

**פתרון בחינת הבגרות
במתמטיקה
מועד חורף נבצרים 2021,
שאלון 581 (806)
נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ**

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

סיכומי שיעורים

לא צריך לסכם!
הכנו עבורכם סיכומי
שיעורים מראש



ספריית שיעורים

כל השיעורים
פתוחים לצפייה,
בכל זמן ומכל מכשיר



ריענון לפני הקורס

הגיעו מוכנים עם
חומרי הכנה ייחודיים



מרצה זמין ב- Whatsapp

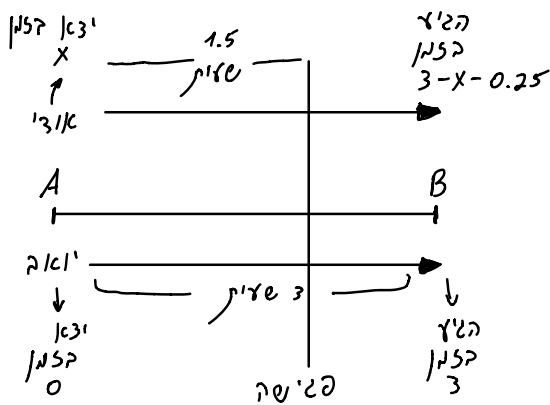
לכל שאלה, מרגע הרישום
עד הבחינה



לחצו לפרטים נוספים מיועץ לימודים <<

1. יואב ואודי רכבו על אופניים מיישוב A ליישוב B, באותה הדרך. יואב יצא מיישוב A, וכעבור 3 שעות הגיע ליישוב B. זמן מה לאחר יציאתו של יואב מיישוב A, יצא גם אודי מיישוב A והגיע ליישוב B רבע שעה לפני יואב. יואב ואודי נפגשו בדרך ליישוב B כעבור שעה וחצי מרגע יציאתו של אודי מיישוב A. מהירות הרכיבה של יואב ומהירות הרכיבה של אודי היו קבועות.
- א. מצא כמה זמן עבר מרגע יציאתו של יואב מיישוב A ועד רגע יציאתו של אודי מיישוב A (מצא את שתי האפשרויות).
- ב. נתון: יואב ואודי נפגשו במרחק 12 ק"מ מיישוב B. מהירות הרכיבה של אודי גדולה מ-20 קמ"ש. מצא מהי מהירות הרכיבה של יואב ומהי מהירות הרכיבה של אודי.

פתרון: (נסמן: המרחק בין A ל-B: y .)



s	v	t	
$\frac{1.5y}{2.75-x}$	A	$1.5+x$	יואב 3 שעות לפני
$\frac{1.5y}{2.75-x}$	$\frac{y}{2.75-x}$	1.5	אודי 3 שעות לפני
y	$\frac{y}{3}$	3	יואב 3 שעות הסוף
y	$\frac{y}{2.75-x}$	$2.75-x$	אודי 3 שעות הסוף

$$A = \frac{1.5y}{(2.75-x)(1.5+x)} = \frac{y}{3}$$

נאחר ו- $y \neq 0$ נחלק ב- y ונקבל:

$$\frac{1.5}{(2.75-x)(1.5+x)} = \frac{1}{3}$$

$$4.5 = (2.75-x)(1.5+x)$$

$$x^2 - 1.25x + 0.375 = 0$$

$$(x - 0.75)(x - 0.25) = 0$$

הכנסן שתתפס הוא $\frac{1}{4}$ שעה, כלומר 15 דקות
או $\frac{3}{4}$ שעה, כלומר 45 דקות
 $x_1 = 0.75, x_2 = 0.25$

$$\frac{y}{2.75-x} > 20$$

(ב) עפי' התנאים הנוספים לתק"מ:

$$\Downarrow$$

$$\frac{1.5y}{2.75-x} > 30 \Rightarrow$$

כאומי הצירק עז לאבטש
 צבואה ל- 30 ק"מ.

$$y - \frac{1.5y}{2.75-0.25} = 12$$

אם $x = \frac{1}{4}$ נקבל:

$$0.4y = 12 \rightarrow y = 30 \rightarrow$$

ע"י תכנן, y ל"מ 23
 את הצירק טע"ה.

