq -\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

(ה-כ-י)

$$-f(x) = -\frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$$

$$f(-x) = \frac{\sqrt{3(-x)^2 - 4a}}{(-x)^3}$$

$$-f(x) \stackrel{?}{=} f(-x) \Rightarrow -\frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{3(-x)^2 - 4a}}{(-x)^3}$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והמובילה להצלחה

$$\frac{-\sqrt{3x^2-4a}}{x^3} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{3x^2-4a}}{-x^3} \Rightarrow \frac{-\sqrt{3x^2-4a}}{x^3} = \frac{-\sqrt{3x^2-4a}}{x^3}$$

Digitized by srujanika@gmail.com

$$\begin{array}{l} \cancel{(x=0)} \quad y = 3 \\ \Rightarrow y = 3 \end{array}$$

$$O = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$$

$$3x^2 - 4a = 0 \rightarrow 3x^2 = 4a \rightarrow x^2 = \frac{4a}{3} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4a}{3}}$$

$$\left( \pm \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{m}}, 0 \right)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3} \quad \rightarrow \quad u = \sqrt{3x^2 - 4a} \quad v = x^3$$

$$u' = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 - 4a}} \quad v' = 3x^2$$

$$f(x) = \frac{3x^4}{\sqrt{3x^2-4a}} - 3x^2\sqrt{3x^2-4a} = \frac{3x^4 - 3x^2(3x^2-4a)}{x^2 \cdot \sqrt{3x^2-4a}} =$$

$$3x^4 - 9x^2 + 12ax = 0 \quad | \quad x^2 \rightarrow p/n \\ x=0 \quad p/q \\ n \rightarrow q^1/a$$

$$-9x^2 + 12ax = 0$$

$$x^2 - 2a = 0$$

$$x = \pm \sqrt{2m}$$

ପରିମା ଯେ କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା

$$f''(x) = -12x \rightarrow f''(\sqrt{2}a) = -12\sqrt{2}a < 0$$

↗ ↘ ↗ ↘ ↗ ↘

$$f''(-\sqrt{2}a) = 12\sqrt{2}a > 0$$

max min

1986 135

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של QHIG**

**בשיטתה המהירה והmobילה להצלחה**

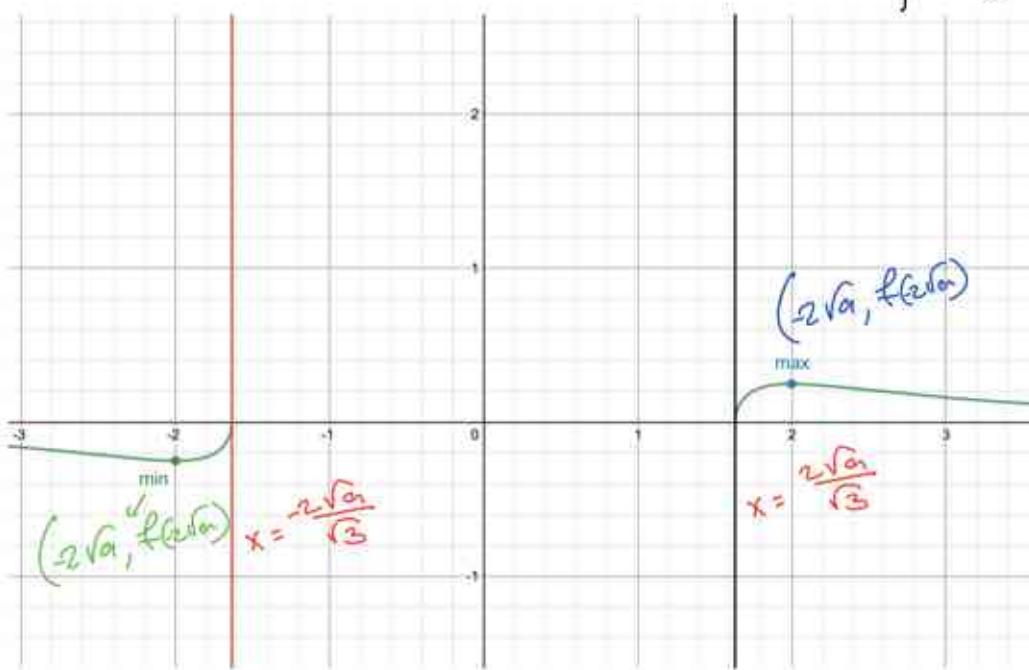
$$f(\sqrt{2a}) = \frac{\sqrt{3 \cdot 2a - 4a}}{(\sqrt{2a})^3} = \frac{\sqrt{-2a}}{\sqrt{2a} \cdot 2a} = \frac{1}{2a}$$

