

זוויות – פתרונות

1. $\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (סכום זוויות צמודות שווה ל- 180°)

2. $\alpha = 50^\circ$ (זוויות קודקודיות שוות זו לזו)

$\beta = 180^\circ - \alpha \xrightarrow{\alpha=50^\circ} \beta = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ (סכום זוויות צמודות שווה ל- 180°)

3. $\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (סכום זוויות צמודות שווה ל- 180°)

4. נשתמש במשפט "סכום זוויות צמודות שווה ל- 180° ":

$$\alpha + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta=2\alpha} \alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha = 180^\circ \xrightarrow{:3} \alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 2\alpha = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

5. $\alpha_1 = 20^\circ$ (סימון)

(נתון חוצה זווית) $\alpha_1 = \alpha - \alpha_1 \xrightarrow{\alpha_1=20^\circ} 20^\circ = \alpha - 20^\circ \Rightarrow 40^\circ = \alpha$

6. $\alpha + \alpha + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \xrightarrow{:2} \alpha = 70^\circ$

(נתון חוצה זווית + סכום זוויות צמודות שווה ל- 180°)

7. נסמן את ארבעת חלקי הזווית ב- x ו- y כמתואר בשרטוט.

נבנה את המשוואה:

$$2x + 2y = 180^\circ \xrightarrow{:2} x + y = 90^\circ \Rightarrow \alpha = x + y = 90^\circ$$

(סכום זוויות צמודות שווה ל- 180° + נתונים חוצי הזוויות)

8. $\alpha + \alpha + 130^\circ = 2\alpha + 130 = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 50^\circ \xrightarrow{:2} \alpha = 25^\circ$

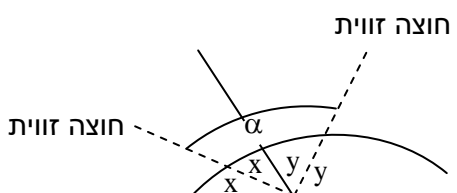
(סכום זוויות צמודות שווה ל- 180° + נתון חוצה זווית)

9. $\alpha = 40^\circ$ (זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות)

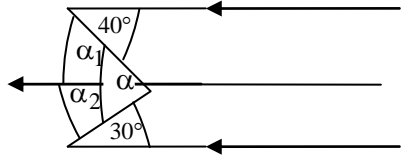
$\beta = \alpha = 40^\circ$ (זוויות קודקודיות שוות זו לזו)

10. $\alpha = 30^\circ$ (זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות)

$\beta = \alpha = 30^\circ$ (זוויות קודקודיות שוות זו לזו)



11. $\alpha + 3\alpha = 4\alpha = 180^\circ \xrightarrow{:4} \alpha = 45^\circ$ (סכום זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים הוא 180°)



12. נבנה קו מקביל נוסף ונסמן את הזוויות α_1, α_2 :

(זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות) $\alpha_1 = 40^\circ, \alpha_2 = 30^\circ$

(חיבור זוויות) $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$

משולשים – תרגילי חישוב בסיסיים – פתרונות

13. א. $\alpha = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ב. $\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ג. $\alpha + 2\alpha + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha = 120^\circ \xrightarrow{:3} \alpha = 40^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ד. $\alpha + 3\alpha + 6\alpha = 180^\circ = 10\alpha \xrightarrow{:10} \alpha = 18^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ה. $\alpha = 80 + 30 = 110^\circ$

(זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה)

ו. $30 + \alpha = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

(זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה)

ז. $\alpha = 50^\circ$ (במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו)

$$\beta = 180^\circ - (50^\circ + \alpha) \xrightarrow{\alpha=50^\circ} \beta = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

(סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ח. $\alpha + \alpha + 70^\circ = 2\alpha + 70 = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 110^\circ \xrightarrow{:2} \alpha = 55^\circ$

(במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו + סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

ט. $\alpha = 30^\circ$

(אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה מונחת זווית שגודלה 30°)

י. $\alpha + \alpha + 90^\circ = 2\alpha + 90 = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \xrightarrow{:2} \alpha = 45^\circ$

(במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו + סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

$$\alpha + \alpha + \alpha = 3\alpha = 180^\circ \xrightarrow{:3} \alpha = 60^\circ \text{ י.א.}$$

(במשולש שווה צלעות הזוויות שוות זו לזו + סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

יב. במשולש שווה שוקיים הגובה הוא גם חוצה זווית הראש. נסמן את מחצית זווית הראש ב- x :
 $x = 20^\circ$ (סימון)

$$\alpha = 180^\circ - (90^\circ + x) \xrightarrow{x=20^\circ} \alpha = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

(סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

14. א. $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 5$ (משפט פיתגורס)

ב. $5^2 + x^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 = 169 - 25 = 144 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 12$ (משפט פיתגורס)

ג. $x = 2 \cdot 10 = 20$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

(משפט פיתגורס) $x^2 = 10^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = x^2 - 100 \xrightarrow{x=20}$
 $y^2 = 20^2 - 100 = 400 - 100 = 300 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} y = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

ד. $180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

(משפט פיתגורס) $y^2 = 8^2 - x^2 \xrightarrow{x=4} y^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48 \xrightarrow{\sqrt{\quad}}$
 $y = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

ה. $x^2 + x^2 = (\sqrt{200})^2 = 2x^2 = 200 \xrightarrow{:2} x^2 = 100 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 10$

(במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו + משפט פיתגורס)

ו. $180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$ (סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°)

$$x^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

(במשולש מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות + משפט פיתגורס)

ז. $\frac{12}{2} = 6$ מחצית הבסיס (במשולש שווה שוקיים הגובה הוא גם תיכון לבסיס)

(משפט פיתגורס) $x^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 8$

ח. במשולש שווה שוקיים הגובה הוא גם חוצה זווית הראש. נסמן את מחצית זווית הראש ב- y :

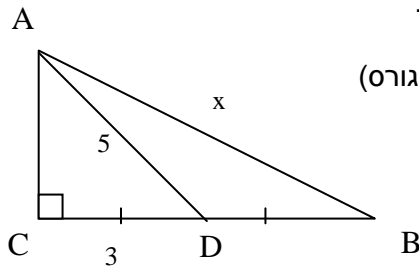
(סימון) $y = 30^\circ$

$2 \cdot 5 = 10$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

(משפט פיתגורס) $x^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

ט. בניית עזר: נסמן את קודקודי המשולשים באותיות A, B, C, D.



(משפט פיתגורס) $AC^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} AC = 4$

(קטעים שווים) $CB = DB + CD = 3 + 3 = 6$

(משפט פיתגורס) $x^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

י. נסמן את הצלע הלא מסומנת במשולש הימני באות a.

(משפט פיתגורס) $a^2 = x^2 - 5^2 = x^2 - 25 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} a = \sqrt{x^2 - 25}$

(משפט פיתגורס) $(4 + a)^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 4 + a = 12$

$\Rightarrow a = 8 \xrightarrow{a = \sqrt{x^2 - 25}} \sqrt{x^2 - 25} = 8 \xrightarrow{(\quad)^2} x^2 - 25 = 64$

$\Rightarrow x^2 = 89 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \sqrt{89}$

יא. $x = 6$ (במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר)

יב. $10 \cdot 2 = 20$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

(במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר) $x = \frac{20}{2} = 10$

15. בסעיפים הבאים נשתמש במשפט:

שטח משולש שווה למחצית מכפלת צלע בגובה לצלע זו.

$$S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \quad \text{א.}$$

ב. נסמן את הצלע שאינה מסומנת ב- x .

$$x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 12 \quad (\text{משפט פיתגורס})$$

$$S_{\Delta} = \frac{5x}{2} \xrightarrow{x=12} \frac{5 \cdot 12}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

ג. נסמן את הניצב שאינו מסומן ב- x .

$$5 \cdot 2 = 10 \quad (\text{במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר})$$

$$x^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 6 \quad (\text{משפט פיתגורס})$$

$$S_{\Delta} = \frac{8 \cdot 6}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$10 \cdot 2 = 20 \quad \text{ד.}$$

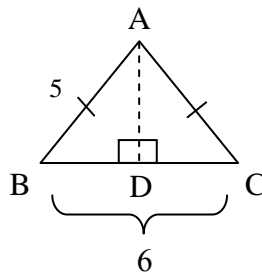
(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

$$20^2 - 10^2 = 400 - 100 = 300 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 50\sqrt{3}$$

ה. בניית עזר: בניית גובה לצלע הבסיס, וסימון קודקודי המשולש

באותיות A, B, C, D.



$$BD = DC = \frac{6}{2} = 3 \quad (\text{במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם התיכון לבסיס})$$

(התיכון לבסיס)

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} AD = 4$$

(משפט פיתגורס)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$$

י. נסמן את אחד הניצבים ב- x .

