

**פתרון בחינת הבגרות
במתמטיקה
מועד חורף מאוחר 2021,
שאלון 581 (806)
נכתב ע"י צוות המרצים של HiHQ**

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים

לא צריך לסכם!
הכנו עבורכם סיכומי
שיעורים מראש



ספריית שיעורים

כל השיעורים
פתוחים לצפייה,
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס

הגיעו מוכנים עם
חומרי הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp

לכל שאלה, מרגע הרישום
עד הבחינה



לחצו לפרטים נוספים מיועץ לימודים <<

1. יואב ודני יצאו באותו הזמן לרכוב על אופניים. הם רכבו במסלול ישר שהחל בנקודה A והסתיים בנקודה B. לאורך המסלול רָכַב כל אחד מהם במהירות קבועה. יואב הגיע לנקודה B, ומייד חזר באותו המסלול לנקודה A. כאשר היה יואב בדרכו חזרה מ־B ל־A והגיע לאמצע המסלול AB, הגיע דני לנקודה B. א. מהו היחס בין המהירות של יואב ובין המהירות של דני? נמק. 40 דקות לאחר שהתחילו לרכוב, כאשר יואב היה בדרכו חזרה מ־B ל־A, נפגשו יואב ודני. ב. הבע את אורך המסלול AB באמצעות המהירות של דני. 30 דקות לאחר שהתחילו לרכוב, יואב עדיין לא הגיע לנקודה B, והמרחק של דני מן הנקודה A היה גדול ב־5 ק"מ מן המרחק של יואב מן הנקודה B. ג. מצא את אורך המסלול AB. ד. כמה זמן עבר מרגע יציאתם של יואב ודני מן הנקודה A עד שהמרחק ביניהם היה 2 ק"מ? מצא שתיים מבין שלוש האפשרויות.

		Ck			
		s	v	t	
	יואב	3X	$\frac{3X}{t}$	t	יואב
	דני	2X	$\frac{2X}{t}$	t	דני

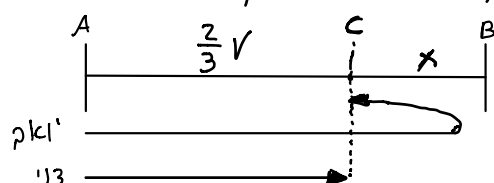
$$\frac{V_{\text{יואב}}}{V_{\text{דני}}} = \frac{3X}{t} \cdot \frac{t}{2X} = 1.5$$

הערה: ניתן להגיע לתיאור כי זה לא דרך ההצ'ון!
 יחס המהירויות הוא כיחס הזרימים.

s	v	t	
v	$\frac{3}{2}v$	$\frac{2}{3}$	יואב
$\frac{2}{3}v$	v	$\frac{2}{3}$	דני

(ב) נגדיר את המהירויות
 כפי היחס שלנאנו. הסעיף
 יתקצם:

נניח שהש"מ נבדל, נקודה C, שלוחק הוא X ל-B:



בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$\frac{2}{3}V = V - 2x \rightarrow 2x = \frac{1}{3}V \rightarrow x = \frac{1}{6}V$$

כאלוהי, בדרכו ל-A ס-B היה

$$\frac{2}{3}V + x = \frac{2}{3}V + \frac{1}{6}V = \frac{5}{6}V$$

	s	V	t	(ג)
יואק	$\frac{3}{4}V$	$\frac{3}{2}V$	0.5	
דני	0.5V	V	0.5	

מרחק של דני מנקודה A: 0.5V

$$\frac{5}{6}V - \frac{3}{4}V = \frac{1}{12}V$$

$$\frac{1}{2}V - 5 = \frac{1}{12}V$$

ואם הנתון נקבע:

$$\frac{5}{12}V = 5 \rightarrow V = 12 \text{ ק"מ}$$

סכום אורק המסלול הוא: 10 ק"מ

(3) יתכנוי שאושה לזבים, נמיתם רק 2:

1. יואק מקדים את דני לפני שלמיד ענקודה B:

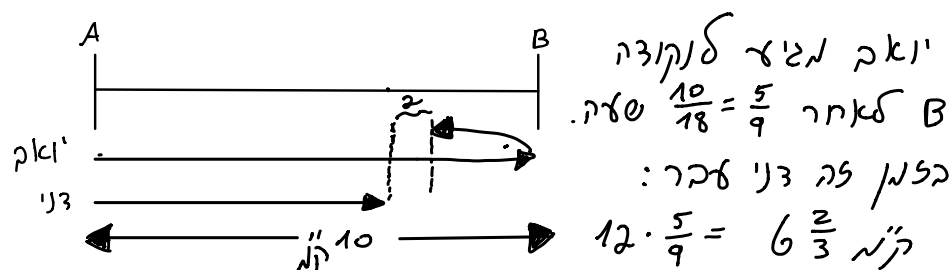
הדרכ של יואק בזמן t היא 18 (מהירותו 18 ק"מ)

הדרכ של דני בזמן t היא 12 (מהירותו 12 ק"מ).

$$18t - 12t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{3}$$

סאחר $\frac{1}{3}$ שעה, כאלוהי 20 דקות.

