

## פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

2021 מועד חורף, שאלון 581 (806)

נכתב ע"י צוות המרצים של HiGHQ

### בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiGHQ

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

#### סיכומי שיעורים

לא צריך לסכם!  
הכנו עבורכם סיכומי  
שיעורים מראש



#### ספריית שיעורים

כל השיעורים  
פתוחים לצפייה,  
בכל זמן ומכל מכשיר



#### ריענון לפני הקורס

הגיעו מוכנים עם  
חומרי הכנה ייחודיים



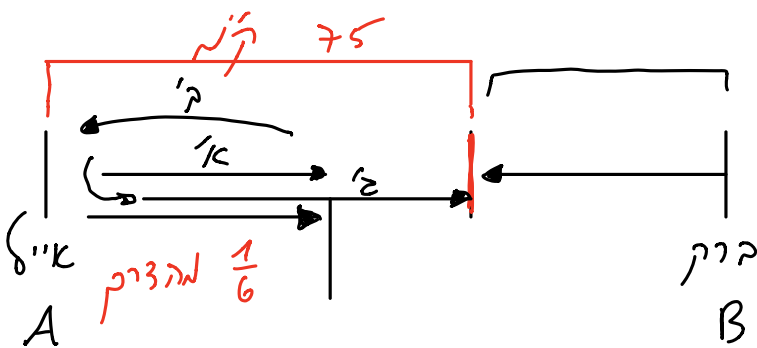
#### מרצה זמין ב- Whatsapp

לכל שאלה, מרגע הרישום  
עד הבחינה



לחצו לפרטים נוספים מיועץ לימודים <<

1. שני שליחים, אייל וברק, יצאו בשעה 8:00 זה לקראת זה כדי למסור חבילה. אייל יצא מעיר A וברק יצא מעיר B. לאחר שאייל עבר  $\frac{1}{6}$  מן הדרך לכיוון עיר B, הוא גילה כי שכח את החבילה בעיר A. הוא חזר לעיר A, אסף את החבילה, ומייד יצא שוב לכיוון עיר B. אייל נסע כל הזמן במהירות קבועה. ברק נסע גם הוא במהירות קבועה, הגבוהה ב-20% ממהירות הנסיעה של אייל. ברק ואייל נפגשו בנקודה הנמצאת 75 ק"מ מעיר A.
- א. מצא את אורך הדרך שבין שתי הערים.
- אייל וברק נסעו בכבישים בין-עירוניים, שמהירות הנסיעה המותרת בהם היא מ"מ 50 עד 110 קמ"ש. גם אייל וגם ברק נסעו במהירות מותרת.
- ב. (1) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 9:40? נמק.  
(2) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 10:00? נמק.



זמן	מהירות	ל"מ	ק"מ
$ay$	$a$	$y$	אייל א'
$ay$	$a$	$y$	אייל ב'
75	$a$	$\frac{75}{a}$	אייל ג' + ז'
$2.4ay + 90$	$1.2a$	$2y + \frac{75}{a}$	ברק

הצירק כולו ה:  $6ay$

$$75 + 2.4ay + 90 = 6ay$$

$$165 = 3.6ay \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

$$275 \text{ ק"מ} = 6ay \rightarrow ay = 45 \frac{5}{6}$$

(ג) למצא את הצדק ש'עבור בריק:  $2.4 ay + 90 = 200$  ק"מ

(1) אם נבטשו. לאחר שזה וארבעים זקות, מהירותו של ברוק היא:  $\frac{200}{1\frac{2}{3}} = 120$  ק"מ/ש. כאלמר, למעט אמיתר חזוק ואכן מצב זה אינו אפשרי.

(2) אם נבטשו. לאחר שלתיים, מהירותו של בריק:  $\frac{200}{2} = 100$  ק"מ/ש. כאלמר מהירותו של אים היא  $83\frac{1}{3}$  ק"מ/ש. שניהם נוהגים במהירות המיתרית ואכן מצב זה אפשרי.

2.  $a_n$  היא סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה היא  $q$ .

נתון:  $0 < a_1 < 1$ ,  $0 < q < 1$ .

$b_n$  היא סדרה הנדסית אינסופית עולה שהמנה שלה היא  $r$ .

נתון:  $b_1 = a_6$ .

הסדרה  $c_n$  מוגדרת כך:  $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$ .

א. הסבר מדוע כל איברי הסדרות  $a_n$ ,  $b_n$  ו-  $c_n$  הם חיוביים.