לצורך את האפשרות השנייה:

$$y - \frac{1.5y}{2.75-0.75} = 12$$

$$\frac{1}{4}y = 12 \rightarrow y = 48 \rightarrow$$

"תכנן!"

$$\frac{y}{2.75-x} = \frac{48}{2} = 24 \text{ ק"מ} \text{ איצ"ל:}$$

$$\frac{y}{3} = \frac{48}{3} = 16 \text{ ק"מ} \text{ מהירותו של יואק:}$$

2. נתונה סדרה הנדסית איך־סופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$
 סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 4.
 מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה:
 $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$
 סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 2.4.
- א. מצא את האיבר הראשון ואת המנה של הסדרה a_n (הסדרה המקורית).
 מן האיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{a_2}{a_1^2}, \frac{a_3}{a_2^2}, \frac{a_4}{a_3^2}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n^2}, \dots$
 נסמן את הסדרה השלישית ב- c_n .
- ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית, מצא את המנה שלה ואת c_1 .
- ג. נתון כי הסכום $c_{k+1} + c_{k+2} + \dots + c_{3k}$ גדול פי 4,096 מסכום $2k$ האיברים הראשונים בסדרה c_n .
 מצא את k .

בקבוצה: סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $0 < q < 1$
 (א) נתון: $a_2 + a_3 + \dots + a_\infty = 4 \rightarrow \textcircled{I} \frac{a_1 q}{1-q} = 4$

מחליפים את הסימנים של האיברים המקומות הזוגיים
 $\sqrt{-1 < q^* < 0} \rightarrow q^* = -q \rightarrow \textcircled{II} \frac{a_1 q}{1+q} = 2.4$
 נחלק את שתי המשוואות:

$\frac{a_1 q}{1-q} \cdot \frac{1+q}{a_1 q} = \frac{5}{3} \rightarrow 3+3q = 5-5q$
 $8q = 2 \rightarrow q = \frac{1}{4} \textcircled{I} \rightarrow \frac{\frac{1}{4} a_1}{1-\frac{1}{4}} = 4 \rightarrow \frac{a_1}{4} \cdot \frac{4}{3} = 4$

$a_1 = 12$

(ב) למציאת סדרה חדשה:

$C_n: \frac{a_2}{a_1^2}, \frac{a_3}{a_2^2}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n^2}$

צ"ע: הסדרה הנדסית, כולנו: $\frac{a_{k+1}}{a_k} = \text{מנה קבוע}$

נבדוק ונקבל: $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}^2} \cdot \frac{a_n^2}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1} q}{a_n^2 q^2} \cdot \frac{a_n^2}{a_{n+1}}$
 a_n הנדסית

הסדרה הנדסית! $\rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 = q_c$

$$a_2 = a_1 q \xrightarrow{\text{תקורה}} a_2 = 12 \cdot \frac{1}{4} = 3, \quad C_1 = \frac{a_2}{a_1^2} = \frac{3}{144} = \frac{1}{48}$$

$$C_{1+k} + C_{1+k+1} + \dots + C_{3k} = (C_1 + C_2 + \dots + C_{2k}) \cdot 4096 \quad (2)$$

אילו סכומים של סדרה ה(3סט) $q=4, C_1=4$ קבוע, קבוע מספר איברים שווה (2k) עבור הסדרה האזל שלמא:

$$\frac{C_{1+k} \cdot (q^{2k} - 1)}{q - 1}$$

עבור הסדרה האזל ילן:

$$\frac{C_1 (q^{2k} - 1)}{q - 1}$$

נחלק את שני הביטויים (שווה ל-4096):

$$\frac{C_1 q^k \cdot (q^{2k} - 1)}{q - 1} \cdot \frac{q - 1}{C_1 (q^{2k} - 1)} = 4096$$

$$q^k = 4096 \rightarrow 4^k = 4^6 \rightarrow k=6$$

הערה: ניתן לקצר סעיף כה ולהציב את הסדרה הנתונה:

$$C_n = \frac{q}{a_1}, \frac{q}{a_2}, \frac{q}{a_3} \dots \rightarrow q \left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3} \dots \right)$$

↓ תקדוץ
סדרה הנכנסת שלנתה
 $\frac{1}{q}$

הכפלת כל איברי סדרה ה(3סט) בקבוע יצור סדרה ה(3סט) ונסוג

3. בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות.

נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי מוזיקה גדול פי 1.5 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם.
 $\frac{2}{3}$ מן הלקוחות שצופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.
 40% מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.
 בוחרים באקראי לקוח מן הלקוחות של החברה.

- א. מהי ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה גם בערוצי ספורט וגם בערוצי מוזיקה?
- ב. נמצא שהלקוח שנבחר צופה בערוצי מוזיקה או בערוצי ספורט. מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי מוזיקה?
- ג. מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, בחרו באקראי 4 לקוחות. מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם צופים בערוצי מוזיקה?