**max**  $(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a})$

$$f(-\sqrt{2a}) = \frac{\sqrt{3 \cdot 2a - 4a}}{(-\sqrt{2a})^3} = \frac{\sqrt{-2a}}{-\sqrt{2a} \cdot 2a} = -\frac{1}{2a}$$

**min**  $(\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$

בגראות גז



היכן מתרחשת f?

$$f(x) : \left\{ x \mid x \neq \pm \sqrt[3]{2a}, x < \frac{-2a}{\sqrt[3]{3}} \right\}$$

**בגרות מלאים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטת המהירה והmobילה להצלחה

$$g(x) = \frac{f}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 4a}} = \frac{x^3}{\sqrt{3x^2 - 4a}}$$

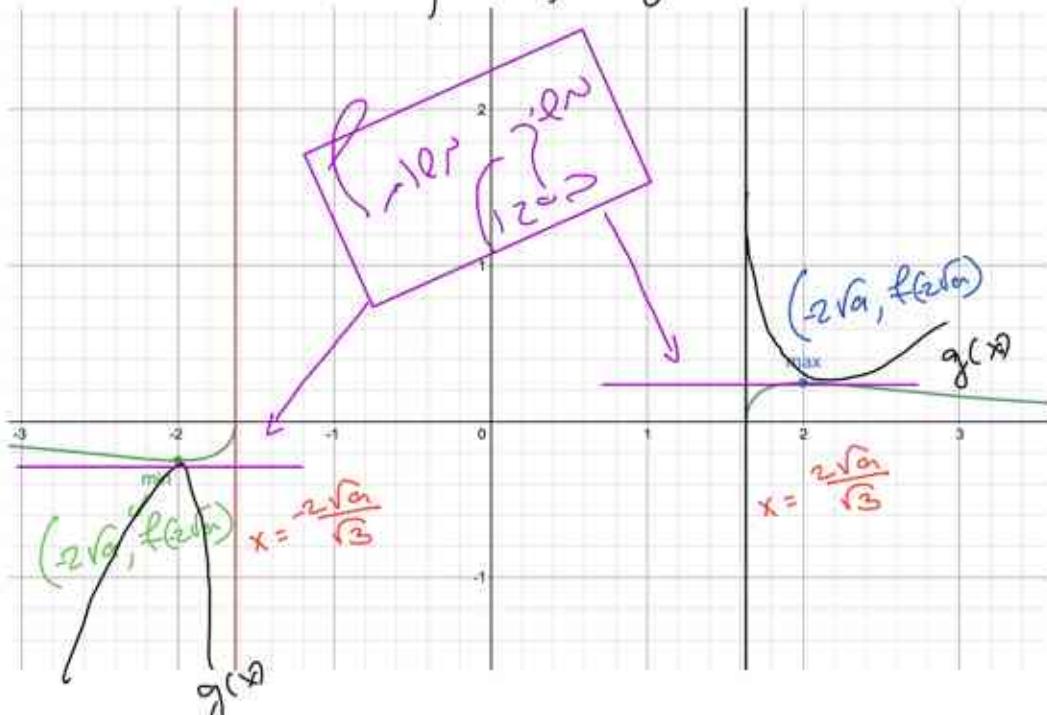
• ﻢﻟﺎك ﺍم: ١٠، ﻪـ ﻦـ ﻚـ ﻮـ ﻪـ ﻢـ ﻮـ ﻪـ ﻢـ

الله اعلم بحاله

$$(0.1\text{m} \text{ } 2\text{m}^2) \text{ } x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Then I am at quite a loss now.

137 y = g(x) - 1 for x > 1



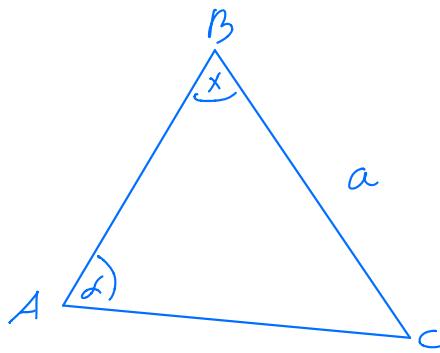
? a fe וְיָמֵן כִּי (1)

