שאלות תנועה – פתרונות

1. המרחק בין שני הרוכבים בהתחלה הוא 184 ק"מ, לכן זהו גם המרחק שעוברים שניהם ביחד עד הפגישה. לזמן שעבר מהרגע שיצא הרוכב הראשון לדרך ועד לפגישה נקרא- t_1. הרוכב השני יצא חצי שעה אחריו, לכן הזמן שעבר מרגע יציאתו עד הפגישה, קטן בחצי שעה משל הראשון, ונבטא אותו כך: $t_2 = t_1 - \frac{1}{2}$. המרחק שעבר כל אחד מהם שווה לזמן הרכיבה שלו כפול מהירותו. המרחק שעבר הרוכב הראשון, שמהירותו 32 קמ"ש, הוא: $32 \cdot t_1$, והמרחק שעבר הרוכב השני, שמהירותו 24 קמ"ש, הוא: $24 \cdot t_2 = 24 \cdot \left(t_1 - \frac{1}{2}\right)$. עכשיו אפשר ליצור משוואה מסכום המרחקים של השניים ולמצוא את זמן רכיבתו של הרוכב הראשון.
את הזמן נוסיף לשעת היציאה שלו, $7:00$, וכך נגלה באיזו שעה ייפגשו הרוכבים.

$$32 \cdot t_1 + 24 \cdot \left(t_1 - \frac{1}{2}\right) = 184 \Rightarrow t_1 = 3.5$$

הרוכבים נפגשו 3.5 שעות אחרי השעה $7:00$, כלומר בשעה $10:30$.

2. נסמן את מהירות המשאית מ- A ל- B: V_{AB}.
ולכן מהירות המשאית מ- B ל- C: $V_{BC} = V_{AB} - 30$.

$$AB = BC \Rightarrow 3 \cdot V_{AB} = 4 \cdot V_{BC} \Rightarrow 3 \cdot V_{AB} = 4 \cdot (V_{AB} - 30) \Rightarrow V_{AB} = 120$$

המהירות בקטע AB היא $V_{AB} = 120$ קמ"ש.
בקטע BC המהירות היא: $V_{BC} = V_{AB} - 30 = 90$ קמ"ש.

3. 63 ק"מ

4. 3 שעות.

5. נסמן את המרחק ומהירות המשאית מקריית גת לאשדוד ב- x_1, v_1.
המרחק ומהירות מאשדוד לקריית גת: $x_2 = 0.2x_1 \quad v_2 = 0.8v_1$

$$\frac{\frac{x_2}{v_2}}{\frac{x_1}{v_1}} = \frac{\frac{0.2x_1}{0.8v_1}}{\frac{x_1}{v_1}} = \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4} = 25\%$$

זמן הנסיעה בדרך חזרה מהווה 25% מזמן הנסיעה בדרך הלוך.

6. 200 קמ"ש.

7. א. הנתונים: $d = 400_{km}$, $V_2 = v$, $V_1 = 2v$, ונרכיב את המשוואה:

$$400 - (1 \cdot V_1) - (1 \cdot V_2) = 400 - 3v$$

נסיק כי שעה אחרי שיצאו לדרכן, המרחק בין המכוניות הוא: $400 - 3v$.

ב. $400 - V_1 \cdot t - V_2 \cdot t = 400 - 3vt$
אחרי t שעות, המרחק בין המכוניות הוא $400 - 3vt$.

ג. $400 - 2 \cdot V_1 - 2 \cdot V_2 = 160 \Rightarrow 400 - 6v = 160 \Rightarrow v = 40$
בהתאם לנתונים, המהירות היא $v = 40$ קמ"ש

8. נקרא למהירות הסירה- v_1, ולמהירות זרם המים- v_2. עלינו להבין שהמהירות הכללית שונה בדרך הלוך ובדרך חזור, מכיוון שבאחת הפעמים הסירה נעה עם כיוון המהירות של זרם המים, ואז מהירותה שווה לסכום המהירויות: v_1+v_2, ובפעם השנייה הסירה נעה בכיוון המנוגד לכיוון מהירות זרם המים, ואז יש להחסיר את מהירות הזרם ממהירות הסירה: v_1-v_2.
בדרך הלוך הסירה יצאה ב- 8 והגיעה ב- 10, כלומר לקח לה שעתיים, ובדרך חזור היא יצאה ב- 11 והגיעה ב- 2 אחר הצהריים, כלומר לקח לה 3 שעות. מהעובדה שהדרך הלוך לקחה לה פחות זמן, אפשר להסיק שזו הדרך בה היא נעה בכיוון הזרם ומהירותה הכללית הייתה גבוהה יותר.
כעת אפשר לבנות מערכת של שתי משוואות של זמן, מהירות ודרך, אחת מהדרך הלוך ואחת מהדרך חזור:

$$\begin{cases}2\cdot(v_1+v_2)=36\\3\cdot(v_1-v_2)=36\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v_1+v_2=18\\v_1-v_2=12\end{cases}\xrightarrow{+}2\cdot v_1=30\Rightarrow v_1=15\quad v_2=3$$

נסיק כי מהירות הסירה היא $v_1=15$ קמ"ש, ומהירות הזרם היא $v_2=3$ קמ"ש.

9. מטוס מלוד: 300 קמ"ש, מטוס מקפריסין: 240 קמ"ש.

10. המהירות בשעתיים הראשונות: $v_1=5$. המהירות לאחר מכן: $v_2=6$.
המרחק בין העבודה לבית: d. זמן ההליכה לאחר השעתיים: t

$$\begin{cases}2\cdot v_1+t\cdot v_2=d\\\left(2+t+\frac{1}{6}\right)\cdot v_1=d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}10+6t=d\\5t+10\frac{5}{6}=d\end{cases}\xrightarrow{-}t=\frac{5}{6}\Rightarrow d=10+6\cdot\frac{5}{6}=15$$

המרחק בין העבודה לבית הוא: $d=15$ ק"מ.

11. 40 קמ"ש.

12. נקרא למהירויות שתי המכוניות: v_1 ו- v_2. המרחקים שעברה כל אחת מהן במהלך 9 שעות עד שנפגשו הם: $9v_1$ ו- $9v_2$. כיוון שאנו יודעים מנתוני השאלה כי המרחק ההתחלתי ביניהן הוא 90 ק"מ, המרחק שעברה אחת המכוניות עד הפגישה, גדול ב- 90 ק"מ מהמרחק שעברה המכונית השנייה, לכן נרכיב שתי משוואות:

1. משוואה ובה נייצג את הפרשי המרחקים (לא רלוונטי את מי מחסירים ממי):
$$9\cdot v_1-9\cdot v_2=90\xrightarrow{:9}v_1-v_2=10$$
2. משוואה ובה נייצג את המכוניות כשהן נוסעות זו לעבר זו, ואז סכום המרחקים שווה ל- 90 ק"מ:
$$1\cdot v_1+1\cdot v_2=v_1+v_2=90$$
נחבר את שתי המשוואות ונפתור:

$$+\begin{cases}v_1+v_2=90\\v_1-v_2=10\end{cases}\Rightarrow 2v_1=100\Rightarrow v_1=50\ ,\ v_2=40$$

מהירותה של מכונית אחת היא $v_1=50$ קמ"ש, ושל השנייה $v_2=40$ קמ"ש.

13. 24 קמ"ש.

14. נסמן את המרחק בין ת"א לרשפון ב- x.

הזמן שלקח בפועל לנסוע הלוך חזור (הזמן שווה לדרך חלקי המהירות $t=\frac{x}{v}$): $t=\frac{x}{12}+\frac{x}{18}$

הזמן שהיה לוקח אילו המהירות הממוצעת הייתה 15 קמ"ש: $t-\frac{1}{3}$

$$\begin{cases} t=\frac{x}{12}+\frac{x}{18} \\ 15\cdot\left(t-\frac{1}{3}\right)=2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{5\cdot x}{36} \\ 15t=2x+5 \end{cases} \xrightarrow{\mathrm{I}\to\mathrm{II}} 15\cdot\left(\frac{5x}{36}\right)=2x+5 \Rightarrow x=60$$

המרחק בין רשפון לת"א הוא: $x=60$ ק"מ.

15. נתון המרחק: $AB=28$ ק"מ, מהירות הרוכב $v_1=10$ קמ"ש ומהירות הולך הרגל $v_2=4$ קמ"ש.

עד פגישתם הרוכב יספיק לעבור את כל הדרך ואף לחזור ולפגוש את ההולך, כך שיחדיו הם עברו פעמיים את כל הדרך, כלומר 56 ק"מ.