פתרון: נסמן : \bar{A} : דא צופה במוזיקה
 A : צופה בספורט

\bar{B} : דא צופה בספורט
 B : צופה במוזיקה

$P(A) = 1.5P(\bar{A})$, $P(A|B) = \frac{2}{3}$, $P(A|\bar{B}) = 0.4$
 $2.5x = 1 \leftarrow P(A) = 1.5x \leftarrow P(\bar{A}) = x$: נסמן
 $x = 0.4 \rightarrow P(\bar{A}) = 0.4$, $P(A) = 0.6$

$\frac{2}{3} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $0.4 = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$

$\frac{2}{3}y = P(A \cap B)$, $P(\bar{B}) = 1 - y \leftarrow P(B) = y$: נסמן

$0.4 = \frac{0.6 - \frac{2}{3}y}{1 - y} \rightarrow 0.4 - 0.4y = 0.6 - \frac{2}{3}y$

	A	\bar{A}	
B	$\frac{2}{3}y$	$\frac{1}{3}y$	y
\bar{B}	$0.6 - \frac{2}{3}y$		1 - y
	0.6	0.4	1

$\frac{2y}{3} - \frac{2y}{5} = \frac{1}{5} / 15$

$10y - 6y = 3$

$4y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{4}$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

	A	\bar{A}	
B	0.5	0.25	0.75
\bar{B}	0.1	0.15	0.25
	0.6	0.4	1

$P(A \cup B)$ (ג) ש' ד' שצופה בלופיקה או ספורט:

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.6 + 0.75 - 0.5$$

$$P(A \cup B) = 0.85 \rightarrow \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(A \cup B)} = \frac{0.25}{0.85} = \frac{5}{17}$$

$$P(C) = \frac{0.1}{0.25} = 0.4 \quad \text{ק' נוס':} \quad (2)$$

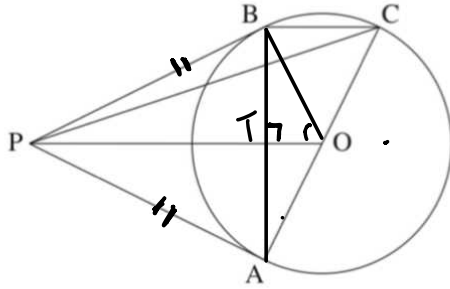
$$P(\bar{C}) = 0.6, \quad n = 4, \quad k = 2, 3, 4$$

$$+ \binom{4}{2} \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^2 = \frac{216}{625}$$

$$+ \binom{4}{3} \cdot 0.4^3 \cdot 0.6 = \frac{96}{625}$$

$$+ 1 \cdot 0.4^4 = \frac{16}{625}$$

$$\frac{328}{625} \sim 0.525$$



4. הנקודות A ו-B נמצאות על מעגל שמרכזו O.
 המשיקים למעגל בנקודות A ו-B נפגשים בנקודה P.
 ההמשך של AO חותך את המעגל בנקודה C (ראה סרטוט).
 א. הוכח: $PO \parallel BC$.
 נסמן: $k = \frac{PO}{BC}$.
 ב. הבע באמצעות k את היחס בין שטח המשולש PBC ובין שטח המשולש OPC.
 ג. נסמן ב-S את שטח המשולש PAO.
 הבע באמצעות S ו-k את שטח המרובע PACB.

הוכחה	נימוק
(1) מיתר AB	ה"ע
(2) $PA = PB$	שני משיקים היוצאים מנקודה מחוץ למעגל שווים זה לזה.
(3) רדיוס OB	ה"ע
(4) $OB = AB$	רדיוסים שווים במעגל.
(5) $PBOA$	ע"פ 2 ו-4, מרובע הזע"ז צדדים שווים.
(6) $OP \perp AB$	אקסונום מאונכים הצדעיון.
(7) נקודה T	סימון, הפגש אקסונום.
(8) $BT = AT$	ע"פ 7, אנך למרכז המעגל, חוצה את המיתר.
(9) אס קטע אלמנטרים ΔABC	קטע היוצא למרכז זע"ז אחת וחוצה את הזע"ז הנוספת, הוא קטע אלמנטרים
(10) $BC \parallel OP$	קטע אלמנטרים במשולש נקייה זע"ז הטי"שית.
(11) $\frac{(BC+PO)BT}{2}$	שטח טרפז $PBCO$ מ.ע.א
(12) $\frac{PO \cdot BT}{2}$	שטח משולש POC (זוגה תיזוני).
(13) $\frac{BC \cdot BT}{2}$	(11) - (12) שטח משולש PBC .
(14) תיסק:	$\frac{BC \cdot BT}{2} \cdot \frac{2}{PO \cdot BT} = \frac{BC}{PO} = \frac{1}{k} \rightarrow$ מ.ע.א ק (תיאן).