ב. הוכח כי  $c_n$  היא סדרה הנדסית, ומצא את  $c_1$ .

ג. (1) הסבר מדוע המנה של הסדרה  $c_n$  גדולה מ-0 וקטנה מ-1.

(2) נתון: סכום הסדרה  $c_n$  הוא  $\frac{6}{5}$ ,  $\frac{b_2}{a_8} = 18$ .

מצא את  $q$  ואת  $r$ .

(א) אם  $a_n < 0$  ו-  $1 < q < 0$  אז כל איברי הסדרה  $a_n$  חיוביים.

בפרט -  $a_6$ . עכ"ל, גם  $a_8$  איבר חיובי. היות והסדרה  $b_n$  אינסופית עולה, לא ייתכן שלמנה שלילית, למכאן שכל איברייה של  $b_n$  חיוביים גם כן.  $c_n$  היא מנה של שני חיוביים ואכן חיובית.

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HighQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$C_n = \frac{a_{n+5}}{b_n} = \frac{a_1 q^{n+5}}{b_1 \cdot r^{n-1}}, \quad C_{n+1} = \frac{a_1 q^{n+5}}{b_1 r^n} \quad (ק)$$

$$\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{a_1 q^{n+5}}{b_1 r^n} \cdot \frac{b_1 r^{n-1}}{a_1 q^{n+5}} = \frac{q}{r} \rightarrow \text{זהו גורם קבוע ואכן הסדרה הנצטת!}$$

$$C_1 = \frac{a_6}{b_1} = \frac{b_1}{b_1} = \underline{\underline{1}}$$

(ג)  $0 < q < 1$  מן הנתון: אם סדרת  $b_n$  עולה, אז  $r > 1$ , היות ומנת סדרת  $C_n$  היא  $\frac{q}{r}$ , אם המנה גדול מ-1 והמנה בין אפס לאחד, המנה  $\frac{q}{r}$  בין אפס ל-1.

(ב) נתון:  $\sum_{C(n)} = \frac{6}{5}$ ,  $\frac{b_2}{a_8} = 18$ , צי"ס:  $r, q$ .  
 הסדרה  $C_n$  מתכנסת (כפ שהמנה קטף הקודם) כלומר

$$\sum_{C(n)} = \frac{C_1}{1 - \frac{q}{r}} = \frac{1}{1 - \frac{q}{r}} = \frac{6}{5} \rightarrow 1 = \frac{6}{5} - \frac{6q}{5r}$$

$$\frac{6q}{5r} = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{r = 6q} \quad I$$

$$\frac{b_2}{a_8} = \frac{b_1 r}{a_1 q^2} = 18 \rightarrow \boxed{r = 18q^2} \quad II$$

$$6q = 18q^2 \rightarrow 18q^2 - 6q = 0 \rightarrow q(3q - 1) = 0 \quad II - I$$

$$q = 0 \leftarrow \text{נסס קזן נתון.} \quad \downarrow \quad \boxed{q = \frac{1}{3}}$$

$$r = 6 \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{2}}$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

3. ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיה שיער מתולתל היא  $x$ .  
 ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיו עיניים חומות היא  $2x$ .  
 ההסתברות שעניו של ילד שנולד במשפחת לוי יהיו חומות, אם ידוע ששערו מתולתל, קטנה פי 1.5 מן ההסתברות ששערו לא יהיה מתולתל אם ידוע שעניו חומות.  
 יונתן הוא אחד הילדים במשפחת לוי.
- א. (1) הראה שההסתברות שעניו של יונתן הן חומות ושערו מתולתל היא  $\frac{1}{2}x$ .  
 (2) מצא את ההסתברות ששערו של יונתן הוא מתולתל, אם ידוע שעניו חומות.
- ב. (1) הבע באמצעות  $x$  את ההסתברות ששערו של יונתן אינו מתולתל וגם עניו אינן חומות.  
 (2) נתון:  $x = 0.2$ .  
 במשפחת לוי נולדו ארבעה ילדים בדיוק.  
 מהי ההסתברות שלפחות שלושה מארבעת הילדים במשפחת לוי יש שיער מתולתל ועיניים חומות?