2. יואק מוזר ל-B וארם נפגש עם דני:



בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

כעת הליחה ביניהם הוא: $3\frac{1}{3}$ ק"מ $= 6\frac{2}{3} - 10$

כז' שהליחה ביניהם יהיה 2 ק"מ, אז שניהם אצרו

ביחד $1\frac{1}{3}$ ק"מ כאומר: $18t + 12t = \frac{4}{3}$

$$t = \frac{2}{45}$$

נחרי זמן זה כאמן הנחת יואב ל- B ונקבל:

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{45} = \frac{27}{45} = \frac{9}{15} = \frac{36}{60}$$

כאומר 36 דקות.

[המפגש הבא יתרחש אחר שהשניים יחלפו. לה

אז פני זה, כאומר יצברו ביחד 4 ק"מ. (נציה שוב

t ונקבל: $18t + 12t = 4 \Leftarrow t = \frac{4}{30}$, כאומר

8 דקות נוספות ואכן סג הכל: 44 דקות]

2. הסדרה a_n היא סדרה הנדסית המקיימת לכל n טבעי את הכלל: $3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 2a_n = 0$.
 נתון כי $a_1 \neq 0$.

א. מצא את שני הערכים האפשריים למנת הסדרה a_n .

נסמן את איברייה של הסדרה המקיימת את הכלל ולא מתכנסת ב- $b_1, b_2, b_3, \dots$.

נסמן את איברייה של הסדרה המקיימת את הכלל ומתכנסת ב- $c_1, c_2, c_3, \dots$.

ב. הסבר מדוע הסדרה $b_1c_1, b_2c_2, b_3c_3, \dots$ היא סדרה הנדסית מתכנסת.

נתון: $b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + \dots = 15$

$$b_1 = c_1 = m$$

ג. מצא את m (רשום את שתי האפשרויות).

ענה על סעיף ד בעבור ה- m הקטן מבין שתי האפשרויות שמצאת בסעיף ג.

ד. נתון: $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_k = 1,705$

מצא את k .

$$3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 2a_n = 0$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} \cdot q \quad \text{נסמן } q \text{ : ונקבל:}$$

$$3(a_{n+1}q) + 5a_{n+1} = 2a_n$$

$$(3q+5)a_{n+1} = 2a_n \quad / : a_n \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 \neq 0, q \neq 0 \\ a_n \neq 0 \end{array} \right. \quad \text{כיון}$$

$$3q+5 \cdot \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 \quad / : 3q+5 \quad \left\{ q \neq -\frac{5}{3} \right\}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2}{3q+5} = q \rightarrow 2 = 3q^2 + 5q$$

$$\rightarrow 3q^2 + 5q - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{1}{3} \\ q_2 = -2 \end{cases}$$

ב) סדרה גאומטרית (מתכנסת): $q_b = -2$, סדרה חשבונית (מתכנסת): $q_c = \frac{1}{3}$

סדרת הכפלות האחרים: $b_1c_1, b_2c_2, \dots, b_nc_n$

$$\frac{b_{n+1}c_{n+1}}{b_nc_n} = \frac{b_n \cdot (-2) \cdot c_n \cdot \frac{1}{3}}{b_n \cdot c_n} = -\frac{2}{3}$$

$$= -\frac{2}{3} = q^{\oplus}$$

מכיוון שלנת הסדרה לת"ת, $|q^{\otimes}| < 1$, היא לתכנסת.

$$\begin{cases} b_1 c_1, b_2 c_2, \dots = 15 \\ b_1 = c_1 = m \end{cases} \quad (2) \text{ נמיון:}$$

$$b_1 c_1 = m^2, \quad q^{\otimes} = -\frac{2}{3}$$

נתשק דפי סכום סדרה הנצטת אינסופית לתכנסת:

$$15 = \frac{m^2}{1 + \frac{2}{3}} \rightarrow m^2 = 25 \rightarrow m = \pm 5$$

$$m = -5, \quad b_1 + b_2 + \dots + b_k = 1705 \quad (3)$$

↓

$$b_1 = -5, \quad q = -2$$

נוה' סדרה שא'ה לתכנסת, דכן לתק"מ:

$$1705 = \frac{-5((-2)^k - 1)}{-2 - 1} \rightarrow -5115 = -5((-2)^k - 1)$$

$$1023 = (-2)^k - 1 \rightarrow (-2)^k = 1024 \rightarrow k = 10$$

3. בכד יש כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, צהוב, כחול.

נתון:

ההסתברות להוציא כדור אדום היא $\frac{5}{8}$.

מספר הכדורים הצהובים גדול פי 3 ממספר הכדורים הכחולים.

$\frac{4}{5}$ מן הכדורים האדומים שבכד ו- $\frac{8}{9}$ מן הכדורים הצהובים שבכד מחוספסים, וכל שאר הכדורים שבכד חלקים.

הוציאו באקראי כדור מן הכד והחזירו אותו לכד. את הפעולה הזאת (הוצאה באקראי והחזרה) עשו 8 פעמים.

א. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם מחוספסים?

ענה על סעיף ב בעבור כד שבו 32 כדורים.

ב. הוציאו באקראי בזה אחר זה 2 כדורים מן הכד (ללא החזרה).

(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים?

