

$$\textcircled{1} \quad a_n: a_1, d=4 \text{ חזקני}$$

$$b_n = a_n + 8n$$

א. הוכחה כי b_n חזקני, ומצא הפרשה

ב-מנך אהמל כי b_n חזקני, ענין

אהמל להפסד ג'ן בן ג'ן אינרם

סמלים הוא קבוע, באומל לא ג'ן - ח.

מ-ק"ס!

$$b_{n+1} - b_n = a_{n+1} + 8(n+1) - a_n - 8n$$

$$= a_{n+1} + 8n + 8 - a_n - 8n$$

$$= a_{n+1} - a_n + 8$$

מכילן ג'ן כי a_n חזקני, וכי הפרשה

הוא $d=4$, מ-ק"ס:

$$a_{n+1} - a_n = d = 4$$

$$b_{n+1} - b_n = 4 + 8 = \boxed{12} \quad \text{ואסיכך:}$$

באומל b_n הוא סדרה חזקני, והפרשה

העלך

הוא 12.

$$c_n = a_n + b_n \quad \text{ב.}$$

נוכיח כי c_n היא סדרה חשבונית. צריך להראות שהפרש בין שני איברים סמוכים הוא קבוע. נקרא: משק"ס:

$$\begin{aligned} c_{n+1} - c_n &= a_{n+1} + b_{n+1} - a_n - b_n \\ &= a_{n+1} - a_n + b_{n+1} - b_n \end{aligned}$$

והרי כבר הראינו להסדרה a_n ו- b_n ק' חשבונית, ולמשק"ס:

$$a_{n+1} - a_n = 4, \quad b_{n+1} - b_n = 12$$

$$c_{n+1} - c_n = 4 + 12 = 16 \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{קבוע:} \\ \text{לפ"ק} \\ \text{ב-}n \end{matrix}$$

לפיכך c_n היא סדרה חשבונית.

$$\text{ג. נניח } a_1 = \frac{1}{2}$$

המשק"ס

$$c_1 = 8 \quad (1)$$

$$b_1 = a_1 + 8 \cdot 1 = \frac{1}{2} + 8 \quad \text{משק"ס:}$$

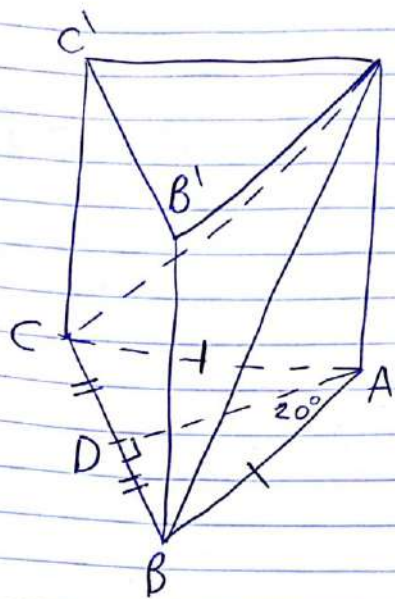
$$\Rightarrow b_1 = 8\frac{1}{2}$$

$$\leftarrow \text{אפיס ק':} \\ \underline{c_1} = a_1 + b_1 = \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{2} = \boxed{9}$$

(2) סכום 20 איברים האחרונים: c_n

$$\int_{20} = \frac{[2c_1 + (20-1)16] \cdot 20}{2} \quad (d_c = 16)$$

$$= [2 \cdot 9 + 19 \cdot 16] \cdot 10 = \boxed{3,220}$$



נתונים

(2)

$ABCA'B'C'$ מנסרה
משולש ישרה.

$$AB = AC$$

D נמצא על CB

$$\angle CAB = 40^\circ, AD = 12$$

א. חשבו את אורך CB

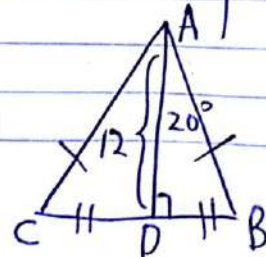
נתון כי $AB = AC$, ולפיכך המשולש ABC הוא שווה שוקיים. AD הוא גובה משולש ABC ולכן $AD \perp BC$.

במשולש ABC שווה שוקיים, AD הוא גובה ומכאן $\angle ADB = 90^\circ$.

במשולש ABC שווה שוקיים, AD הוא גובה ומכאן $\angle DAB = \frac{1}{2} \angle CAB$.

נתון כי $\angle CAB = 40^\circ$, ולכן $\angle DAB = 20^\circ$.

המשך

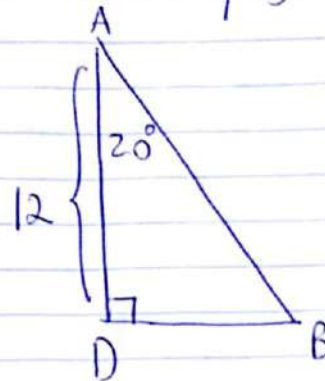


← נ"ל $AD = 12$. נק'ן גמול ADB

נ"ק"פ:

$$\frac{DB}{AD} = \tan(\angle DAB)$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{12} = \tan(20^\circ)$$



$$\Rightarrow DB = 12 \cdot \tan(20^\circ) = 4.367$$

מכיוון D - CB נ"ק"פ, CB

$$CB = 2 \cdot DB = 8.735$$

2. מצא גמול $CA'B$ הוא גמול נ"ק"פ

מכיוון Q - $CA'B$ נ"ק"פ, $CA'B$ נ"ק"פ

$AA' = BB' = CC'$, וכן $AA' \parallel BB' \parallel CC'$

1 - $BB'CC'$ הן מ"ק"פ. מכיוון $AA' = BB' = CC'$, $AB = AC$

המ"ק"פ $ABB'A'$ ו- $BB'CC'$ הן מ"ק"פ

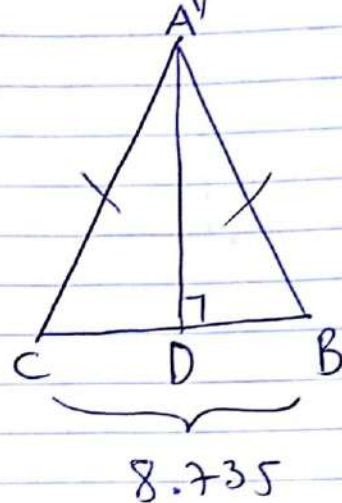
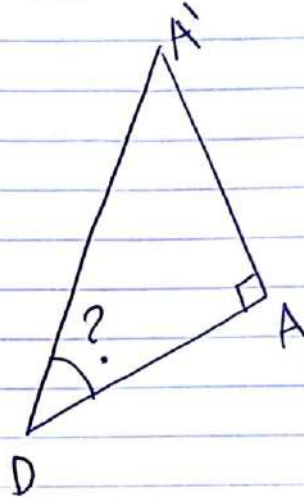
חופפים, ולפיכך $AA' = BB' = CC'$, $AA' \parallel BB' \parallel CC'$

$CA'B$ הוא גמול נ"ק"פ

המשך

1. חישוב שטח $\triangle A'DA$

נ- קוטר במעגלים $CA'B$ - ADA'



מכאן כי $CB = 8.735$. נגמר הנגל
 כי $\angle CA'B = 80^\circ$, ובנוסף $\angle DA'$ הוא
 זווית $\angle CA'B$ - $\angle CB$ במעגל $CA'B$ (המקום כי
 $CA'B$ הוא שווה זווית עם $CA' = BA'$,
 ולכן היתרון DA' הוא זווית במעגל):

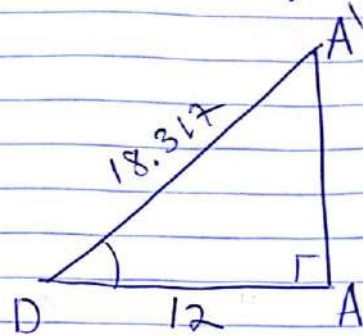
$$S_{\triangle CA'B} = \frac{DA' \cdot CB}{2} = 80 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow DA' \cdot CB = 160$$

$$\Rightarrow DA' = \frac{160}{CB} = \frac{160}{8.735} = 18.317$$

המשך

← קפיץ במשולש ADA' :



מקיים קפיץ (המשולש)

$$\frac{AD}{A'D} = \cos(\angle A'DA) \Rightarrow$$

$$\cos(\angle A'DA) = \frac{12}{18.317}$$

$$\Rightarrow \boxed{\angle A'DA = 49.07^\circ}$$

המשולש

3. חישוב נפח המשולש

נמצא את ערך הנפח AA' המשולש

הקוסינוסים במשולש ADA' :

$$AA'^2 = AD^2 + DA'^2 - 2AD \cdot DA' \cdot \cos(\angle A'DA)$$

$$\Rightarrow AA'^2 = 144 + 335.51 - 439.6 \cdot \cos(49.07^\circ)$$

$$\Rightarrow AA'^2 = 191.5 \Rightarrow \boxed{AA' = 13.84}$$

← נתון: א - שטח קטעים המנסרה, מולד

:ABC

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 8.735}{2}$$

$$= 52.41$$

נפח המנסרה מ-קבץ ע-ז' נכפל

שטח הקטעים קבוצה:

$$V_{ABCA'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 52.41 \cdot 13.84$$

$$= 725.35$$

③ הסונקציה $f(x)$ מוגדרת על ידי $0 \leq x \leq \pi$

$$f(0) = 0.75, \quad f'(x) = -3 \sin 2x$$

$f'(x)$ מוגדרת גם על $0 \leq x \leq \pi$

א. ביטוי אנליטי ל- $f(x)$

נמצא את $f(x)$ על ידי ביצוע אינטגרל

חסום על הנעדרת הנגזרת $f'(x)$, ושימוש

בנתון $f(0) = 0.75$ למציאת קבוע האינטגרציה:

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (-3 \sin 2x) dx$$

$$= -3 \int \sin 2x dx = -3 \left(-\frac{\cos 2x}{2} \right) + C$$

$$= \frac{3}{2} \cos 2x + C$$

נשתמש בנתון:

$$f(0) = \frac{3}{2} \cos(2 \cdot 0) + C = 0.75$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} + C = 0.75 \Rightarrow \boxed{C = -0.75}$$

לפיכך: $\boxed{f(x) = \frac{3}{2} \cos 2x - 0.75}$ הנעדרת

ב. נק' חילוק של f עם ציר x
 על ציר y ה- x מק"פ:

$$f(x) = \frac{3}{2} \cos 2x - 0.75 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cos 2x = 0.75 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow 3 \cos 2x = 1.5 \quad / : 3$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, -1, -2, \dots)$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$k = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{6} \quad \text{ההלכה}$$

$$k = 1$$

$$x = \frac{5}{6} \pi \quad \text{ההלכה}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6} \quad \text{ההלכה}$$

$$k = 1$$

$$x = 1 \frac{1}{6} \pi$$

ההלכה

$\left(\frac{5}{6} \pi, 0 \right), \left(\frac{\pi}{6}, 0 \right)$ נק' חילוק עם ציר x	אסימטות:
--	----------

המשך ←

5. נק' קיצון במאוס התזרה

נשווה את הנגזרת הנחלקה ל-0 ונפתור

עבור x :

$$f'(x) = -3 \sin 2x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = \pi k$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} k \quad (k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$$

$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
$x=0$	$x=\frac{\pi}{2}$	$x=\pi$	$x=\frac{3}{2}\pi$
מאוס	מאוס	מאוס	התזרה

$$x=0 \rightarrow f(0) = \frac{3}{2} \cos(0) - 0.75 = 0.75$$

$$x=\frac{\pi}{2} \rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{2} \cos(\pi) - 0.75 = -2.25$$

$$x=\pi \rightarrow f(\pi) = \frac{3}{2} \cos(2\pi) - 0.75 = 0.75$$

נצטרך בפעם השנייה לסווג נק' הקיצון:

הנגזרת

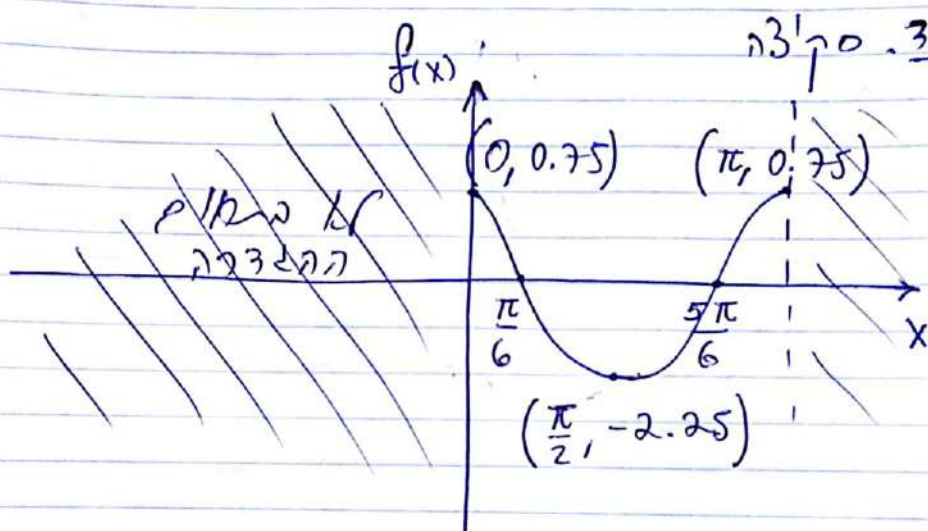
$$f''(x) = -3 \cdot 2 \cos 2x = -6 \cos 2x$$

$$f''(0) = -6 \cos(0) = -6 < 0 \quad (\text{max})$$

$$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6 \cos(\pi) = 6 > 0 \quad (\text{min})$$

$$f''(\pi) = -6 \cos(2\pi) = -6 < 0 \quad (\text{max})$$

אסיכול:		
$(0, 0.75)$	$(\frac{\pi}{2}, -2.25)$	$(\pi, 0.75)$
קיצון קצה, $\max$	קיצון פנימי, $\min$	קיצון קצה, $\max$



ה, חישוב שטח

אנו מעוניינים בשטח זה: x

נחשב את האינטגרל הנ"ל:

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (-f(x)) dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \left(-\frac{3}{2} \cos 2x + 0.75 \right) dx$$

המשך

$$\int = \left[-\frac{3}{2} \cdot \frac{\sin 2x}{2} + 0.75x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}$$

$$= \left[-\frac{3}{4} \sin 2x + 0.75x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}$$

$$= -\frac{3}{4} \sin\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right) + 0.75 \cdot \frac{5\pi}{6} + \frac{3}{4} \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{6}\right) - 0.75 \cdot \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{\int = 2.87}$$

ל"ח

$$f(x) = -3e^x(2e^x - 4) \quad (4)$$

א. חשום ההזרה

מכיוון שחשום ההזרה של הפונקציה e^x הוא x , חשום ההזרה של $f(x)$ הוא

$$\boxed{x}$$

ב. נקודות חיתוך עם הצירים

נק' חיתוך עם ציר ה- y : נציב $x=0$,

$$f(0) = -3e^0(2e^0 - 4) = -3(2 - 4)$$

$$= 6 \Rightarrow \boxed{(0, 6)} \text{ נק' חיתוך } y$$

נק' חיתוך עם ציר ה- x : נמצא $f(x)=0$,

$$f(x) = -3e^x(2e^x - 4) = 0$$

$$e^x \neq 0 \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\rightarrow 2e^x - 4 = 0$$

$$2e^x = 4 \quad / :2$$

$$\Rightarrow e^x = 2 \quad / \ln(\cdot)$$

$$\boxed{(\ln(2), 0)} \text{ נק' חיתוך } x$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \ln(2)}$$

המשך

ע. (ק' ק' ציון) $f(x)$ נגזרת
 : 0 - f' נקודה

$$f(x) = \underbrace{-3e^x}_u \cdot \underbrace{(2e^x - 4)}_v$$

$$u' = -3e^x, \quad v' = 2e^x$$

$$f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$= -3e^x(2e^x - 4) - 3e^x \cdot 2e^x$$

$$= -3e^x(2e^x - 4 + 2e^x)$$

$$= \boxed{-3e^x(4e^x - 4)}$$

$$-3e^x(4e^x - 4) = 0$$

$e^x \neq 0$ $\swarrow$
 $x \in \mathbb{R}$

$\searrow$
 $4e^x - 4 = 0$
 $4e^x = 4 \quad / : 4$

$e^x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$f'(-1) = 2.79 > 0$

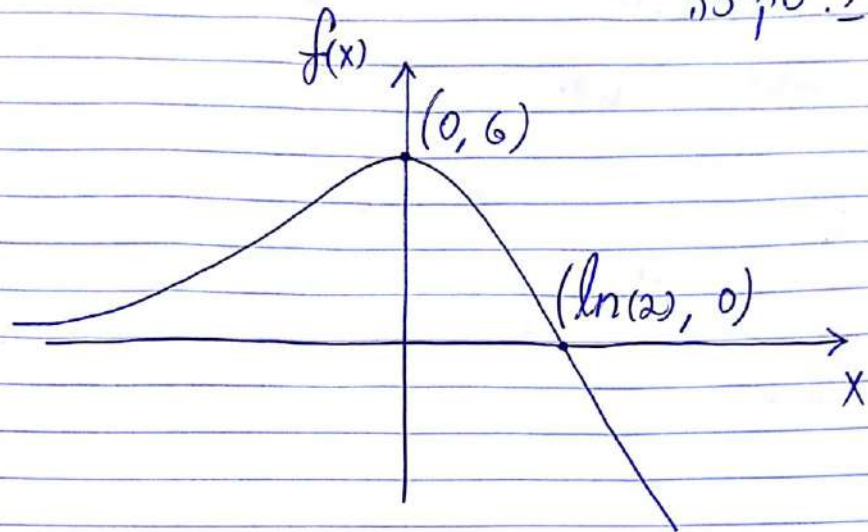
$f'(1) = -56.05 < 0$

$(0, 6)$
 $(G/N)_{\max}$

פסיקה

x	$(-1) <$	0	$< (1)$
$f'(x)$	$(+)$	0	$(-)$
$f(x)$	$\nearrow$	6	$\searrow$

3. סק'3ה



ג. הפונקציה $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$

(ו) מכילון שכל מקבוצ משפיע על הנגזרת

על-ידי כל האל קבוצ, מקיים גם

$$g'(x) = -\frac{1}{2}f'(x)$$

שילוח ה- x של נק' הקיצון, למקרה
מהלול הנצטג לאפס, לא ילנה,

לומר א- (אם) יל נק' קיצון ב- $x=0$ קיצון

שילוח ה- y , למקרה מהצבה בפונקציה,

ינקל על-ידי כל ב- $-\frac{1}{2}$: $\leftarrow$ המעבר

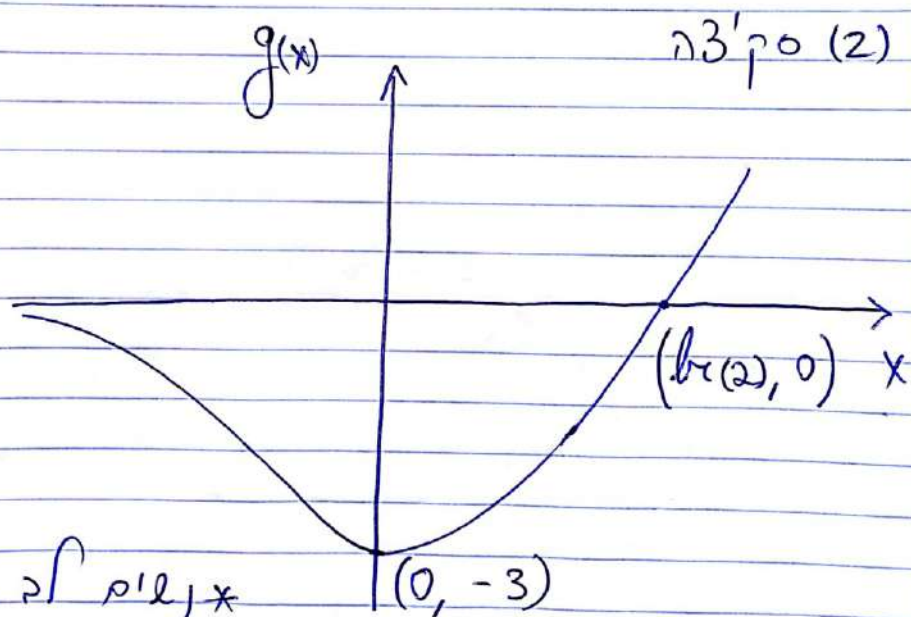
$$y = 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

קיצון

← סוג נקודה הקצבון נקבע לפי סימן הנגזרת מול ציבה. מכיוון ש $g'(x)$ מתקבל מ- (x, y) על ידי כפל הקבוע אולי, סוג נקודה הקצבון יהיה אולי

מינימום.

$$\begin{array}{|c|} \hline (0, -3) \\ \hline \text{min} \\ \hline \end{array}$$



x נגזרת של $g(x)$
נק' הח'לקה
ציר ה-x לא
משנה.

$$f(x) = \ln(-x^2 + ax) \quad (5)$$

$$a > 0, \quad 0 < x < a$$

אפונקציה $f(x)$ יש נק' קיצון.

א. לשיעור x של נק' הקיצון
יכול להיות $f(x)$ ונגזור:

$$g = \ln(h), \quad h = -x^2 + ax$$

$$f'(x) = \frac{1}{h} \cdot h' = \frac{-2x + a}{-x^2 + ax} = 0$$

$$\Rightarrow -2x + a = 0 \Rightarrow 2x = a$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{a}{2}}$$

הנחה

א. נציב:

$$y = \ln\left(2 \cdot \frac{1}{4}\right) \quad \text{אם כי } x = \frac{a}{2} \text{ נק' קיצון}$$

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \ln\left(-\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a \cdot \frac{a}{2}\right) = \ln\left(2 \cdot \frac{1}{4}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \boxed{a = 2} \quad a > 0$$

: $f(x)$ $\int_0^1$ 1.37 h 211.0

$\gamma_{13} \cdot \left(\frac{3}{2}, \ln(2\frac{1}{4}) \right)$ הק' הק' 13

המיליון, צ'ק בנקאי - $f'(x)$ נציג ρ'_{N213}

3. ז'י הנ' וקחום ההלכה $0 < x < 3$

$$f'(x) = \frac{-2x+3}{-x^2+3x}$$

x	$0 < (1) < \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$< (2) < 3$	3
$f'(x)$	(+)	0	(-)	
$f(x)$		max		

$$f'(1) = \frac{-2 \cdot 1 + 3}{-1^2 + 3 \cdot 1} = \frac{1}{2} > 0$$

$$f'(2) = \frac{-2 \cdot 2 + 3}{-2^2 + 3 \cdot 2} = \frac{-1}{2} < 0$$

$\rho_{N'O'N}$ $\left(\frac{3}{2}, \ln(2\frac{1}{4}) \right)$, תוס' 1

$\leftarrow x_{N+1}$

3. נק' חילוף עם ציר x ⁽¹⁾

אז ציר ה-x נמצא פ"ק:

$$f(x) = \ln(-x^2 + 3x) = 0 = \ln(1)$$

לפיכך:

$$-x^2 + 3x = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow \boxed{x_1 = 2.618}$$

$$\rightarrow \boxed{x_2 = 0.381}$$

$$\boxed{(0.381, 0), (2.618, 0)}$$

(2) נגדו - האסמטוטה השנייה, ציר x

x מקבלים מקורו הוא ההצבה

הפונקציה $0 < x < 3$. האסמט' הן:

$$\boxed{x = 0, \quad x = 3}$$

הערה