$B = \text{"ע'ן'ק תולתל"} , A = \text{"מתולתל"} : \text{מאורעות} : \text{ל(1) (2) } A = \text{"מתולתל"} , B = \text{"ע'ן'ק תולתל"}$

$$P(A) = x , P(\bar{A}) = 1 - x , P(B) = 2x , P(\bar{B}) = 1 - 2x$$

$$P(B|A) \cdot 1.5 = P(\bar{B}|B) \rightarrow \frac{1.5 \cdot P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\bar{B} \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{1.5 P(B \cap A)}{x} = \frac{P(\bar{B} \cap B)}{2x} / \cdot 2 \rightarrow 3 P(B \cap A) = P(\bar{B} \cap B) \quad (*)$$

$$P(B) = P(B \cap A) + P(\bar{B} \cap B) \quad : \text{ל } 2 \text{ } 1 \text{ } 3 \text{ } 0$$

$$3 P(B \cap A) = P(B) - P(B \cap A) \quad : (*) \text{ } 2 \text{ } 3 \text{ } 0$$

$$4 P(B \cap A) = 2x \quad / : 4$$

$$P(B \cap A) = \frac{x}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{x}{2}}{2x} = \frac{1}{4} \quad (2) \text{ (כ)}$$

	B	$\bar{B}$	
A	$\frac{x}{2}$		x
$\bar{A}$	$1\frac{1}{2}x$	$1-2\frac{1}{2}x$	$1-x$
	$2x$	$1-2x$	1

(2) (1) נתון (2) (כ) ה:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 2\frac{1}{2}x$$

	B	$\bar{B}$	
A	0.1	0.1	0.2
$\bar{A}$	0.3	0.5	0.8
	0.4	0.6	1

(2) נתון:  $x = 0.2$

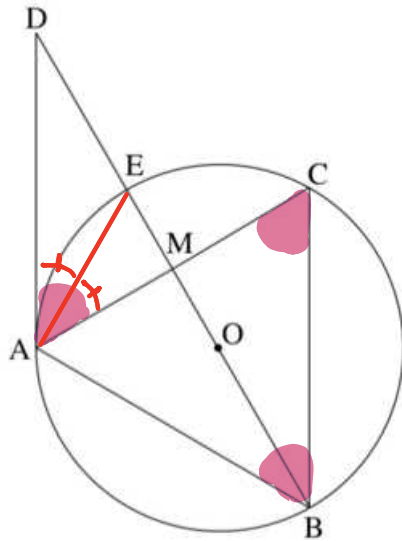
$$p = 0.1, \quad 1-p = 0.9$$

דפחות פלוסה:

$$\binom{4}{3} \cdot 0.1^3 \cdot 0.9 + 0.1^4 = 0.0037$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



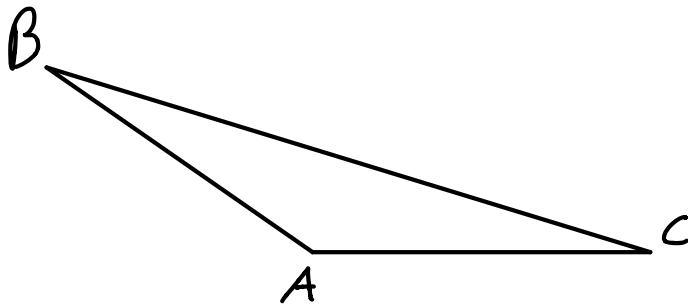
4. הישר AD משיק למעגל בנקודה A.  
 הנקודה B נמצאת על המעגל כך שהקטע BD עובר דרך מרכז המעגל, O,  
 וחותר את המעגל בנקודה נוספת, E.  
 הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-  $BC \parallel AD$ .  
 הישרים BD ו- AC חותכים זה את זה בנקודה M (ראה ציור).  
 א. הוכח:  $AB = AC$ .  
 נתון: AE חוצה את הזווית MAD.  
 ב. הוכח:  $BM \perp AC$ .  
 ג. הוכח כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל.  
 ד. הוכח כי ABCD הוא מעוין.

הוכחה:	טענה	(וימוק)
	1. $AD \parallel BC$	נתון
	2. $\angle DAC = \angle BCA$	מתחלפות שוויות בין זוויות (1)
	3. $\angle DAC = \angle ABC$	זוויות בין משיק אלמיתר
	4. $AB = AC$	ב- $\triangle ABC$ נהו זוויות שוות, זוויות שוות, ב-3 ככל הנראה. נ.ש.א. א'
	5. $\angle DAE = \angle EAM = \alpha$	נתון חוצה זווית + סימון.
	6. $\angle DAE = \angle ABM = \alpha$	זוויות בין משיק אלמיתר.
	7. $\angle CBM = \angle EAM = \alpha$	זוויות היקפיות הנשאלות אכ איתה הקשת
	8. מיתר EC	ב"ע