(2) ידוע ששני הכדורים שהוציאו היו בצבעים שונים. מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו היה

בצבע אדום?

ענה על סעיף ג בעבור כד שבו n כדורים.

נתון: $50 < n < 100$.

ג. מצא את n (את שתי האפשרויות).

נסמן את מספר הכדורים הכולל ב- x וב- y את מספר הכחולים.

מספר האדומים: $\frac{5x}{8}$

מספר הצהובים והכחולים: $\frac{3x}{8}$

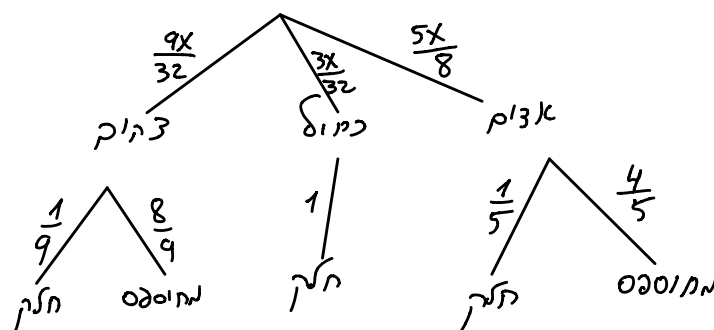
מספר כחולים: y

מספר צהובים: $3y$

מספר כחולים: $\frac{3x}{32}$

מספר צהובים: $\frac{9x}{32}$

(קנה x):



$$\frac{5x}{8} \cdot \frac{4}{5} + \frac{9x}{32} \cdot \frac{8}{9} = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{3x}{4}$$

מספר חלקים: $\frac{x}{4}$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

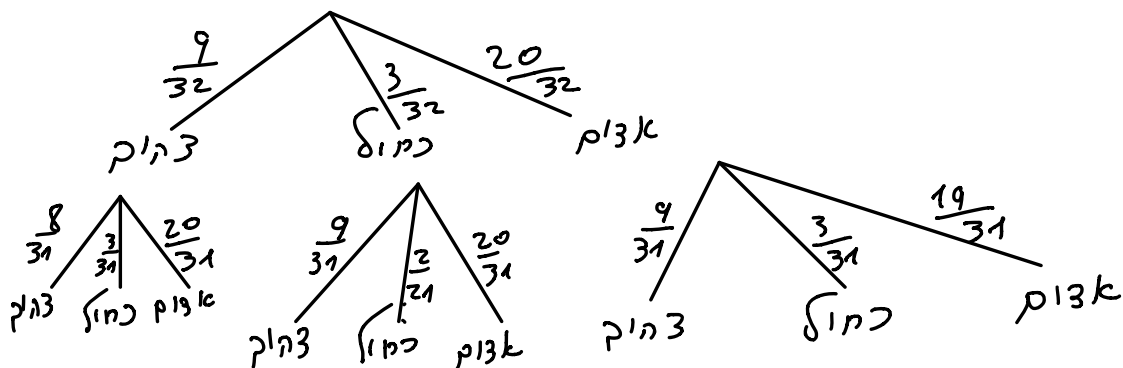
אם צולג'ים לכל הכדורים אז: $p(\text{לחוסס}) = \frac{3}{4}$

$$p(\text{חסך}) = \frac{1}{4}$$

(א) יוצים בדיוק 3 כדורים לחוססים לתוך 8:

$$\binom{8}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{189}{8192}$$

באופן נכון $X=32$. צ"ל שתי הוצאות כלכלית התפרה.



$$p\left(\begin{matrix} \text{כחול} \\ \text{כחול} \end{matrix} \mid \begin{matrix} \text{צ'ה'ק} \\ \text{אדום} \end{matrix}\right) = \frac{20 \cdot 19}{32 \cdot 31} + \frac{3 \cdot 2}{32 \cdot 31} + \frac{9 \cdot 8}{32 \cdot 31}$$

$$p(\text{צ'ה'ק' שונים}) = 1 - p(\text{צ'ה'ק' זהים}) = 1 - \frac{229}{496} \sim 0.5383$$

$$p\left(\begin{matrix} \text{צ'ה'ק' / שונים} \\ \text{אדום / שונים} \end{matrix}\right) = \frac{\frac{20}{32} \cdot \left(\frac{3}{31} + \frac{9}{31}\right)}{0.5383} = \frac{40}{89} \quad (2)$$

$$\sim 0.45$$

בגרות משלימים או משכרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

ג) לתבונן ככלות הכול הכזוים לן הסעיל הראשון:
 אצולג'ט: $\frac{5x}{8}$, כחול'ט: $\frac{3x}{32}$, צהוב'ט $\frac{4x}{32}$.

ה'ט'ט'ט אלה ח'י'ט'ט אה'י'ט'ט מספרים אקצ'י'ט'ט (טל'ט'ט ותי'ט'ט)

אפי' למספר האצולג'ט, ה'י'ט'ט 1-5 8-הם למספרים זרי'ט'ט

(אכל'ט זור'ט למשותף), אפי' בהכרח x מתחלק ד-8.