נימוק	טענה
$p_0 \cdot AT = 2S \Leftrightarrow \frac{p_0 \cdot AT}{2} = S \Leftrightarrow S_{\Delta PAO} = S$ טפי 8, כסף מעקה.	(15) נינון:
$\frac{S_{\Delta PBC}}{S_{\Delta OPC}} = \frac{1}{k} \xrightarrow{\text{טפי 16}} S_{\Delta PBC} = \frac{S}{k}$	(16) $\frac{p_0 \cdot BT}{2} = S$
$S_{\Delta PBC} + S_{\Delta OPC} + S_{\Delta PAO} = \frac{S}{k} + S + S$ (17) (16) נינון	(17) ה3קה
$S_{APBC} = \frac{S}{k} + 2S$ נ.ע.2	(18) ה3קה

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

5. ABCD הוא טרפז חסום במעגל ($AB \parallel DC$).

נתון: $AB = a$, $CD = b$ ($a < b$).

$\angle BCD = 60^\circ$.

א. הבע את האורך של שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו- b.

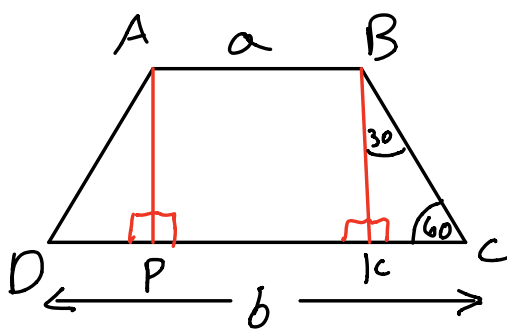
נתון: $a = 6$, אורך האלכסון BD הוא $6\sqrt{7}$.

ב. חשב את b.

ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R.

(2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD.

(3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r.



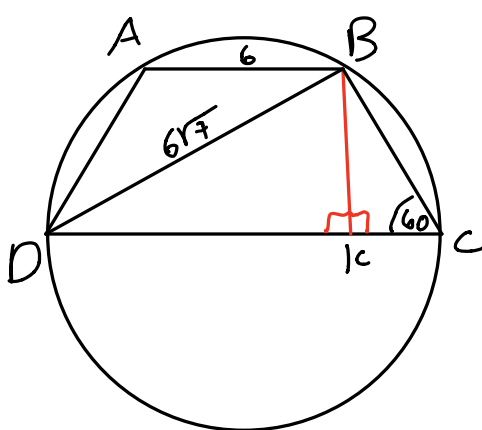
א) טרפז חסום במעגל הוא בהכרח שווה שוקיים.

נוכיח שני זבחים A-B ו- C-D ונקודת שני נשואים

ס-ס-60-30, ונאבן קאב. קם אראית שניצב כא

שווה א- $\frac{b-a}{2}$. היטרר אב ק-אבא שווה אפאליים

הניצב שאלו פונית ה- 30° , כלומר $BC = AD = b - a$



(2) $BC = b - 6$, $DC = b$

אפי נשפא הקומנוסיק - ΔBCD :

$$(6\sqrt{7})^2 = (b-6)^2 + b^2 - 2b(b-6)\cos 60^\circ$$

$$252 = b^2 - 12b + 36 + b^2 - b + 6b$$

$$0 = b^2 - 6b - 216$$

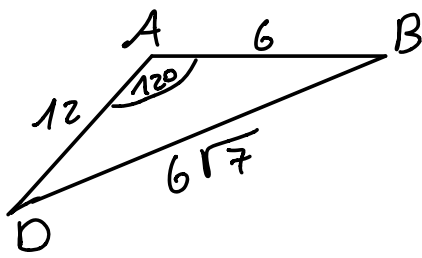
$$0 = (b - 18)(b + 12)$$

$b = 18$

$b = -12$

נכפא, $b > 0$.

(2) נתון ΔABD החסום במעגל:



כפי למשל הסינוסים:

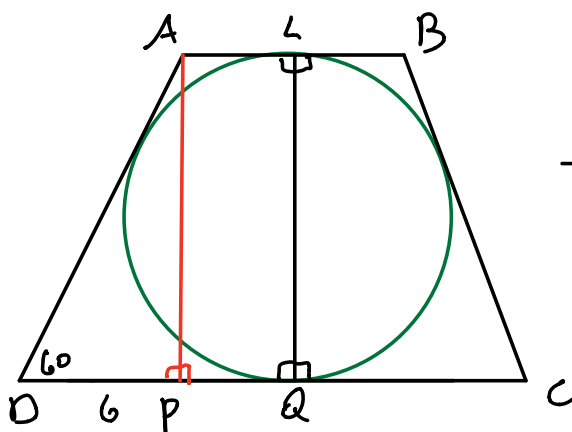
$$\frac{6\sqrt{7}}{\sin 120} = 2R \rightarrow 2\sqrt{7} = R$$

$$\rightarrow R \sim 9.165$$

(2) כזי שנוכח מחסום מעגל (ארבע (או קבץ מרובע), סכום זוג זכאות (זכיות) אחז, תייק אהיות שווה אשני, טאלרי:

$$AD + BC = AB + DC$$

$$12 + 12 = 6 + 18 \rightarrow 24 = 24 \checkmark \rightarrow \text{ניתן לחסום מעגל בארבע}$$