(ימחק)	
גוף זוויות היקפיות שוות, מיתרים שווים (8)	9. $EC = EA$
(9), (4)	10. מרוכז $AE CB$ בזמון.
אלכסונים מאונכים בזמון, מ.ש.ל. ב'.	11. $BE \perp AC$
ב- $\triangle ABC$ , גוף זוויות שוות, זוויות שוות	12. $AB = AC$
כ"ע	13. $O$ ארצו
זוויות היקפיות הנשלנות לא אותה קשת.	14. $\angle AEB = \angle ACB = 2\alpha$
זוויות היקפיות שווה למחצית זווית היקפית הנשלנת לא אותה הקשת.	15. $\angle AOE = 2\angle ABO = 2\alpha$
ב- $\triangle AEO$ , גוף זוויות שוות זכאיות שוות, מ.ש.ל. ב'.	16. $AE = AO = R$
$\triangle AEB$ , אורך הניצב שווה למחצית היתר (EB קוטר)	17. $\angle ABM = \alpha = 30^\circ$
השאלת זוויות ב- $\triangle ABC$	18. $\angle CAB = 60^\circ$
השאלת זוויות ב- $\triangle ADB$	19. $\angle ADB = 30^\circ$
ב- $\triangle ADB$ , גוף זוויות שוות, זכאיות שוות (17, 19)	20. $AD = AB$
הזווה הוא זמ תיכון קש"ש $ADB$ (11, 20)	21. $DM = MB$
מרוכז כע אלכסונים חוצים הוא מקבילית (א אלכסון ראש' בזמון ואכן נחזה 11)	22. מקבילית $ABCD$
מקבילית כזעת זכאיות סמוכות שוות היא מצוי"ן (20, 22) מ.ש.ל. ב'.	23. מצוי"ן $ABCD$





5. ABC הוא משולש קהה זווית ( $\angle BAC > 90^\circ$ ).

נתון:  $AB + AC = 4a$  (הוא פרמטר),

$AB : AC = 3 : 5$ ,

שטח המשולש ABC הוא  $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$ .

א. חשב את גודל הזווית BAC.

ב. חשב את גודלי הזוויות ABC ו-ACB.

במעגל החוסם את המשולש ABC אפשר לחסום מחומש משוכלל ששטחו הוא 100.

ג. חשב את a.

$$I \quad AB + AC = 4a \rightarrow AB = 4a - AC \quad (1)$$

$$II \quad \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \rightarrow AB = \frac{3}{5}AC \xrightarrow{\text{הצבה}} \frac{3}{5}AC = 4a - AC \rightarrow \frac{8}{5}AC = 4a$$

$$AC = 2.5a \rightarrow AB = 4a - 2.5a = 1.5a$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{15\sqrt{3}}{16}a^2 = \frac{1.5a \cdot 2.5a}{2} \cdot \sin \angle BAC \quad /: \frac{1.5 \cdot 2.5}{2}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{נויף יקרה}} \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

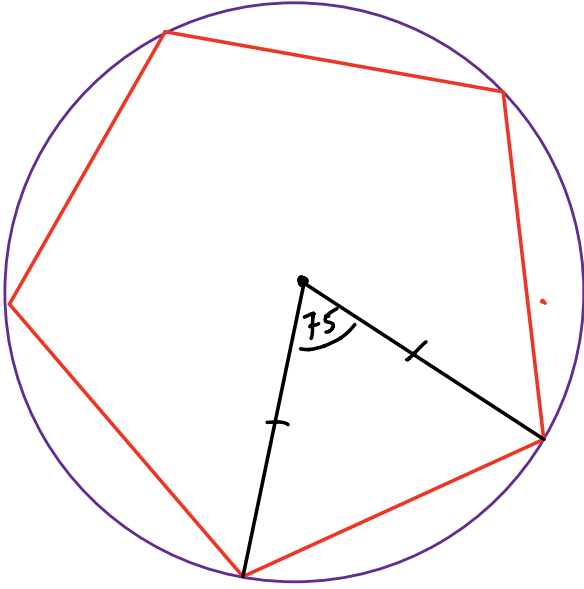
(2) כדי למשקל הקוסינוסים:

$$BC^2 = (1.5a)^2 + (2.5a)^2 - 2 \cdot 1.5a \cdot 2.5a \cos 120^\circ$$

$$BC^2 = \frac{49}{4}a^2 \rightarrow BC = 3.5a$$

$$\frac{BC}{\sin 120} = \frac{AC}{\sin \angle ABC} \rightarrow \frac{3.5a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2.5a}{\sin \angle ABC} \quad \text{כדי למשקל סינוסים:}$$

$$\angle ABC \sim 38.213^\circ \xrightarrow{\text{האמת נוייף כהמשלים}} \angle ACB \sim 21.788^\circ$$