נבנה משוואה המבטאת את מרחק זה: $4\cdot t+10\cdot t=56 \Rightarrow t=4$

בתום ארבע שעות הם נפגשו.

בזמן זה ההולך הספיק להתרחק מעיר A 16 ק"מ (כי הלך 4 שעות במהירות 4 קמ"ש).

16. נסמן: היקף הכיכר: x, המרחק בין ירושלים לת"א: d.

$$x=2\pi R \Rightarrow d=4x=4\cdot 2\pi R=8\pi R$$

המרחק בין ת"א לירושלים הוא $8\pi R$ ק"מ.

17. נסמן את המרחק בין כל אחד מהם לתמר D.

האותיות שמייצגות את דני, יוסי, איציק ורמי בהתאמה- d,y,i,r.

$$v_d=x,\quad v_r=2x,\quad v_i=4x,\quad v_y=8x$$

$$D^2+D^2=a^2 \Rightarrow D=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}a}{2}$$

כעת נבטא את הזמן שלקח לכל אחד מהארבעה להגיע לתמר:

- הזמן שלקח לדני: $t_d=\frac{D}{v_d}=\frac{\sqrt{2}a}{2x}$ שעות.
- הזמן שלקח לרמי: $t_r=\frac{D}{v_r}=\frac{\sqrt{2}a}{2\cdot 2x}=\frac{\sqrt{2}a}{4x}$ שעות.
- הזמן שלקח לאיציק: $t_i=\frac{D}{v_i}=\frac{\sqrt{2}a}{2\cdot 4x}=\frac{\sqrt{2}a}{8x}$ שעות.
- הזמן שלקח ליוסי: $t_y=\frac{D}{v_y}=\frac{\sqrt{2}a}{2\cdot 8x}=\frac{\sqrt{2}a}{16x}$ שעות.

18. המרחק שעבר איש אחד בשעתיים הוא $2a$.

את המרחק שעבר האיש השני נייצג כ- b.

את המרחק שעבר השני נמצא בעזרת משפט פיתגורס, כאשר המרחק שעבר כל אחד מהשניים מייצג ניצב, והמרחק ביניהם הוא היתר (השניים יצאו לכיוונים מאונכים זה לזה):

$x^2=(2a)^2+b^2 \Rightarrow b=\sqrt{x^2-4a^2}$.

כדי למצוא את המרחקים אחרי 5 שעות, נכפול ב- 2.5 את המרחקים שהם עברו בשעתיים (שעתיים כפול 2.5 שווה ל- 5 שעות). המרחקים החדשים:

$$d_1 = \frac{5}{2} \cdot 2a = 5a \quad ; \quad d_2 = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 4a^2}$$

את המרחק ביניהם נחשב שוב לפי פיתגורס:

$$d' = \sqrt{{d_1}^2 + {d_2}^2} = \sqrt{(5a)^2 + \left(\frac{5}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 4a^2}\right)^2} = \sqrt{25a^2 + 6.25x^2 - 25a^2} = \sqrt{6.25x^2} = \frac{5}{2}x$$

כעבור 5 שעות המרחק בין השניים הוא $\frac{5}{2}x$ ק"מ.

19. $27x + W$ ק"מ.

20. ראשית נסמן את המהירויות v_2 ו- $v_1 = v_2 + 10$.

כעת נבנה שתי משוואות בעזרתן נוכל למצוא את מהירותה של המכונית הראשונה:

$$\begin{cases} v_2 \cdot t = 100 \\ v_1 \cdot \left(t - \frac{5}{6}\right) = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{100}{v_1 - 10} \\ v_1 \cdot t - \dfrac{5}{6} v_1 = 100 \end{cases} \xrightarrow{I \to II} v_1 \cdot \frac{100}{v_1 - 10} - \frac{5}{6} v_1 = 100 \Rightarrow$$

$$600v_1 - 5v_1 \cdot (v_1 - 10) = 600(v_1 - 10) \Rightarrow {v_1}^2 - 10v_1 - 1200 = 0 \Rightarrow v_1 = 40$$

מהירות המכונית הראשונה היא $v_1 = 40$ קמ"ש.

21. מהירות המשאית: 42 קמ"ש. מהירות האוטובוס: 54 קמ"ש.