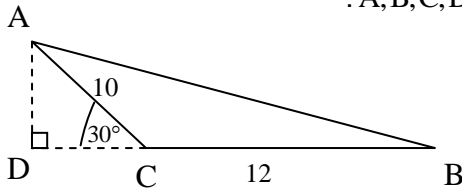
$$(180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)) = 45^\circ \quad (\text{סכום הזוויות במשולש שווה ל- } 180^\circ)$$

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{50})^2 = 2x^2 = 50 \xrightarrow{:2} x^2 = 25 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = 5$$

(במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות + משפט פיתגורס)

$$S_{\Delta} = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

ז. בניית עזר: נסמן את קודקודי המשולשים באותיות A, B, C, D.



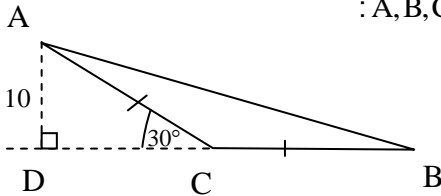
$$AD = \frac{10}{2} = 5$$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° ,

אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$$

ח. בניית עזר: נסמן את קודקודי המשולשים באותיות A, B, C, D.



$$AC = 2 \cdot 10 = 20$$

(אם במשולש ישר זווית יש זווית חדה של 30° ,

אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר)

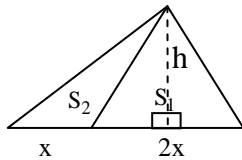
$$BC = AC = 20 \quad (\text{קטעים שווים})$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100$$

16. בסעיפים הבאים נשתמש במשפט:

שטח משולש שווה למחצית מכפלת צלע בגובה לצלע זו.

א. בניית עזר: נוריד גובה משותף לשני המשולשים ונסמנו באות h .



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{2x \cdot h}{2}}{\frac{x \cdot h}{2}} = \frac{2}{1}$$

ב. בניית עזר: נוריד גובה המשותף לשני המשולשים ונסמנו באות h .

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{3x \cdot h}{2}}{\frac{x \cdot h}{2}} = \frac{3}{1}$$

ג. בניית עזר: נוריד גובה המשותף לשני המשולשים ונסמנו באות h , נסמן את הקטעים השווים באות x .

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{x \cdot h}{2}}{\frac{x \cdot h}{2}} = 1$$

ד. בניית עזר: נוריד גובה המשותף לשני המשולשים ונסמנו באות h (מרחקים שווים בין ישרים מקבילים)

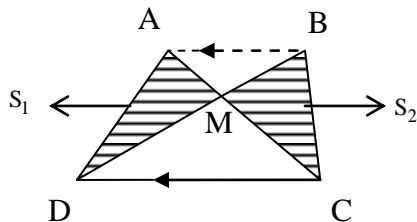
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{DC \cdot h}{2}}{\frac{DC \cdot h}{2}} = 1$$

ה. בניית עזר: נסמן את קודקודי המרובע באותיות A, B, C, D , ואת נקודת מפגש האלכסונים באות M . נוריד גובה משותף למשולשים $\triangle ADC, \triangle BDC$ ונסמנו באות h (מרחקים שווים בין ישרים מקבילים).

$$S_{\triangle ADC} = \frac{h \cdot DC}{2} = S_{\triangle BDC}$$

$$S_{\triangle ADC} - S_{\triangle DMC} = S_{\triangle BDC} - S_{\triangle DMC} \Rightarrow S_{\triangle AMD} = S_{\triangle BMC}$$

$$\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{\triangle BMC}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_{\triangle AMD}}{S_{\triangle AMD}} = 1$$