ג. זווית פנימית הנתונה

$$\frac{360}{5} = 72^\circ$$

מכאן ששטח המשולש  
שווה לשטח 5 משולשים

$$\frac{5R^2 \sin 72}{2} = 100$$

$$R \sim 6.485$$

משפט הסינוסים עבור המשולש הנמון (החסום בתעלה) נקרא:

$$\frac{1.5a}{\sin 21.788} = 2R \frac{a}{R} \rightarrow a \sim 3.21$$

**בגרות משלימים או משפטים רק עם המומחים של HiHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = 6x(x^3 - 1)^3$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ענה על הסעיפים א-ג. אם צריך, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

- א. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים?
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- (4) בעבור אילו ערכים של  $k$  הישר  $y = k$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. נתונה המשוואה  $6x(x^3 - 1)^3 = m$ . הוא פרמטר  $m$ .

הסתמך על גרף הפונקציה  $f(x)$ , וקבע בעבור אילו ערכי  $m$  למשוואה הנתונה יש בדיוק שני פתרונות חיוביים שונים, ובעבור אילו ערכי  $m$  יש לה פתרון אחד שלילי ופתרון אחד חיובי. נמק את תשובותיך.

ג. היעזר בסרטוט וקבע אם קיים  $a > 0$  שבעבורו האינטגרל  $\int_0^a f(x) dx$  מקבל ערך מינימלי. אם כן, מהו ערכו של  $a$ ? נמק את תשובתך.

$F(0) = 0 \rightarrow (0, 0)$  (א) (1)

$$0 = 6x(x^3 - 1)^3$$

$\swarrow$   $x = 0$  (נכר מצא 0)  
 $\searrow$   $x^3 - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 0)$

$u = 6x$	$v = (x^3 - 1)^3$
$u' = 6$	$v' = 3(x^3 - 1)^2 \cdot 3x^2$
	$v' = 9x^2(x^3 - 1)^2$

(2) גזר כמנפסה  
אנשוה אפס:

$$F'(x) = 6(x^3 - 1)^3 + 54x^3(x^3 - 1)^2 = 0$$

$$6(x^3 - 1)^2 [x^3 - 1 + 9x^3] = 0$$

$\rightarrow x^3 - 1 = 0 \rightarrow x = 1$   
 $\rightarrow 10x^3 - 1 = 0 \rightarrow x \sim 0.464$

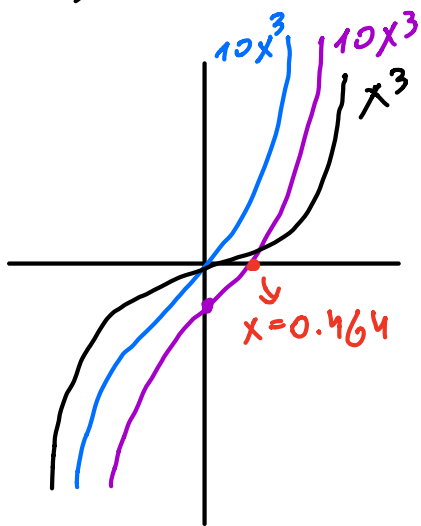
$$F(1) = 0 \rightarrow (1, 0)$$

$$F(\sqrt[3]{0.1}) = 6 \cdot \sqrt[3]{0.1} (0.1 - 1)^3 \sim -2.03 \rightarrow (0.464, -2.03)$$

כדי לקבוע את סוג הקיצון, נמקוון בנגזרת:

$$F'(x) = 6(x^3 - 1)^2 (10x^3 - 1)$$

קרא לראשון שרק הזורם הצקוא ה- — משפיע על סימני הנגזרת. זהו זורם פואינומי המתנהג כמו  $x^3$  עם הזלזה אנכית



לא ימיצה אחת מה, כאלוהי:

מן השרטוט של פונק' הנגזרת, קיימת נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-x, כאלוהי:

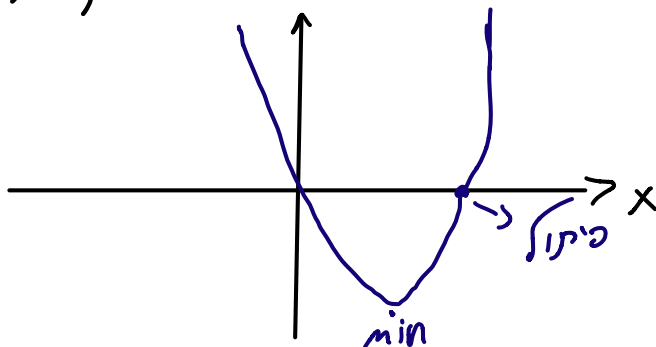
(-2.03, 0.464) חוזם (נדבר משפוע שגיא' לחיוב)

ואילני הנקודה (0,1) היא נקודת פיתול

(כואה בתחום השיפוע החיובי)

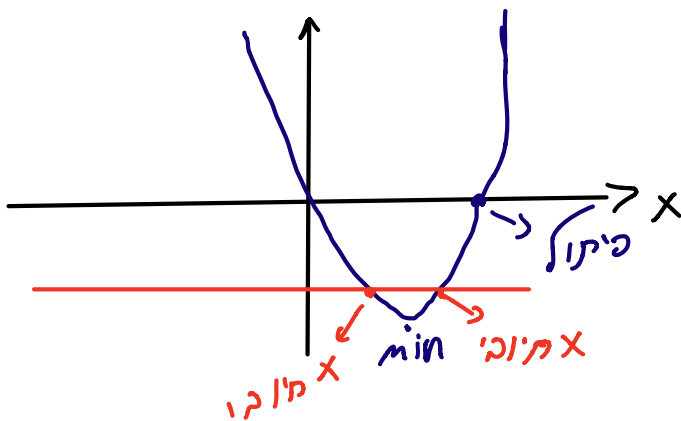
3) סקיצה:

זהו ביטוי פואינומי נאכן נניח כי אין אסימטואט אופקיות כמו כן, הפועקציה מוגזרת אכא א אכן אין גם אסימטואט אנכיות



ה) הישר  $y = a$  נשיק אפונקציה בנקודות בהן שיפוע הפונקציה מתאפס  
 כאומר עבור  $-2.03 < a < -1$  -  $a = 0$

ג. מן השרט ניתן ארצות שאבור  $0 < a < 1$ , מולף לה-  $x_1$ ,  
 למקראים שני פתרונות חוביים, כאומר:  $-2.03 < a < 0$



ז) כאשר פיתול  $x < a < 0$  עדיק האינאזרה שליסי כאומי קאן.  
 עבור פיתול  $x > a$  הוא הופק לחובי, כאומר זכא. עכנ האדק המינימלי של  
 האינאזרה מתקבל בדיוק בנקודת הפיתול כאומר ג-  $a = 1$

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \sin^2 x - 1$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

- א. (1) הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{\cos 2x(1 - \sin x)}{\sin x - 1}$ .

- ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?
- (2) בעבור אילו ערכים של  $x$   $f(x) = g(x)$ ? נמק.
- (3) האם לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטות אנכיות? נמק.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ג. נתונה הפונקציה  $h(x) = -f(x) + b$  (הוא פרמטר), שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון:  $\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$ . מצא את ערכו של הפרמטר  $b$ .

(7) א) שיתוף בזהות:  $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

כאומר:  $F(x) = -\cos 2x$

עבור פונקציה זוגית מתק"ם  $F(-x) = F(x)$

ואומר:  $F(-x) = -\cos(-2x) \xrightarrow{\cos(-a) = \cos a}$

$= -\cos 2x = F(x)$  כנדרש.

(2) נקודות חיתוך:  $F(0) = -\cos 0 = -1 \rightarrow (0, -1)$

$0 = -\cos 2x \rightarrow \cos 2x = 0 \rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  בתחום הרלוונטי  $k = -2, -1, 0, 1$   $\rightarrow (\frac{\pi}{4}, 0), (\frac{3\pi}{4}, 0)$

$(-\frac{3\pi}{4}, 0), (-\frac{\pi}{4}, 0)$

(3) קיצוני:  $F'(x) = 2 \sin 2x \rightarrow 2 \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x = 0$