שאלות תנועה – תרגילים מתקדמים – פתרונות

22. נבנה טבלה של נתוני הבעיה. נגדיר את x כמהירות רוכב שנסע מרחובות לירושלים ואת y כזמן שלקח לו להגיע עד לפגישה. נציב את הנתונים ונמלא את השאר על פי הנוסחא $S=T\cdot V$:

	מהירות V	זמן T	דרך S
רוכב מרחובות לירושלים עד הפגישה	x	y	$S=T\cdot V=x\cdot y=xy$
רוכב מירושלים לרחובות עד הפגישה	$S=T\cdot V\to 54-xy=$ $=(y-1)\cdot V\to$ $V=\frac{54-xy}{y-1}$	הרוכב הזה יצא בשעה 8 שעה אחרי הרוכב השני ולכן הוא נסע שעה פחות $y-1$	מכיוון שהם נפגשו סה"כ הדרך שווה למרחק בין הערים $54-xy$
רוכב מרחובות לירושלים אחרי הפגישה	x	$1\frac{1}{2}$	$S=T\cdot V=1\frac{1}{2}\cdot x=1\frac{1}{2}x$
רוכב מירושלים לרחובות אחרי הפגישה	$V=\frac{54-xy}{y-1}$	4	$S=T\cdot V=4\cdot\frac{54-xy}{y-1}$ $=\frac{216-4xy}{y-1}$

כל אחד מהרוכבים עבר את הדרך מרחובות לירושלים או ההפך שהמרחק הוא 54 ק"מ לכן נחבר את המרחקים של כל אחד מהם לפני הפגישה ואחרי הפגישה ונשווה ל-54.

הרוכב מרחובות לירושלים:

$$xy+1\frac{1}{2}x=54\to x\left(y+1\frac{1}{2}\right)=54\to x=\frac{54}{y+1\frac{1}{2}}$$

הרוכב מירושלים לרחובות:

$$\frac{216-4xy}{y-1}+54-xy=54\to\frac{216-4xy}{y-1}=xy\to 216-4xy=xy(y-1)\to$$

$$216-4xy=xy^2-xy\to xy^2+3xy=216$$

נציב את הביטוי ל- x שמצאנו במשוואה הקודמת במשוואה הזאת:

$$xy^2+3xy=216;x=\frac{54}{y+1\frac{1}{2}}$$

$$xy^2+3xy=216\to\frac{54y^2}{y+1\frac{1}{2}}+3\cdot\frac{54y}{y+1\frac{1}{2}}=216\to 54y^2+162y=216\left(y+1\frac{1}{2}\right)$$

$$54y^2+162y=216y+324\to 54y^2-54y-324=0\to y^2-y-6=0$$

$$y_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{2\cdot1}=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm5}{2}$$

$$y_1=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}=3; y_2=\frac{1-5}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

רק התוצאה החיובית היא הגיונית ולכן y הוא 3 שעות.

נציב את ה- y שמצאנו בביטוי ל- x שמצאנו במשוואה הקודמת:

$$x=\frac{54}{y+1\frac{1}{2}}=\frac{54}{3+1\frac{1}{2}}=\frac{54}{4\frac{1}{2}}=12$$

נציב את ה- x וה- y שמצאנו בביטוי למהירות הרוכב השני:

$$V=\frac{54-xy}{y-1}=\frac{54-12\cdot 3}{3-1}=\frac{54-36}{2}=\frac{18}{2}=9$$

לכן מהירותו של הרוכב שראשון היא 12 קמ"ש ואילו מהירותו של השני היא 9 קמ"ש.

23. נבנה טבלה ונגדיר את x כמהירות הנסיעה של הרוכב בשלוש השעות הראשונות לנסיעה:

	מהירות V	זמן T	דרך S
איך שהרוכב היה אמור לנסוע	x	$\frac{72}{x}$	72
3 השעות הראשונות לנסיעה:	x	3	$3x$
אחרי השלוש השעות הראשונות עד שעה אחת אחרי הזמן שנקבע מראש	$x-2$	$\frac{72}{x}+1-3=\frac{72}{x}-2$	$(x-2)\cdot\left(\frac{72}{x}-2\right)=$ $72-2x-\frac{144}{x}+4=$ $76-2x-\frac{144}{x}$

ידוע שכל הדרך שרוכב האופניים עבר הגיעה רק עד 6 ק"מ לפני היעד לכן:

$$76-2x-\frac{144}{x}+3x=72-6\rightarrow$$

$$x-\frac{144}{x}+10=0\rightarrow x^2+10x-144=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 1\cdot(-144)}}{2\cdot 1}=$$

$$\frac{-10\pm\sqrt{100+576}}{2}=\frac{-10\pm\sqrt{676}}{2}=\frac{-10\pm 26}{2}$$

$$x_1=\frac{-10+26}{2}=\frac{16}{2}=8; x_2=\frac{-10-26}{2}=\frac{-36}{2}=-18$$

כמובן רק התוצאה החיובית היא הגיונית ולכן התשובה היא 8 קמ"ש.

24. נבנה טבלה כאשר נגדיר את x כמהירות הסירה ללא המנוע ואת y כמהירות הזרם:

	מהירות V	זמן T	דרך S
סירה ללא מנוע מ- A ל- C	הסירה נוסעת עם הזרם $x+y$	4	$S=T\cdot V=4(x+y)=4x+4y$
סירה ללא מנוע מ- C ל- A	הסירה נוסעת נגד הזרם $x-y$	6	$S=T\cdot V=6(x-y)=6x-6y$
סירה עם מנוע מ- B ל- C	מהירות הסירה עם המנוע היא פי 3 ממהירות הסירה השנייה והיא נוסעת עם הזרם $3x+y$	$\frac{3}{4}$	$S=T\cdot V=\frac{3}{4}\cdot(3x+y)=\frac{9}{4}x+\frac{3}{4}y$

הדרך מ- A ל- C שווה לדרך מ- C ל- A כלומר:

$$4x+4y=6x-6y\rightarrow -2x=-10y\rightarrow x=5y$$

בנוסף ידוע שהדרך מ- B ל- C היא 12 ק"מ אז נשווה את הדרך שהסירה עם המנוע עשתה ל- 12 :

$$\frac{9}{4}x+\frac{3}{4}y=12\rightarrow 9x+3y=48\rightarrow 3x+y=16$$

נציב את הביטוי ל- x שמצאנו במשוואה הראשונה במשוואה השנייה:

$$3x+y=16;\ x=5y$$

$$3\cdot 5y+y=16\rightarrow 15y+y=16\rightarrow 16y=16\rightarrow y=1$$

מכאן שמהירות הזרם היא קמ"ש אחד.

25. נבנה טבלה. נגדיר את מהירות האופנוע כ- x :

	מהירות V	זמן T	דרך S
אופנוע	x	$\frac{90}{x}$	90
מכונית השליש הראשון	$x+30$	$\frac{30}{x+30}$	30
מכונית הפסקה	0	$\frac{1}{2}$	0
מכונית שאר הדרך	$0.8(x+30)$	$\frac{60}{0.8(x+30)}$	60

ידוע שהמכונית הגיעה רבע שעה לפני האופנוע כלומר הזמן הכולל שהיא נסעה הוא $\frac{90}{x}-\frac{1}{4}$

נחבר את כל הזמנים מחלקי הנסיעה של המכונית ונשווה ל- $\frac{90}{x}-\frac{1}{4}$:

$$\frac{30}{x+30}+\frac{1}{2}+\frac{60}{0.8(x+30)}=\frac{90}{x}-\frac{1}{4}\to\frac{30}{x+30}+\frac{60}{0.8(x+30)}=\frac{90}{x}-\frac{3}{4}$$

$$3.2x\cdot 30+4x\cdot 60=90\cdot 3.2(x+30)+0.8\cdot 3\cdot x(x+30)\to$$

$$96x+240x=288x+8640-2.4x^2-72x\to 2.4x^2+120x-8640=0\to x^2+50x-3600=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-50\pm\sqrt{50^2-4\cdot 1\cdot(-3600)}}{2\cdot 1}=\frac{-50\pm\sqrt{2500+14400}}{2}=\frac{-50\pm\sqrt{16900}}{2}$$

$$\frac{-50\pm 130}{2}\to x_1=\frac{-50+130}{2}=\frac{80}{2}=40;x_2=\frac{-50-130}{2}=\frac{-180}{2}=-90$$

רק התוצאה החיובית היא הגיונית ולכן מהירות האופנוע היא 40 קמ"ש.

26. נגדיר את מהירות הרץ הראשון כ- x ואת מהירות הרץ השני כ- y ונבנה טבלה:

	מהירות V	זמן T	דרך S
הרץ הראשון עד הפגישה הראשונה	x	$T=\frac{S}{V}=\frac{10}{x}$	10
הרץ שני עד הפגישה הראשונה	y	$T=\frac{S}{V}=\frac{10}{y}$	10
הרץ הראשון עד הפגישה השנייה	x	10	$S=T\cdot V=10\cdot x=10x$
הרץ השני עד הפגישה השנייה	y	הרץ השני התחיל את המסלול שיניה אחרי הרץ הראשון ולכן רץ שנייה פחות ממנו $10-1=9$	$S=T\cdot V=9\cdot y=9y$

הרץ השני התחיל את הריצה שנייה אחרי הרץ הראשון אז אפשר להשוות את הזמנים עד הפגישה הראשונה:

$$\frac{10}{x}-1=\frac{10}{y}\to 10y-xy=10x\to y(10-x)=10x\to y=\frac{10x}{10-x}$$

בנוסף אנו יודעים שעד הפגישה השנייה הרץ השני עבר מרחק ששווה לאורך המסלול ועוד אורך המסלול פחות כמה שהרץ הראשון עבר עד הפגישה השנייה, כלומר:

$$9y=50+50-10x\to 9y=100-10x$$

נציב את הביטוי ל- y שמצאנו במשוואה הראשונה במשוואה השנייה:

$$9y=100-10x;y=\frac{10x}{10-x}$$

$$9\cdot\frac{10x}{10-x}=100-10x\to 90x=100(10-x)-10x(10-x)\to 90x=1000-100x-100x+10x^2$$

$$10x^2-290x+1000=0\to x^2-29x+100=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{29\pm\sqrt{(-29)^2-4\cdot 1\cdot 100}}{2\cdot 1}=\frac{29\pm\sqrt{841-400}}{2}=\frac{29\pm\sqrt{441}}{2}=\frac{29\pm 21}{2}$$

$$x_1=\frac{29+21}{2}=\frac{50}{2}=25,\quad x_2=\frac{29-21}{2}=\frac{8}{2}=4$$

התוצאה שמהירות הרץ הראשון היא 25 מטר לשניה אינה הגיונית מכיון שבמהירות זו הרץ ירוץ יותר מפעמיים אורך המסלול בזמן הנתון בשאלה. לכן מהירות הרץ הראשון היא 4 מטר לשניה. נמצא את מרחק הפגישה מנקודת ההתחלה: $S=10x=10\cdot 4=40$, מרחק המסלול הוא 50 ומכאן מרחק הפגישה מסוף המסלול הוא 10 מטר.

27. נגדיר את מהירות המשאית שיוצאה מ- A ל- B כ- x ואת מהירות המשאית שיצאה מ- B ל- A כ- y נגדיר את המרחק בין A ל- B כ- 1 ונבנה טבלה:

	מהירות V	זמן T	דרך S
משאית מ- A ל- B עד הפגישה	x	6	$6x$
משאית מ- B ל- A עד הפגישה	y	6	$6y$
נתון המשאית מ- A ל- B	x	$\frac{2}{5x}$	$\frac{2}{5}$
נתון המשאית מ- B ל- A	y	$\frac{2}{15y}$	$\frac{2}{15}$

המשאיות נפגשו כאשר כל אחת מהן יצאה מצד אחר של הדרך לכן מרחקיהם ביחד מהווים דרך שלמה כלומר1: $6x+6y=1\to 6y=1-6x$. בנוסף נתון שהזמן שלוקח למשאית מ- A ל- B לעבור $\frac{2}{5}$ מהדרך גדול בשעתיים מהזמן שלוקח למשאית מ- B ל- A לעבור $\frac{2}{15}$ מהדרך כלומר:

$$\frac{2}{5x}=\frac{2}{15y}+2\Rightarrow 2\cdot 3y=2x+2\cdot 15xy\Rightarrow 6y=2x+30xy\Rightarrow 6y-30xy=2x$$

$$6y(1-5x)=2x\Rightarrow 6y=\frac{2x}{1-5x}$$

נשווה את הביטוי שמצאנו ל- $6y$ במשוואה הראשונה לזה שמצאנו במשוואה השנייה :

$$6y=\frac{2x}{1-5x};6y=1-6x$$

$$\frac{2x}{1-5x}=1-6x\to 2x=1(1-5x)-6x(1-5x)\to$$

$$2x=1-5x-6x+30x^2\to 30x^2-13x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{13\pm\sqrt{(-13)^2-4\cdot 30\cdot 1}}{2\cdot 30}=$$

$$\frac{13\pm\sqrt{169-120}}{60}=\frac{13\pm\sqrt{49}}{60}=\frac{13\pm 7}{60}\to$$

$$x_1=\frac{13+7}{60}=\frac{20}{60}=\frac{1}{3},\quad x_2=\frac{13-7}{60}=\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$$

התוצאה הראשונה לא נכונה מכיוון שאם נשתמש בה נקבל את המהירות של המשאית השנייה שלילית. הזמן שלוקח לעבור את המרחק הזה למשאית מ- A ל- B שווה ל-1 חלקי המהירות:

$$T=\frac{S}{V}=\frac{1}{\frac{1}{10}}=10$$

נמצא את המהירות של המשאית השנייה:

$$6y=1-6x\to 6y=1-6\cdot\frac{1}{10}\to 6y=1-\frac{6}{10}\to 6y=\frac{4}{10}\to y=\frac{1}{15}$$

הזמן שלוקח לעבור את המרחק הזה למשאית מ- B ל- A שווה ל-1 חלקי המהירות:

$$T=\frac{S}{V}=\frac{1}{\frac{1}{15}}=15$$

28. נגדיר את מהירות הולך הרגל הראשון מתל אביב לרמלה כ- x, נגדיר את מהירות הולך הרגל השני כ- z ונגדיר את הזמן שלקח להולך הרגל השני עד הפגישה הראשונה כ- y. נבנה טבלה:

	מהירות V	זמן T	דרך S
הולך הרגל מתל אביב לרמלה עד הפגישה.	x	$y+1$	$x(y+1)=xy+x$
הולך הרגל מרמלה לתל אביב עד הפגישה.	z	y	yz
הולך הרגל הראשון מהפגישה עד רמלה.	x	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}x$
הולך הרגל השני מהפגישה עד תל אביב.	z	4	$4z$

ידוע שהמרחק בין תל אביב לרמלה הוא 18 ק"מ. ומכיוון ששני הולכי הרגל יצאו מכל אחד מהמקומות הדרך ששניהם ביחד עברו עד לפגישה היא בעצם סה"כ המרחק בין רמלה לתל אביב לכן: $xy+x+yz=18$ בנוסף אנו יודעים שהמרחק אותו עבר הולך הרגל הראשון אחרי הפגישה הוא בעצם המרחק שעבר הולך הרגל השני לפני הפגישה לכן: $1\frac{1}{2}x=yz$, אותו דבר גם המרחק שעבר הולך הרגל השני לאחר הפגישה שווה למרחק שעבר הולך הרגל הראשון לפני הפגישה לכן $4z=xy+x$, קיבלנו 3 משוואות עם 3 נעלמים אפשר למצוא את מהירויות הולכי הרגל x ו- z. התשובה 4 קמ"ש, 3 קמ"ש, בהתאמה.

29. נגדיר את מהירות המכונית כ- x ונגדיר את זמן הנסיעה של המכונית עד נקודת המפגש הראשונה כ- y. נבנה טבלה :

	מהירות V	זמן T	דרך S
האופנוע הראשון עד המפגש עם המכונית	40	האופנוע יצא חצי שעה לפני המכונית כלומר הוא נוסע עד הפגישה חצי שעה יותר מהמכונית $y+\frac{1}{2}$	$S=T\cdot V=$ $40\cdot\left(y+\frac{1}{2}\right)=$ $40y+20$
המכונית עד המפגש עם האופנוע הראשון	x	y	$S=T\cdot V=x\cdot y=xy$
האופנוע השני עד המפגש עם המכונית	50	האופנוע גם יצא חצי שעה לפני המכונית ובנוסף הפגישה התרחשה שעה וחצי אחרי הפגישה הקודמת $y+\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=y+2$	$S=T\cdot V=$ $50\cdot(y+2)=$ $50y+100$
המכונית עד הפגישה עם האופנוע השני	x	הפגישה התרחשה שעה וחצי אחרי המפגש הקודם $y+1\frac{1}{2}$	$S=T\cdot V=$ $x\left(y+1\frac{1}{2}\right)=$ $xy+1\frac{1}{2}x$

המרחק שהאופנוע הראשון עבר עד הפגישה עם המכונית שווה למרחק שהמכונית עברה.
נשווה ביניהם:

$$40y+20=xy \to xy-40y=20 \to y(x-40)=20 \to y=\frac{20}{x-40}$$

בנוסף גם הדרך שעבר האופנוע השני עד פגישתו עם המכונית שווה לדרך שעברה המכונית עד הפגישה הזו:

$$xy+1\frac{1}{2}x=50y+100$$

נציב את שיעור ה- Y שמצאנו במשוואה הראשונה במשוואה השנייה:

$$xy=50y-1\frac{1}{2}x+100; y=\frac{20}{x-40}$$

$$x\cdot\frac{20}{x-40}=50\cdot\frac{20}{x-40}-1\frac{1}{2}x+100 \to 20x=1000-1\frac{1}{2}x(x-40)+100(x-40)$$

$$20x=1000-1\frac{1}{2}x^2+60x+100x-4000 \to 1\frac{1}{2}x^2-140x+3000=0 \to$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{140\pm\sqrt{(-140)^2-4\cdot1\frac{1}{2}\cdot3000}}{2\cdot1\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{140\pm\sqrt{19600-18000}}{3}=\frac{140\pm\sqrt{1600}}{3}=\frac{140\pm40}{3}\to$$

$$x_1=\frac{140+40}{3}=\frac{180}{3}=60,\quad x_2=\frac{140-40}{3}=\frac{100}{3}=33\frac{1}{3}$$

רק התוצאה הראשונה תיתכן משום ש - $y=\frac{20}{x-40}$ ולא ייתכן ערך שלילי כזמן שלקח למכונית.
ומכאן שמהירות המכונית היא 60 קמ"ש.

30. נגדיר את מהירות הסירה ששטה מזרחה כ- x ואת מהירות הסירה ששטה צפונה כ- y נבנה טבלה:

	מהירות V	זמן T	דרך S
הסירה ששטה מזרחה אחרי חצי שעה	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}x$
הסירה ששטה צפונה אחרי חצי שעה	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}y$
הסירה ששטה מזרחה אחרי שלושת רבעי שעה	x	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}x$
הסירה ששטה צפונה אחרי שלושת רבעי שעה	y	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}y$

ידוע שאחרי חצי שעה המרחק בין 2 הסירות היה 15 ק"מ . נשתמש במשפט פיתגורס $A^2+B^2=C^2$ כאשר כל אחד מהמרחקים שמצאנו בטבלה הוא ניצב והמרחק ביניהם הוא היתר:

$$A^2+B^2=C^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x\right)^2+\left(\frac{1}{2}y\right)^2=15^2 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}=225 \Rightarrow x^2+y^2=900$$

בנוסף ידוע שאחרי שלושת רבעי שעה המרחק בין הסירה שנוסעת מזרחה לתחנת הסירות גדול ב-

$4\frac{1}{2}$ ק"מ מהמרחק בין הסירה שנוסעת צפונה לתחנת הסירות. בעצם כל מרחק בין סירה לתחנת הסירות זה המרחק שהסירה עברה לכן:

$$\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}y+4\frac{1}{2} \Rightarrow 3x=3y+18 \Rightarrow x=y+6$$

נציב את הביטוי ל- x שמצאנו במשוואה הזאת במשוואה הקודמת:

$$x^2+y^2=900; x=y+6$$

$$(y+6)^2+y^2=900 \rightarrow y^2+12y+36+y^2=900 \rightarrow 2y^2+12y-864=0 \rightarrow y^2+6y-432=0$$

$$y_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot1\cdot(-432)}}{2\cdot1}=\frac{-6\pm\sqrt{36+1728}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{1764}}{2}=\frac{-6\pm42}{2}$$

$$y_1=\frac{-6+42}{2}=\frac{36}{2}=18,\quad y_2=\frac{-6-42}{2}=\frac{-48}{2}=-24$$

התוצאה השלילית אינה הגיונית לכן מהירות הסירה השנייה היא 18 קמ"ש. נמצא את מהירות הסירה הראשונה $x=y+6=18+6=24$.