כך גם אכל'ט הכחול'ט (3 1-32 זרי'ט) והצהוב'ט

(9 1-32 זרי'ט). מכאן ש: x ח'י'ט'ט אה'טחלק ד-8

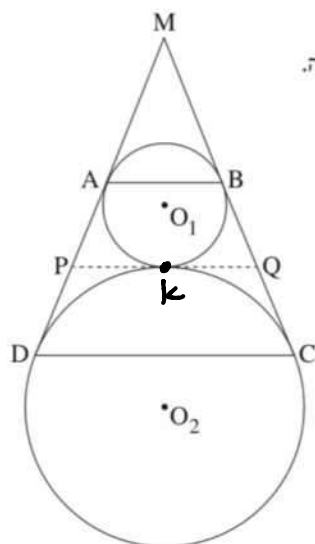
וב- 32, כאלמר אה'טחלק ד-32. שני' המספרים המתחלק'ט

ב- 32 בתחום הנתון הם 64 ו-96.

אכן: אצולג'ט: 4 אנו 6, כחול'ט 6 אנו 9, צהוב'ט 18 אנו 27.

שני' המצבים א'י'ט'ט דק'נה אח'צ א'ט'ט יתר' נתוני' השאלה.

(אצולג'ט מתחלק'ט ד-4, צהוב'ט מתחלק'ט ד-9)



4. בציור שלפניך מתוארים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.

מרכזי המעגלים הם הנקודות O_1 ו- O_2 , והרדיוסים שלהם הם R_1 ו- R_2 בהתאמה.

מן הנקודה M , הנמצאת מחוץ לשני המעגלים,

יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל O_1 בנקודות A ו- B ,

ולמעגל O_2 בנקודות D ו- C , כמתואר בציור.

המשיק בנקודה המשותפת לשני המעגלים חותך את הישרים MC ו- MD

בנקודות P ו- Q בהתאמה.

א. הוכח כי המרובע $ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים.

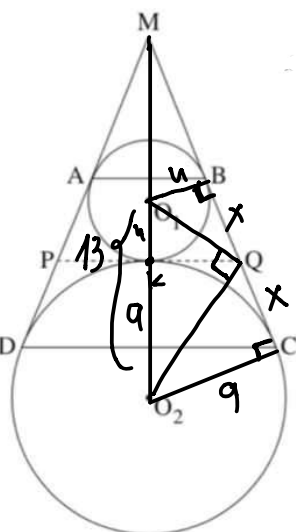
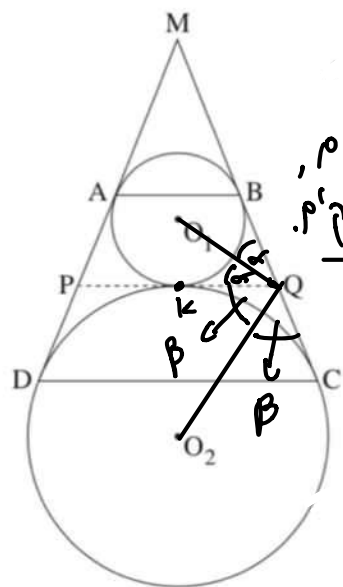
ב. הוכח כי PQ שווה לשוק הטרפז $ABCD$.

ג. הוכח כי $\angle O_1 Q O_2 = 90^\circ$.

נתון: $R_1 = 4$, $R_2 = 9$.

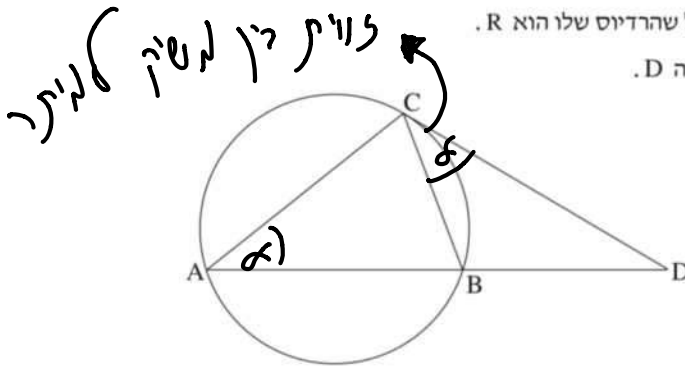
ד. מצא את PQ .

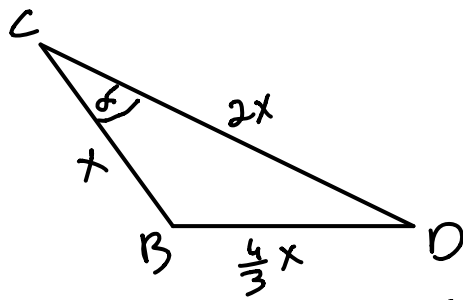
נימוק	לחץ
שני משיקים היוצאים מנקודה לחיץ כל אחד, O_1	$AM = BM$ (1)
שני משיקים היוצאים מנקודה לחיץ כל אחד, O_2	$MD = MC$ (2)
אפי 1, 2, חיבור קלעים שווים לקלעים שווים	$AD = BC$ (3)
חלוקת 2 ב-1.	$\frac{AM}{DM} = \frac{BM}{CM}$ (4)
אפי 4, תאכלס הפוך	$AB \parallel DC$ (5)
ישיבים נחתכים בנקודה מ	$AD \nparallel BC$ (6) [עא מובנה]
אפי 3, 8, 9. נ.ש.ש. א	$ABCD$ ארבע שווה שוקיים (7)
סימון	(8) (סמן ד-א את נ' ההשקה של המעגלים
שני משיקים היוצאים מנקודה לחיץ כל אחד, O_1 , O_2	$\begin{cases} PA = PM \\ QA = QM \end{cases}$ (9)
אפי 12, חיבור משוואות.	$\begin{cases} 2PA = PA + PM \\ 2QA = BQ + QC \end{cases}$ (10)
סימון, חיבור משוואות (9) ו-(10)	$BQ + QC = PA + PM = X$ (11)
נ.ש.ש. ד'	$2(PA + QA) = 2X$ (12) $X = PQ$, כיוון אצלם הארבע