משולשים – תרגילי חישוב מתקדמים – פתרונות

.17

נימוק	טענה	
נתון	$AB \parallel ED$	1
זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות לפי 1	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle ADE$	2
נתון	AD חוצה זווית A	3
לפי 3	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAE$	4
כלל המעבר לפי 2,4	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle DAE$	5
במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ($\triangle AED$) + נתון. מ.ש.ל.	$AE = ED = 10_{cm}$	6

.18

נימוק	טענה	
נתון	$AB \parallel LK$	1
זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות לפי 1	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle ANL$	2
נתון	$AB = AC$	3
נתון	AD גובה לבסיס BC	4
במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס וחוצה זווית הראש מתלכדים ($\triangle ABC$) לפי 3,4	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle NAL$	5
כלל המעבר לפי 2,5	$\sphericalangle ANL = \sphericalangle NAL$	6
במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ($\triangle ALN$) + נתון. מ.ש.ל.	$NL = AL = 4_{cm}$	7

.19

נימוק	טענה	
נתון	$\angle ADB = 110^\circ$	1
זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180° + הצבה לפי 1	$\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB =$ $= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$	2
נתון	$\angle C = 90^\circ$	3
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle ADC$) + הצבה לפי 2,3	$\angle DAC = 180^\circ - (\angle C + \angle ADC) =$ $= 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$	4
נתון	AD חוצה זווית $\angle A$	5
כלל המעבר לפי 4,5	$\angle BAD = \angle DAC = 20^\circ$	6
זווית חיצונית למשולש ($\triangle ADB$) שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה + הצבה לפי 2,6. מ.ש.ל.	$\angle ABD = \angle ADC - \angle BAD =$ $= 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$	7

.20

נימוק	טענה	
נתון	$\angle A = 40^\circ$	1
נתון כי $BE \perp AC$	$\angle BEA = 90^\circ$	2
נתון כי $CF \perp AB$	$\angle AFC = 90^\circ$	3
סכום הזוויות במרובע הוא 360° ($AFOE$)	$\angle AFC + \angle AEB + \angle A + \angle EOF = 360^\circ$	4
הצבה לפי 1,2,3,4	$90^\circ + 90^\circ + 40^\circ + \angle FOE = 360^\circ$ $\angle FOE = 140^\circ$	5
זוויות קודקודיות שוות זו לזו + כלל המעבר לפי 5. מ.ש.ל.	$\angle FOE = \angle BOC = 140^\circ$	6

נימוק	טענה	
ב"ע	נסמן את מפגש AD ו- EC באות O	1
נתון	$\sphericalangle AEC = 70^\circ$	2
נתון	$\sphericalangle AOE = 60^\circ$	3
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle EAO$) + הצבה לפי 2,3	$\sphericalangle EAO = 180^\circ - (\sphericalangle AEO + \sphericalangle AOE) =$ $= 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$	4
זוויות קודקודיות שוות זו לזו + כלל המעבר לפי 3	$\sphericalangle AOE = \sphericalangle COD = 60^\circ$	5
נתון כי $AD \perp BC$	$\sphericalangle ODC = 90^\circ$	6
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle OCD$) + הצבה לפי 5,6	$\sphericalangle OCD = 180^\circ - (\sphericalangle ODC + \sphericalangle COD) =$ $= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$	7
נתון	CE חוצה זווית C	8
לפי 8 + כלל המעבר לפי 7	$\sphericalangle ACE = \sphericalangle OCD = 30^\circ$	9
חיבור זוויות + הצבה לפי 9	$\sphericalangle ACD = \sphericalangle ACE + \sphericalangle OCD =$ $= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$	10
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle DAC$) + הצבה לפי 6,10	$\sphericalangle DAC = 180^\circ - (\sphericalangle ADC + \sphericalangle ACD) =$ $= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$	11
חיבור זוויות + הצבה לפי 4,11. מ.ש.ל.	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAD + \sphericalangle DAC =$ $= 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$	12