(3) קב אראות ש: $AP = LQ = 2r$

$$\frac{AP}{6} = \tan 60 \rightarrow AP = 6\sqrt{3}$$

ועכין:

$$r = \frac{1}{2} \cdot AP = 3\sqrt{3} \sim 5.2$$

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2-16}}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ענה על סעיפים ב-ד בעבור $a > 0$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת בתחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

נתון: $a = 1$.

ו. (1) מצא את תחום השלילות של הפונקציה $g(x)$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x = 5$, הישר $x = 6$, וציר ה- x .

א) תחום הגדרה:

$$x^2 - 16 > 0$$

$$\rightarrow \{x < -4 \text{ או } x > 4\}$$

ב) $a > 0$

אסימטות אנכיות: $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{ax}{\sqrt{x^2-16}} = \frac{4a}{0^+} = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{ax}{\sqrt{x^2-16}} = \frac{-4a}{0^+} = -\infty$

ק"מית שתי אסימטות אנכיות: $x = 4$, $x = -4$

אסימטות אופקיות: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{\sqrt{ax^2-16}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{16}{x^2}}}$

עבור $x \rightarrow \infty$ נקבל: $y = a$
עבור $x \rightarrow -\infty$ נקבל: $y = -a$

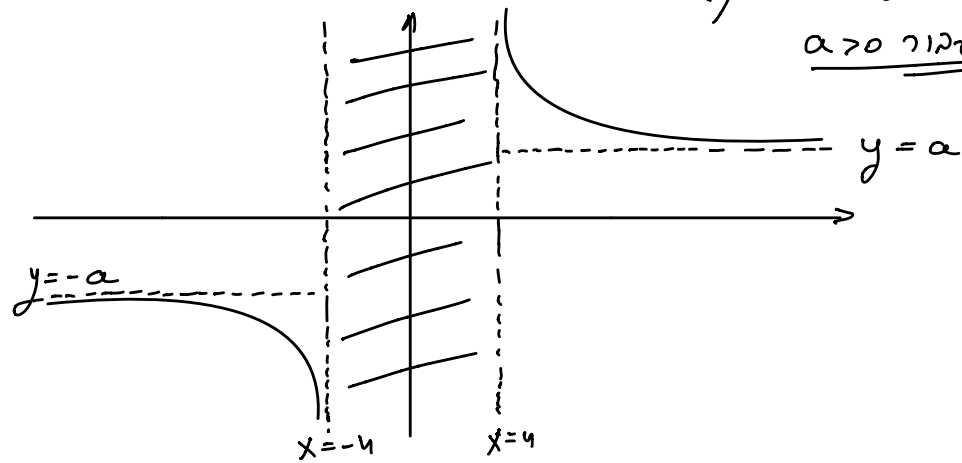
(2) כבי למצוא תקומה אלייה ויריבה (לצורך אנשווק כאנס:

$$\begin{aligned} u &= ax & v &= \sqrt{x^2-16} \\ u' &= a & v' &= \frac{x}{\sqrt{x^2-16}} \end{aligned} \rightarrow F'(x) = \frac{a\sqrt{x^2-16} - \frac{ax^2}{\sqrt{x^2-16}}}{x^2-16}$$