נ"ל	לחץ
קלע מרכז המעגל ענקודת החיתוך של המעגל שממנה יוצאים שני משקים, חיצה את הצלע הנוצית בין המשקים. סימון	$\angle BQO_1 = \angle AO_1Q = \alpha \quad (13)$ $\angle AQO_2 = \angle CO_2Q = \beta$ $\angle O_1QO_2 = \alpha + \beta$
נ.ש.ל. 2	$2\alpha + 2\beta = 180 \quad (16)$ $\alpha + \beta = 90$
ע"י 12, נכלל מעבר, סימון.	$BQ = QC = x \quad (17)$
ה"ע ע"י שיטות משקים מא' (כ"ס ע"כ"ס).	$O_1B, O_2C, O_1Q \perp BC, O_2Q \perp BC \quad (18)$ $O_1B \perp BC, O_2C \perp BC \quad (19)$
פיתגורס - $\triangle QCO_2$	$x^2 + q^2 = O_2Q^2 \quad (20)$
פיתגורס - $\triangle QBO_1$	$x^2 + 4^2 = O_1Q^2 \quad (21)$
חיבור 1, 2, 22, פיתגורס - $\triangle O_1QO_2$	$O_1O_2^2 = O_1Q^2 + O_2Q^2 \quad (22)$
הצבה תישוב	$13^2 = 16 + x^2 + 81 + x^2 \quad (23)$ $x = 6$
ע"י נ.ש.ל. ב', 25. נשק 2	$PQ = BC = 2x = 2 \cdot 6 = 12 \quad (24)$

ג. מצא את R.


$$BD = \frac{4}{3}x$$



בהשאלה בCD נקבל:

ע"י משפט הקוס'נוסים בהשאלה זה נקבל:

$$\left(\frac{4}{3}x\right)^2 = x^2 + (2x)^2 - 4x^2 \cos \alpha$$

$$\frac{16}{9}x^2 = 5x^2 - 4x^2 \cos \alpha \quad / : x^2 \quad \{x \neq 0\}$$

$$\frac{16}{9} - 5 = -4 \cos \alpha \quad / : -4$$

$$\frac{29}{36} = \cos \alpha \rightarrow \alpha = \pm 36.336 + 360k$$

ע"י (מען, א מצה ואכ"נ) $\alpha \sim 36.336^\circ$

[הערה, ניתן לפתור גם בצורת תוצאות הסעיף הקודם].

(ג) נמצא את x ע"י הנתון:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{2x^2 \cdot \sin \alpha}{2} = 27$$

$$x^2 \cdot 0.5925 = 27 \rightarrow x \sim 6.75$$

$$BD = \frac{4}{3}x \sim 9 = 2R \cdot \sin 36.336 \sqrt{5 - 4 \cos 36.336}$$

$$R = 5.696$$

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(x) \cdot \sin(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$, $a > 0$ הוא פרמטר.

ג. הבע באמצעות a את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 0$.

הישר שמצאת בסעיף ג אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה נוספת.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר שמצאת בסעיף ג ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$

שווה ל- $\left(\frac{\pi^2}{2} - 1\right)$.

ד. מצא את a .

$$f(x) = \cos^3 x \cdot \sin x$$

$u = \cos^3 x$	$v = \sin x$
$u' = -3\cos^2 x \sin x$	$v' = \cos x$

||
↓

$$f'(x) = -3\cos^2 x \sin^2 x + \cos^4 x = 0$$

$$\cos^2 x (-3\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\cos^2 x (-4\sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\cos^2 x (-4\sin^2 x + 1) = 0$$

↓
 $\cos x = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

↓
 $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

↓
 $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

→ $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

צבור $x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$, נקודות קצוות: התוצאות:

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{16} \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]^3 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{16} \rightarrow \left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$$

$$F(0) = [\cos 0]^3 \cdot \sin 0 = 0 \rightarrow (0, 0)$$

$$F(\pi) = [\cos \pi]^3 \cdot \sin \pi = 0 \rightarrow (\pi, 0)$$

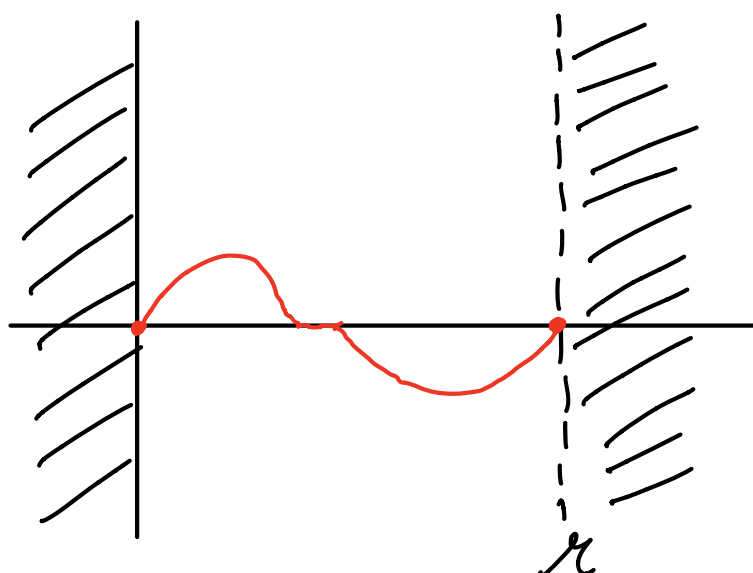
נקודה אקדמית כדי לקבוע את סימן הנגזרת:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$F'(x)$	+	0	-	0	-	0	+

נקודות קצה: $\min(0, 0)$, $\min\left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$

$\max(\pi, 0)$
קצה

2) שכיחות



בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

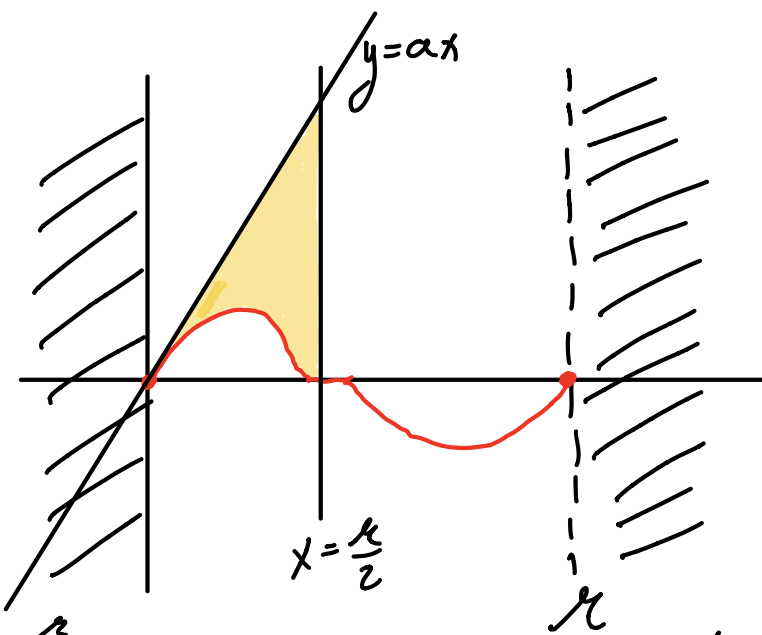
(3) נתון: $g(x) = aF(x)$, $a > 0$

$$g(0) = aF(0) = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$g'(0) = a \cdot f'(0) = a \cdot 1 = a$$

$$y = ax$$

משוואת הנשית:



$$\int_0^{\pi/2} ax - a \cos^3 x \sin x \, dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} ax - a \int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sin x \, dx$$

נתבונן באינטגרל השני ונסמן:

$$\begin{cases} \cos x = t \\ -\sin x \, dx = dt \\ \sin x \, dx = -dt \end{cases}$$

$$-\int_0^{\pi/2} t^3 \, dt = -\left. \frac{t^4}{4} \right|_0^{\pi/2} = -\left. \frac{a \cos^4 x}{4} \right|_0^{\pi/2}$$

$$= \left(0 + \frac{a}{4}\right) = \frac{a}{4}$$

ערכו של האינטגרל הראשון הוא:

$$\int_0^{\pi/2} ax \, dx = \left. \frac{ax^2}{2} \right|_0^{\pi/2} = \frac{a\pi^2}{8}$$

סך הריבועי. כפי נתון:

$$\frac{a}{4} + \frac{a\pi^2}{8} = \frac{\pi^2}{2} + 1 \rightarrow 2a + a\pi^2 = 4\pi^2 + 8 \rightarrow a(2 + \pi^2) = 4(\pi^2 + 2)$$

$$\rightarrow a = 4$$

בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x}}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) בעבור אילו ערכים של הפרמטר a אין לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.

(2) במקרים שיש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון, הבע באמצעות a את שיעוריה וקבע את סוגה.

ג. סרטט בנפרד סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ לכל אחד מן התחומים i-iii של הפרמטר a שלפניך:

i $a > 0$

ii $a < 0$

iii $a = 0$

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - b$. b הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

ד. (1) מצא את התחום של הפרמטר a . נמק.

(2) הבע את התחום של הפרמטר b באמצעות a . נמק.