$2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$   $k = -2, -1, 0, 1, 2 \rightarrow x = -\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HIGHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה

$$F(-\pi) = -\cos(-2\pi) = -1 \rightarrow (-\pi, -1)$$

$$F(-\frac{\pi}{2}) = -\cos(-\pi) = 0 \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, 1)$$

$$F(0) = -\cos(0) = -1 \rightarrow (0, -1)$$

$$F(\frac{\pi}{2}) = -\cos(\pi) = 0 \rightarrow (\frac{\pi}{2}, 1)$$

$$F(\pi) = -\cos(2\pi) = -1 \rightarrow (\pi, -1)$$

מכיוון שהפונקציה רציפה, נקבע את שיעורי הקיצון לפי ערכי  $y$ .

$$\min_{קצה}(-\pi, -1), \min_{קצה}(\pi, -1), \max(-\frac{\pi}{2}, 1), \max(\frac{\pi}{2}, 1)$$

$$\min(0, -1)$$

הערה: סימטריה זו סביב האפס, צורה בקנה אחד עם זוגיות הפונקציה.

$$(ב) נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{\cos 2x(1-\sin x)}{\sin x - 1}$$$

$$(1) \text{ תחום הגדרה: } \sin x \neq 1 \rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi k \xrightarrow{\text{קת'ים}} x \neq \frac{\pi}{2}$$

$$(2) \text{ עקור } x \neq \frac{\pi}{2} \text{ מתקיים:}$$

$$g(x) = \frac{\cos 2x(1-\sin x)}{-(1-\sin x)} = -\cos 2x = F(x)$$

$$\text{עבור } x = \frac{\pi}{2} \text{ מתקיים}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} F(x) = -\cos \pi = +1$$

כאשר בנקודה  $x = \frac{\pi}{2}$  ק"לית עבור  $g(x)$  נקודת "חור"  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ , מכאן ש:  $F(x) = g(x)$

$$\text{על } x \text{ פירט } x = \frac{\pi}{2}$$

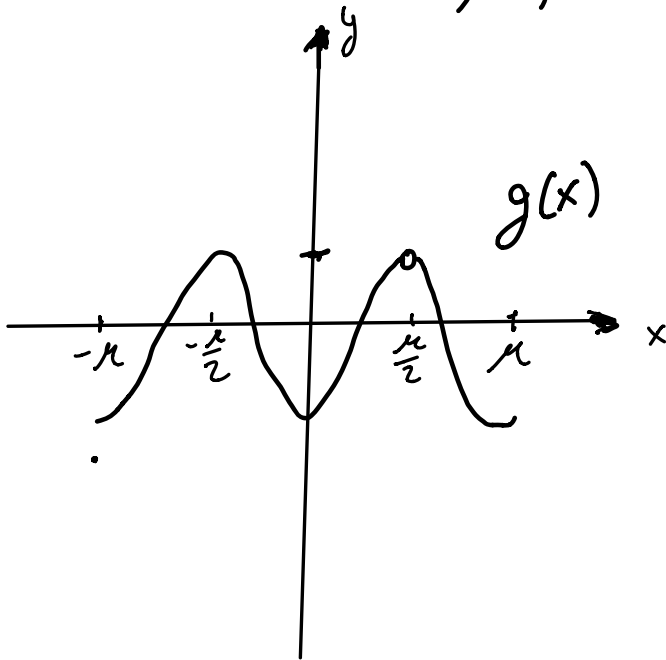
**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



3) כאן כפי שהוסבר לעיל, מצאנו קג' וציפוף למסוג "חור".

4) השרטוט פהה עשרטוט שכ  $F(x)$ , פרט עוקודית, יתור:



5) נתונה הפונקציה:  $h(x) = -f(x) + b$

כאשית (שרט) את  $-f(x)$ .

$$\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2} \quad \text{נתון זמ:$$

אלו יוצעים ש:

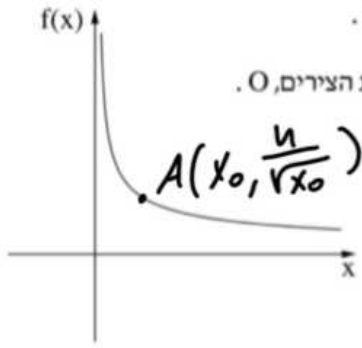
$$\int_{-\pi}^0 \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\pi}^0 = 0 - \left[ \frac{1}{2} \sin(-2\pi) \right] = 0$$

כעומר התרומה שכ  $b$  עאנלעל היא:

$$\int_{-\pi}^0 b dx = \frac{3\pi}{2} \rightarrow b x \Big|_{-\pi}^0 = \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 - (-b\pi) = \frac{3\pi}{2} \rightarrow b = 1.5$$

**בגרות משלימים או משפרים רק עם המומחים של HiHQ**

בשיטה המהירה והמובילה להצלחה



8. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$ , שתחום הגדרתה הוא  $x > 0$ .

מבין כל הנקודות שעל גרף הפונקציה  $f(x)$ , הנקודה A היא הקרובה ביותר לראשית הצירים, O.

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A.

(2) האם הישר AO מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$

בנקודה A? נמק.

• נתונה הפונקציה  $g(x) = -f(-x)$ , המוגדרת בתחום  $x < 0$ .

ענה על סעיף ב בעבור התחום  $-4 \leq x \leq -1$ .

ב. (1) מבין כל הנקודות הנמצאות על גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום הנתון, מה הם שיעורי הנקודה הקרובה ביותר

לראשית הצירים?

(2) מצא את שיעורי הנקודה הרחוקה ביותר מראשית הצירים, מבין כל הנקודות הנמצאות

על גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום הנתון.

$$z(x) = \sqrt{x^2 + \frac{16}{x}}$$

(א) (1) גזיר פונקציית לריתקי:

פונקציית שורש מקבלת מינימום כאשר פנים השורש מקבל

מינימום, כי כן יתיר למצוא מינימום לפונקציה זו:

$$h(x) = x^2 + \frac{16}{x}, \quad h'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = 0 \quad | \cdot x^2 \{x \neq 0\}$$

$$x^3 = 8 \rightarrow x = 2 \rightarrow F(2) = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

(וואו! שאכן זוהי נקודת מינימום בצלילת (גזרת שנייה):

$$h''(x) = 2 + \frac{32}{x^3} \rightarrow h''(2) > 0 \rightarrow \text{אכן מינימום.}$$

כאשר נקודה A =  $(2, 2\sqrt{2})$

(ג) שיפוע הישר  $AO$  הוא:  $\frac{2\sqrt{2}-0}{2-0} = \sqrt{2}$  ואילו שיפוע הנגזרת הנקובה הוא:

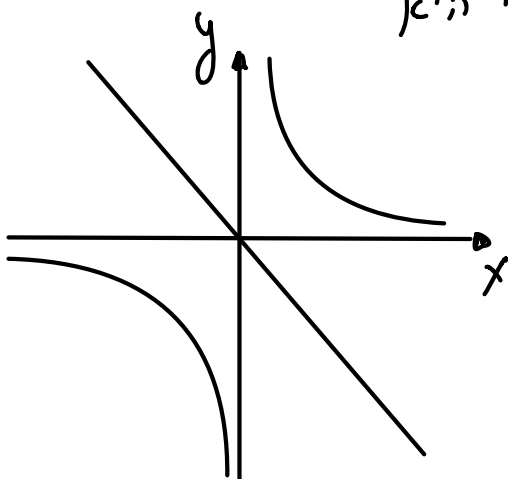
$$F'(x) = \frac{-4}{2\sqrt{x}} \rightarrow F'(2) = \frac{-4}{2\sqrt{2} \cdot 2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

כאומר השיפועים הופכיים ונגזרים ואכן  $AO$  מאונק לנגזרת.

(ד) זכרם הפונקציה  $F(-x) = -\frac{4}{\sqrt{-x}}$  קתקום  $-1 \leq x \leq -4$

הפונקציה החזשה היא העלם האנטי-סימטרי של  $F(x)$  והיא מתקבלת כשיקוף של האלכסון  $y = -x$ .

כאומר, גם הנקובה הנק"מת מרחק מנימלי היא



אנטי סימטריית:  $(-2, -2\sqrt{2})$

ב(2) כזי אלמנט את הנחיתק הנקטילמי להיאשית בתחום הסגור  $-4 \leq x \leq 4$ .  
 נמצא נחיתק זכא  $F(x)$  ואז נמצא את ה"תאומה-האא-לה"ה"  
 אלה אה הסונקציה שברביץ השלישי.

היות וקיבלנו נקודת קיצון אחת, הנקטילמיס יתקדל בקצות התחום.  
 נבדוק את צירק פונקציית הנחיתק בנקודות  $x=1$ ,  $x=4$ :

$$Z(1) = \sqrt{1^2 + \frac{16}{1}} = \sqrt{17}, \quad Z(4) = \sqrt{4^2 + \frac{16}{4}} = \sqrt{20}$$

הנקטילמיס יתקדל אום כן בנקודה הנכזית

$$F(-4) = \frac{-4}{\sqrt{4}} = -2 \rightarrow (-4, -2)$$