الآن اعلمكم بـ

$$f(\sqrt{z_n}) = \frac{f}{f(\sqrt{z_n})} \Rightarrow \frac{1}{z_n} = \frac{\ell}{\frac{1}{z_n}}$$

$$\frac{1}{2\pi i} = 2\pi \rightarrow 4\pi i^2 = 1 \rightarrow i^2 = \frac{1}{4} \rightarrow i = \frac{1}{2}$$

8. במשולש ABC אורך הצלע BC הוא a .  
 נתון:  $\angle BAC = \alpha$  (α בודיאנים).  
 (נסמן:  $x \angle ABC = x$  ).  
 א. הבע באמצעות x, a ו- α את היקף המשולש ABC .  
 ב. הבע באמצעות x את ערך ה- x שבעמודו היקף המשולש ABC הוא מקסימלי.  
 ג. הסבר מדוע מתקיים המשפט הזה: מכל המשולשים בעלי צלע נתונה וחווית מוללה נתונה, המשולש בעל היקף המקסימלי הוא משולש שווה שוקיים.



$$\begin{aligned} 0 < x < \pi - \alpha \\ \frac{AC}{\sin x} &= \frac{a}{\sin \alpha} \\ AC &= \frac{\alpha \sin x}{\sin \alpha} \\ \frac{AB}{\sin(x+\alpha)} &= \frac{a}{\sin \alpha} \\ AB &= \frac{a \sin(x+\alpha)}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

$$P = a + \frac{a \sin x}{\sin \alpha} + \frac{a \sin(x+\alpha)}{\sin \alpha}$$

$$Z(x) = \frac{a}{\sin \alpha} \cos x + \frac{a}{\sin \alpha} \cos(x+\alpha) = 0 \quad / : \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos x + \cos(x+\alpha) = 0$$

(ראינו בדף מינימום)

$$2 \cos\left(\frac{2x+\alpha}{2}\right) \cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2x+\alpha}{2}\right) &= 0 & \cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right) &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \\ \frac{2x+\alpha}{2} &= 90 + 180k & \frac{\alpha}{2} &= 90 + 180k \\ x &= 90 - \frac{\alpha}{2} + 180k & \alpha &= 180 + 360k \\ x &= \frac{\alpha - \alpha}{2} + 180k & \text{וקייל}: & \\ & \downarrow & & \text{גבי תלות } x: \\ k &= 0 & & \\ x &= \frac{\alpha - \alpha}{2} & & \end{aligned}$$

$$\bar{z}'(x) = \frac{a}{\sin \alpha} \cos x + \frac{a}{\sin \alpha} \cos(x+\alpha) = 0$$

$$\bar{z}''(x) = -\frac{a}{\sin \alpha} \sin x - \frac{a}{\sin \alpha} \sin(x+\alpha)$$

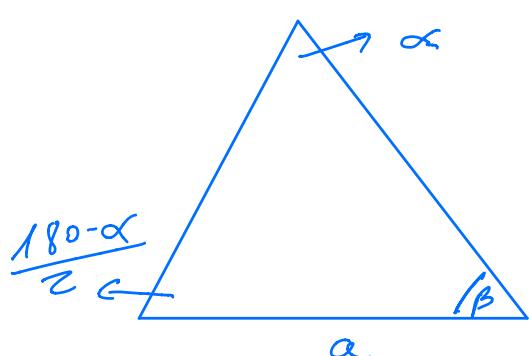
$$\bar{z}''\left(\frac{\pi-\alpha}{2}\right) = -\frac{\frac{a \cdot \sin \alpha}{2}}{\sin \alpha} \left(\sin\left(\frac{\pi-\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi+\alpha}{2}\right)\right)$$

נכון! כי  $\alpha < \pi$ , כלומר  $\frac{\pi-\alpha}{2} < \frac{\pi+\alpha}{2} < \pi$ .

הטענה זה סביר מינ'ך, כי שטחן הוא חיובי, ולכן,

השטח כפוף ל- $\sin \alpha$ , ולכן גודלו אמור להיות חיובי.

$x = \frac{\pi-\alpha}{2}$  הינו נסolutן הילא.



ב) בזיהו כי  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .  
נמצא  $\beta$  מושגנו, נוציא  $\beta$  מ- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ :

$$\beta = 180 - \alpha - \frac{180 - \alpha}{2}$$

$$\beta = \frac{360 - 2\alpha - 180 + \alpha}{2}$$

$$\beta = \frac{180 - \alpha}{2}$$

כינור. מכאן ש- $\beta$  חיובית, כיון שהיא שווה  $(180 - \alpha)/2$ .