א) תחום ההזרה: $x > 0$
 ב) (אזכור ו)שולה כאפס:

$$\begin{array}{ll} u = x + a & v = \sqrt{x} \\ u' = 1 & v' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{array}$$



$$F'(x) = \frac{\sqrt{x} - \frac{x+a}{2\sqrt{x}}}{x} \rightarrow F'(x) = \frac{x-a}{2\sqrt{x} \cdot x} = 0$$

$$x = a \rightarrow a < 0$$

הסבר: מתקבלת נקודת קיצון עבור $x=a$, אולם x אינו מאזכר עבור ערכים שאינם חיוביים, כלומר כאשר a נמצא בתחום האם מאזכר, לא נקבל נקודת קיצון.

ב) (2) נ"ת ש: $a > 0$ ונקבל:

$$F(a) = \frac{2a}{\sqrt{a}} = 2\sqrt{a}$$

x	$\frac{a}{2}$	a	$2a$
$F'(x)$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$
		min	

לאחר ומכנה הנזכרת חיובי תמידית
 בתחום ההזרה, נציב בלונה ונקבל:

$$\min(a, 2\sqrt{a})$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$0 = \frac{x+a}{\sqrt{x}}$$

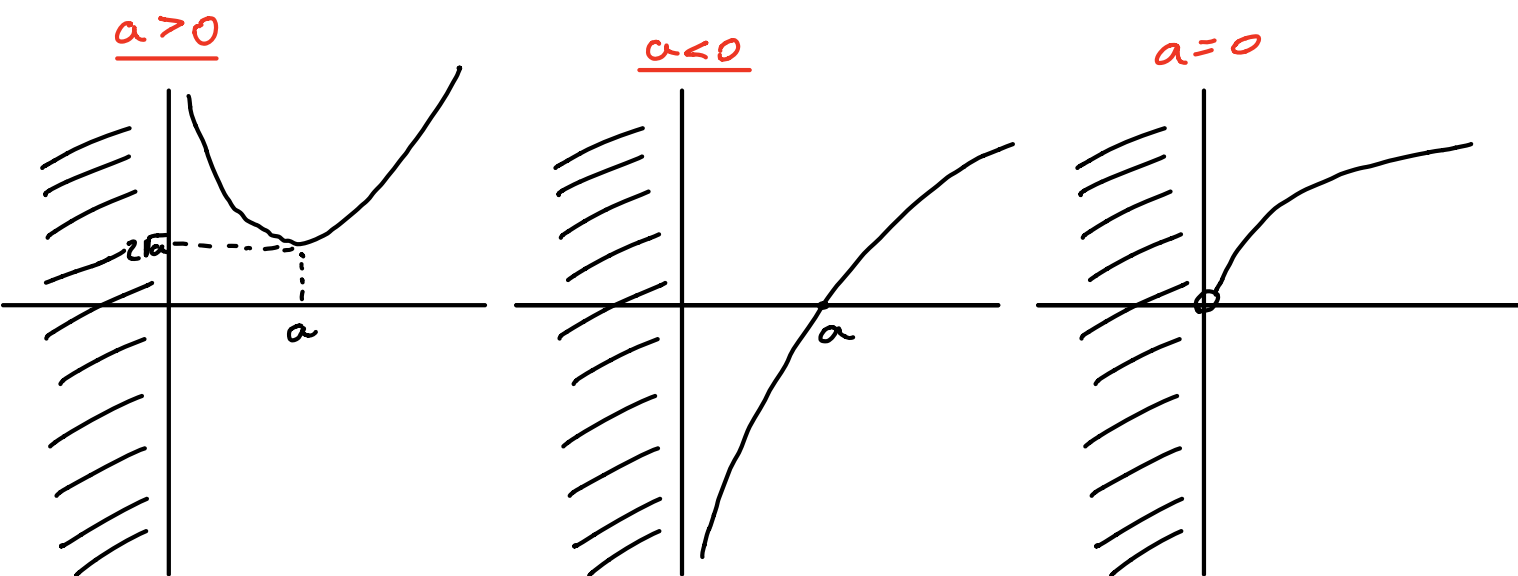
(2) נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x :

ק"מ רק עבור $a < 0$ $x = -a \rightarrow (-a, 0) \rightarrow$ אסימפּטוטה אנכית:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+a}{\sqrt{x}} = \frac{a}{0^+} \begin{cases} a > 0 \rightarrow +\infty \\ a < 0 \rightarrow -\infty \end{cases} \rightarrow \boxed{x=0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+a}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{\sqrt{x}}(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}})}{\cancel{\sqrt{x}}} = \infty$$

כאשר $a=0$: $F(x) = \frac{x+0}{\sqrt{x}} \rightarrow F(x) = \sqrt{x} \quad \{x > 0\}$



(3) נתון: $g(x) = F(x) + b$

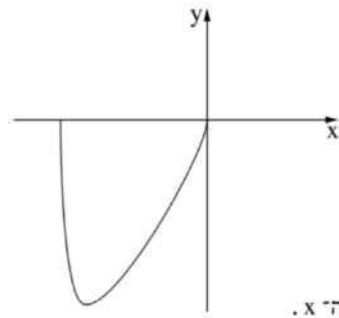
אם נתון ש: $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות, אפי סעיף קודם, בחר ש: $a > 0$.

(3) אפי ז', יש "עתידי" את הפונקציה דו"ת ל- $2\sqrt{a}$ יחידות, א לנת שתקדנה 2 נקודות חיתוך, כאלו

$$b > 2\sqrt{a}$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



8. נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot \sqrt{a - x^2}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.