.22

נימוק	טענה	
נתון	$\sphericalangle AOB = 130^\circ$	1
זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180° + הצבה לפי 1	$\sphericalangle EOB = 180^\circ - \sphericalangle AOB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$	2
נתון	$AB = AC$	3
נתון כי AE חוצה זווית A	$\sphericalangle CAE = \sphericalangle EAB$	4
במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם הגובה ($\triangle ABC$) לפי 3,4	$AE \perp CB$	5
לפי 5	$\sphericalangle AEB = 90^\circ$	6
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle OBE$) + הצבה לפי 2,6	$\sphericalangle OBE = 180^\circ - (\sphericalangle AEB + \sphericalangle BOE) = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$	7
נתון כי BN חוצה זווית ABC + כלל המעבר לפי 7	$\sphericalangle OBA = \sphericalangle OBE = 40^\circ$	8
חיבור זוויות + הצבה לפי 8	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle OBA + \sphericalangle OBE = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$	9
במשולש מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ($\triangle ABC$) לפי 3 + כלל המעבר לפי 9 . מ.ש.ל	$\sphericalangle C = \sphericalangle ABC = 80^\circ$	10

.23

נימוק	טענה	
זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180°	הזוויות הפנימיות במשולש הן: $180^\circ - \alpha, 180^\circ - \beta, 180^\circ - \gamma$	1
סכום הזוויות במשולש הוא 180° + הצבה לפי 1 + חישוב אלגברי . מ.ש.ל	$180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta + 180^\circ - \gamma = 180^\circ$ $540^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) = 180^\circ$ $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$	2

נימוק	טענה	
סימון	$\sphericalangle ACB = 2\alpha$, $\sphericalangle ABC = 2\beta$	1
נתון כי BO ו-CO חוצי זוויות B ו-C בהתאמה + הצבה לפי 1	$\sphericalangle ACO = \sphericalangle OCB = \alpha$ $\sphericalangle ABO = \sphericalangle OBC = \beta$	2
נתון	$\sphericalangle BOC = 130^\circ$	3
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle OBC$)	$\sphericalangle OCB + \sphericalangle OBC + \sphericalangle BOC = 180^\circ$	4
הצבה לפי 2,3,4 + חישוב אלגברי	$\alpha + \beta + 130^\circ = 180^\circ$ $\alpha + \beta = 50^\circ$	5
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle ABC$) + הצבה לפי 1,5. מ.ש.ל.	$\sphericalangle A = 180^\circ - (\sphericalangle ABC + \sphericalangle ACB) =$ $= 180^\circ - (2\alpha + 2\beta) =$ $= 180^\circ - 2(\alpha + \beta) =$ $= 180^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 80^\circ$	6

נימוק	טענה	
נתון	$AB = AC$	1
נתון	$\sphericalangle A = 40^\circ$	2
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle ABC$) לפי 1 + סכום הזוויות במשולש הוא 180° + הצבה לפי 2	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = \frac{180^\circ - \sphericalangle A}{2} =$ $= \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$	3
נתון	$BD = BC$	4
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle DBC$) לפי 4 + כלל המעבר לפי 3	$\sphericalangle BDC = \sphericalangle ACB = 70^\circ$	5
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle DBC$) + הצבה לפי 5. מ.ש.ל.	$\sphericalangle DBC = 180^\circ - (\sphericalangle BDC + \sphericalangle ACB) =$ $180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$	6

נימוק	טענה	
סימון	$\sphericalangle DBC = x$	1
נתון כי BD חוצה זווית B + כלל המעבר לפי 1	$\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC = x$	2
חיבור זוויות + הצבה לפי 2	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ABD + \sphericalangle DBC = 2x$	3
נתון	$AB = AC$	4
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו (ΔABC) + כלל המעבר לפי 3	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = 2x$	5
נתון	$\sphericalangle BDC = 78^\circ$	6
סכום הזוויות במשולש הוא 180° (ΔDBC) + הצבה לפי 1,5,6	$\sphericalangle DCB + \sphericalangle DBC + \sphericalangle BDC = 2x + x + 78^\circ = 180^\circ$	7
חישוב אלגברי לפי 7	$3x = 102^\circ \Rightarrow x = 34^\circ$	8
לפי 5 + הצבה לפי 8	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = 2x = 2 \cdot 34^\circ = 68^\circ$	9
סכום הזוויות במשולש הוא 180° (ΔABC) + הצבה לפי 10. מ.ש.ל.	$\sphericalangle A = 180^\circ - (\sphericalangle ACB + \sphericalangle ABC) = 180^\circ - (68^\circ + 68^\circ) = 44^\circ$	10

נימוק	טענה	
נתון	$AD = BD$	1
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו (ΔABD) לפי 1 + סימון	$\sphericalangle A = \sphericalangle ABD = x$	2
נתון BD חוצה זווית B + כלל המעבר לפי 2	$\sphericalangle DBC = \sphericalangle ABD = x$	3
נתון	$AB = AC$	4
חיבור זוויות + הצבה לפי 2,3	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ABD + \sphericalangle DBC = x + x = 2x$	5
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו (ΔABC) לפי 4 + כלל המעבר לפי 5	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = 2x$	6
סכום הזוויות במשולש הוא 180° (ΔABC) + הצבה לפי 2,5,6,7 + חישוב אלגברי	$\sphericalangle A + \sphericalangle ABC + \sphericalangle ACB = x + 2x + 2x = 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ \Rightarrow \sphericalangle A = x = 36^\circ$	7

.28

נימוק	טענה	
נתון	$AD = CD$	1
נתון	$\sphericalangle ADC = 60^\circ$	2
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle ACD$) לפי 1 + סכום הזוויות במשולש הוא 180° + הצבה לפי 2	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle ACD = \frac{180^\circ - \sphericalangle ADC}{2} =$ $\frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$	3
זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180° + הצבה לפי 3	$\sphericalangle ACB = 180^\circ - \sphericalangle ACD =$ $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$	4
נתון	$AC = BC$	5
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle ACB$) לפי 5 + סכום הזוויות במשולש הוא 180° + הצבה לפי 4	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC = \frac{180^\circ - \sphericalangle ACB}{2} =$ $= \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$	6
חיבור זוויות + הצבה לפי 3,6. מ.ש.ל.	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle BAC + \sphericalangle DAC =$ $= 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$	7

.29

נימוק	טענה	
נתון	$\sphericalangle ACD = 2\alpha$	1
נתון	$\sphericalangle ABC = \alpha$	2
נתון	$AC = 14_{\text{cm}}$	3
זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה ($\triangle ABC$) + הצבה לפי 1,2 + כלל המעבר לפי 2	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACD - \sphericalangle ABC =$ $= 2\alpha - \alpha = \alpha = \sphericalangle ABC$	4
במשולש מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ($\triangle ABC$) לפי 4 + כלל המעבר לפי 3	$BC = AC = 14_{\text{cm}}$	5
נתון	$BD = 24_{\text{cm}}$	6
חיסור קטעים + הצבה לפי 5,6. מ.ש.ל.	$CD = BD - BC = 24 - 14 = 10_{\text{cm}}$	7

נימוק	טענה	
נתון	$AB = AC$	1
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle ABC$) לפי 1 + סימון	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = x$	2
נתון כי $DF \perp AC$	$\sphericalangle EFC = 90^\circ$	3
סכום הזוויות במשולש הוא 180° ($\triangle EFC$) + הצבה לפי 2,3	$\sphericalangle FEC = 180^\circ - (\sphericalangle EFC + \sphericalangle ACB) =$ $= 180^\circ - (90^\circ + x) = 90^\circ - x$	4
זוויות קודקודיות שוות זו לזו	$\sphericalangle BED = \sphericalangle FEC = 90^\circ - x$	5
נתון	$BE = BD$	6
במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ($\triangle BED$) לפי 6 + כלל המעבר לפי 5	$\sphericalangle BDE = \sphericalangle BED = 90^\circ - x$	7
זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה ($\triangle DBE$) + הצבה לפי 2,7 + חישוב אלגברי	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle BED + \sphericalangle BDE =$ $= 90^\circ - x + 90^\circ - x = 180 - 2x = x$ $3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$	8
סכום הזוויות במשולש הוא ($\triangle ABC$) 180° + הצבה לפי 2,8. מ.ש.ל	$\sphericalangle A = 180^\circ - (\sphericalangle ABC + \sphericalangle ACB) =$ $= 180^\circ - 2x = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ =$ $= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$	9