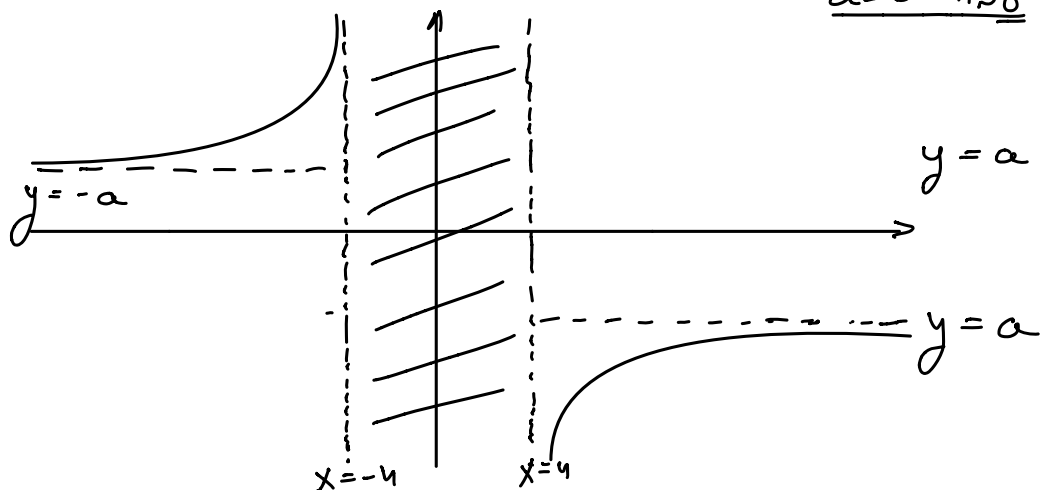
$$F'(x) = \frac{a(x^2-16) - ax^2}{x^2-16} \rightarrow F'(x) = \frac{-16a}{x^2-16}$$

היות ו- סדרג המונה תמיד שלישי, כך שסימן הנצרות (קדצ ע"ו המכנה) נשיב עב שהמנה תמיד חיובי לפי תמוס ההצברה, כלומר הנצרות שלישיית וסנן: תקומה ירובה: $x < -4$ או $x > 4$

תקומה אלייה: אין.
3) עקור סדרג



ה) עקור סדרג $a < 0$



(1) עבור $\alpha = 1$, ניתן $g(x) = F(x) \cdot F'(x)$
 (1) צי"ס: $g(x) < 0$. היות ו- $F'(x)$ תמיד שלילית, נרצה את התחום בו $F(x) > 0$, כלומר התחום המבוקש: $x > 4$

(2) השטח המבוקש הוא קרום השליליות, כלומר נרצה למצוא את:

$$\int_5^6 -g(x) dx = - \int_5^6 F(x) \cdot F'(x) dx = - \frac{[F(x)]^2}{2} \Big|_5^6$$

$$= -\frac{1}{2} [[F(6)]^2 - [F(5)]^2] = -\frac{1}{2} [(\sqrt{\frac{6}{20}})^2 - (\frac{5}{3})^2]$$

$$= -\frac{1}{2} [\frac{36}{20} - \frac{25}{81}] = -\frac{1}{2} \cdot (-\frac{44}{45}) = \frac{22}{45} \sim 0.489$$

$$7. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 4$$

$$\text{ענה על סעיפים א-ה בעבור התחום } -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x) + b$. הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

מצא את b .

ו. מצא בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

$$\text{א) (1) תחום הגדרה: } \cos^2 x \neq 0 \rightarrow \cos x \neq 0$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$|c| = -2 \rightarrow x \neq -\frac{3\pi}{2}$$

$$|c| = -1 \rightarrow x \neq -\frac{\pi}{2}$$

$$|c| = 0 \rightarrow x \neq \frac{\pi}{2}$$

$$|c| = 1 \rightarrow x \neq \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{התחום הנטוי: } \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$$

↓

$$x \neq -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

ב) אסימטוטה אנכית: קם ערכאות שהשקו $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$ שאם

עאנסוף עקור כה הנקודות שפסלנו להיתחום הנטוי.
 כעומר כה הנקודות העליון הן עמשה אסימטואת אנכיות

$$\text{ב) ציטט: } F(x) = F(-x) \quad \text{4. } F(-x) = \frac{1}{\cos^2(-x)}$$

$$\underline{\underline{\text{קובח!}} \rightarrow \cos(-x) = \cos x \rightarrow F(-x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 4 = F(x)}$$

בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$F'(x) = \frac{2\cos x \sin x}{\cos^4 x} \xrightarrow[\text{באותה צונית}]{\text{שקובת}} F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} \quad (2)$$

$\sin 2x = 0$ הוא לא והפונק' זוגית, נמצא נקודות חשבוניות, הן, עבור x_0 שמתקיים.

$$2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$k = 0 \rightarrow x = 0$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{נכנס!}$$

$$k = 2 \rightarrow x = \pi$$

$$k = 3 \rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \text{נכנס!}$$

$$F(0) = \frac{1}{\cos^4 0} - 4 = -3$$

$$F(\pi) = \frac{1}{\cos^4 \pi} - 4 = -3$$

- נכונה הנגזרת תלוי חיובי או שלילי קודם את סימן הנגזרת:

x	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$
F'(x)	-	0	+	/	-	0	+

$$F'_{\text{סימן}}(-\frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{2}) < 0$$

$$F'_{\text{סימן}}(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{2}) > 0$$

$$F'_{\text{סימן}}(\frac{3\pi}{4}) = \sin \frac{6\pi}{4} < 0$$

$$F'_{\text{סימן}}(\frac{5\pi}{4}) = \sin(\frac{10\pi}{4}) > 0$$

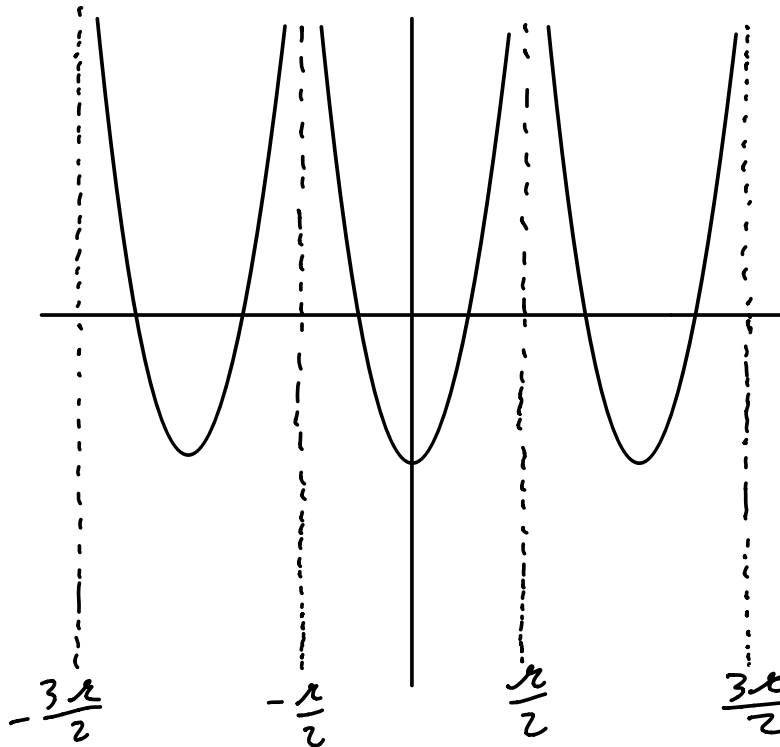
מטעמי סימטריה:

$$\min(0, -3)$$

$$\min(-\pi, -3)$$

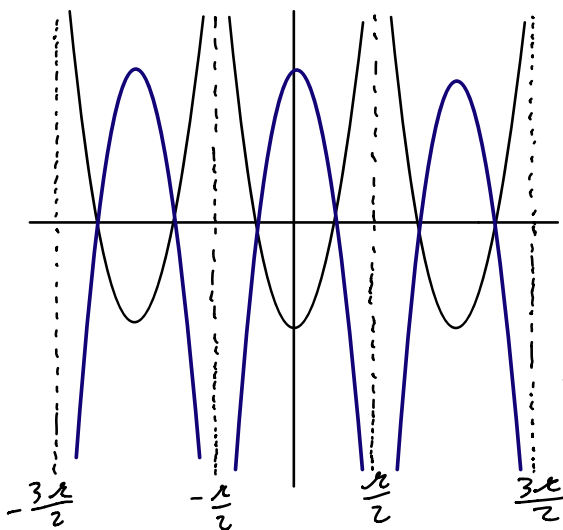
$$\min(\pi, -3)$$

3) סק'צה:



הן נתרונה הפונק' $g(x) = -F(-x) + b$, זהו $g(x)$ לש'ק אכ'יר ה- x . צ"ל א'ת b .

- מכ'יוון ש: $F(x)$ צ'וז'ית לתק"ס: $g(x) = -F(x) + b$ המ'קצ'ם הש'ל'י, "מת'ל'יל" א'ת א'ר'כ'י הפונק' ב'ק:

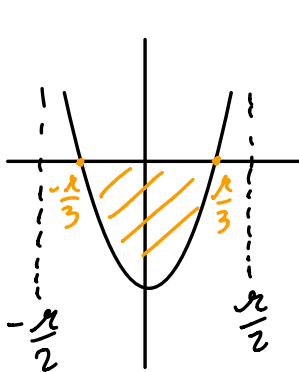


א"ל שצ'יר ה- x יש'ק אכ'יל'נו, נ'ת' ההש'קה ה'א הנק'וד'ה ק'ה הש'יב'וצ לת'אפ'ס, כ'א'ל'ר נק'וד'ות ה'ק'צ'יון. ק'ל'ע'ים א'חר'ות יש "ע'ה'ר'י'צ" א'ת הפונק' 3 י'ח'י'ד'ות א'ל'מ'ה ו'ל'כ'ן $b = -3$

1) יש למצוא את השטח בין ציר ה-x לפונק' בין $-\frac{\pi}{2}$ ל- $\frac{\pi}{2}$.
 כדי השטח, שטח זה כולל מתחת לציר ה-x. נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה-x ונקבל:

$$0 = \frac{1}{\cos^2 x} - 4$$

$$\rightarrow 4 \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$



$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

לא רלוונטי
סתתרוס

לכאן שהשטח:

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} -F(x) dx = -2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} F(x) dx$$

$$= -2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} - 4 dx = -2 \left[\tan x - 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} \right]$$

$$= -2 \left[\left(\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3} \right) - (0) \right] \sim 4.9135$$

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, ואת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. העבירו ישר המקביל לציר ה- x .
 הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ואת הישר $y = \frac{1}{2}x$ בנקודה B.
 נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .
 נתון: $t < -1$.
 מצא את הערך של t שבעבורו האורך של הקטע AB הוא מינימלי.

(א) תקום הזכרה: $x + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^\pm} 1 - \frac{2}{x+1} = 1 - \frac{2}{0^\pm} = \mp \infty$$

ק"לית אס'מפלוסי אנ'כית: $x = -1$

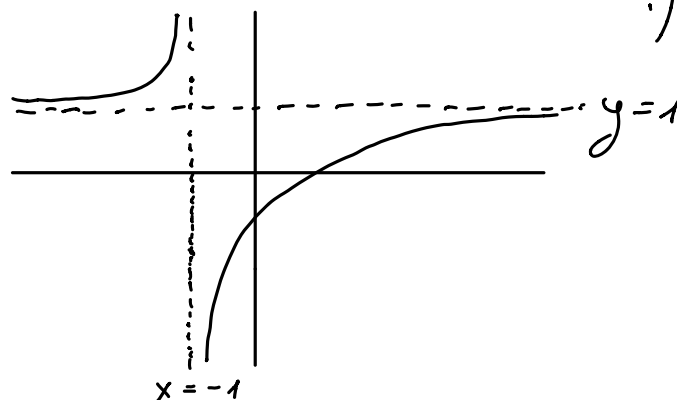
$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} 1 - \frac{2}{x+1} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm \infty} 1 - \frac{2}{\pm \infty} = 1^\mp$$

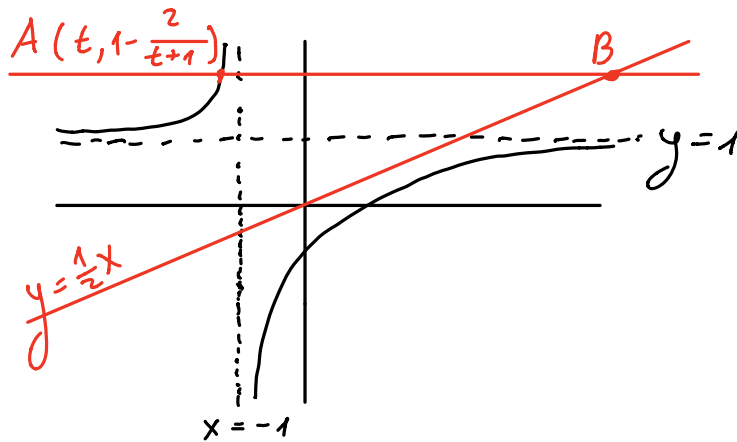
ק"לית אס'מפלוסי אוסקית: $y = 1$

(2) אין נקודות קיצון $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} > 0 \rightarrow$

קיצון
 סף"ה: $x \neq -1$
 יציבה: אין.

(3)





(ק)

מכיוון שהישר AB מקביל לכביש ה-x, נצייר את המרחק בין A ל-B כ- $x_B - x_A$.

היות ו- $y_A = y_B$, הוא: x_B

$$1 - \frac{2}{t+1} = \frac{x_B}{2} \quad | \cdot 2 \rightarrow 2 - \frac{4}{t+1} = x_B$$

אכן פונקציית המרחק היא:

$$z(t) = 2 - \frac{4}{t+1} - t$$

$$z'(t) = \frac{4}{(t+1)^2} - 1 = 0 \rightarrow 4 = (t+1)^2$$

$$t+1 = \pm 2 \begin{cases} \rightarrow t = 1 \rightarrow t < -1, \text{ (פסול)} \\ \rightarrow t = -3 \end{cases}$$

נוכח כי אכן המרחק מינימלי:

אכן עבור $t = -3$ מתקבל מרחק מינימלי. \rightarrow

t	-4	-3	-2
z'(t)	-	0	+