(3) בסרטוט שלפניך מתואר חלק מגרף הפונקציה $f(x)$.

העתק את הסרטוט למחברתך והשלם אותו כך שיתאר

את גרף הפונקציה $f(x)$ כולו.

דרך נקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון מעבירים אנך לציר ה- x .

האנך חותך את ציר ה- x בנקודה B.

ישר העובר דרך נקודה A ודרך ראשית הצירים, O, חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה נוספת, C.

דרך הנקודה C מעבירים אנך לציר ה- x . האנך חותך את ציר ה- x בנקודה D.

נתון: הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים AOB ו-COD הוא $4\sqrt{2}$.

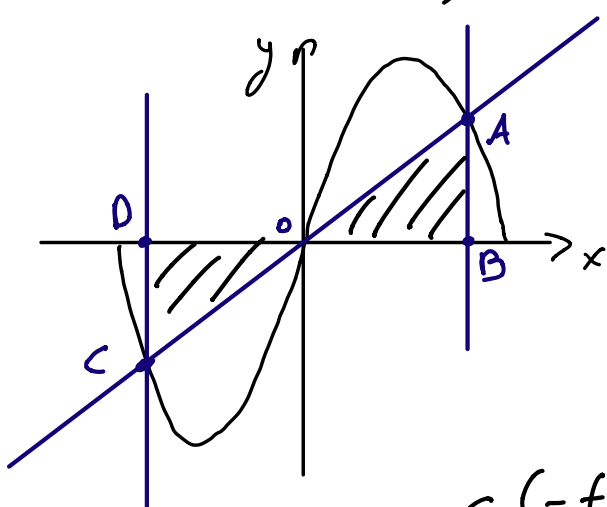
ב. מצא את a .

$$a - x^2 \geq 0 \rightarrow \frac{-\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \rightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a} \quad (1) \quad (1)$$

$$(2) \quad \underline{F(-x) = -F(x) : \text{ז"ז}}$$

$$F(-x) = -x \sqrt{a - (-x)^2} = -x \sqrt{a - x^2} = -F(x) \quad \checkmark$$

(3) פונקציה אי-זוגית היא אנטי-סימטרית, כלומר:



היות והישר עובר בראשית הצירים
 ומלכ"ל אי-זוגית, אם $A(x, y)$
 אז $C(-x, -y)$

$$\text{וכן } S_{\Delta DCO} = S_{\Delta BAO}$$

$$\text{נסמן: } x_A = t$$

$$A(t, t\sqrt{a-t^2})$$

$$B(t, 0)$$

$$C(-t, -t\sqrt{a-t^2})$$

$$D(-t, 0)$$

נקנה את פונקציית השטח כפונקציה של t והשילם
 בריבוע היאושין ונקבל:

בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HighQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$z(t) = \frac{2y_A \cdot x_B}{2} \rightarrow z(t) = y_A x_B$$

$$z(t) = t^2 \sqrt{a - t^2}$$

נשים לב שהפונקציה חיובית בתחום המוגדר
 (מ"צת ש"ח). ש"ח מקסימלי (או מינימלי) מתק"ם
 גם כאשר הפונקציה מואצת בריבוע.
 נלע"י נוחות גזירה נצ"ר :

$$w(t) = z^2(t)$$

$$w(t) = t^4(a - t^2), \quad w(t) = at^4 - t^6$$

$$w'(t) = 4at^3 - 6t^5 = 0 \rightarrow 2t^3(2a - 3t^2) = 0$$

$$t=0 \quad \downarrow \quad 2a = 3t^2 \rightarrow t = \pm \sqrt{\frac{2a}{3}}$$

(נכנס, מתקד ש"ח = אפס)

היות ו- t , כפי שהגדרנו, בריבוע הראשון. נקד שהנקודה
 החשובה בקיצון היא $t = \sqrt{\frac{2a}{3}}$.
 נגזור שוב ונקבל:

$$w''(t) = 12at^2 - 30t^4$$

$$w''\left(\sqrt{\frac{2a}{3}}\right) = \frac{12a \cdot 2a}{3} - 30\left(\frac{2a}{3}\right)^2$$

$$w''\left(\sqrt{\frac{2a}{3}}\right) = 8a^2 - 13\frac{1}{3}a^2 < 0 \rightarrow \max$$

(צ"ב הפונקציה הש"ח המקורית $\sqrt{\frac{2a}{3}}$ ונשווה עת"ל).

$$z\left(\sqrt{\frac{2a}{3}}\right) = \left(\sqrt{\frac{2a}{3}}\right)^2 \cdot \sqrt{a - \left(\sqrt{\frac{2a}{3}}\right)^2} = 4\sqrt{2} \rightarrow \frac{2a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}} = 4\sqrt{2}/()^2$$

בגרות משלימים או משכרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$\frac{4a^2}{9} \cdot \frac{a}{3} = 32 \rightarrow 4a^3 = 864 \rightarrow a^3 = 216$$

$$\rightarrow a^3 = 6^3 \rightarrow a = 6$$

בגרות משלימים או משכרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

בגרות משלימים או משכרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה