

חלוקת קטע ביחס נתון

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = \frac{nx_a + mx_b}{n+m} \\ y_c = \frac{ny_a + my_b}{n+m} \end{array} \right. \text{הם } \frac{m}{n} \text{ ביחס } AB \text{ שמחלקת את הקטע הנתון } C \text{ שיעורי הנקודה}$$

1. מצא נקודה המחלקת את הקטע AB שקצותיו A(5,5), B(13,11) ביחס 1:3 אשר קרובה יותר לנקודה A.
2. מצא את נקודת המפגש של התיכונים במשולש שקודקודיו הם: (0,0), (6,12), (-6,6).
3. קודקודי המשולש הם: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$.
בטא את נקודת המפגש של תיכוני המשולש באמצעות השיעורים $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$.
4. שני קודקודי משולש הם $(4, -1), (2, 5)$ ונקודת המפגש של התיכונים הינה בנקודה $(5, 2)$.
מצא את הקודקוד השלישי.

מרחק בין נקודה לישר

מרחק של הנקודה (x_0, y_0) מהישר $ax + by + c = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ הוא}$$

5. מצא את המרחק בין הנקודות הנתונות לישרים הנתונים:

א. $3x - 4y + 10 = 0, (0, 0)$

ב. $5x + 12y - 13 = 0, (0, 0)$

ג. $y = -x + 6, (0, 0)$

ד. $ax + by + c = 0, (0, 0)$

ה. $y = mx + n, (0, 0)$

ו. $2x - y - 2 = 0, (-1, 1)$

ז. $10x - y + 4 = 0, (1, 14)$

ח. $x - 7 = 0, (3, 11)$

6. מצא את המרחק בין הישרים המקבילים: $3x + 4y - 10 = 0, 3x + 4y - 50 = 0$.

7. מצא נקודות על הישר $y = -\frac{1}{2}x$ שמרחקן מהישר $3x + 4y - 8 = 0$ הוא 4.

8. מצא נקודות על הישר $y = x + 2$ שמרחקן מהישר $3x + 4y - 2 = 0$ הוא 4.

9. מצא משוואות ישרים שמקבילים לישר $3x + 4y - 2 = 0$ ושהמרחקיהם ממנו שווים ל-6.
10. שתיים מצלעות מלבן מונחות על הישרים $4x + 2y - 1 = 0$, $2x - 4y - 3 = 0$. אחד מקודקודי המלבן נמצא בנקודה $(5, 1)$. מצא את שטח המלבן.
11. אלכסון ריבוע מונח על הישר $x + 3y + 4 = 0$. אחד מקודקודיו הוא $(2, 8)$. מהו שטחו?
12. מצא את משוואת הישרים העוברים בנקודה $(2, 1)$ ונמצאת במרחק 2 מראשית הצירים.
13. מצא נקודה שנמצאת במרחק $\frac{1}{5}$ מכל אחד מהישרים: $3x + 4y - 1 = 0$, $3x - 4y - 1 = 0$. (הבחן בין שתי אפשרויות).
14. מצא משוואת ישר שמרחקו מראשית הצירים הוא 1 ומרחקו מהנקודה $(1, 1)$ הוא $\frac{4}{5}$.

המעגל

משוואת המשיק למעגל¹

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) שעליו: $(x - a)(x_0 - a) + (y - b)(y_0 - b) = R^2$

מקרה פרטי: משוואת המשיק למעגל קנוני $x^2 + y^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) שעליו תהיה $xx_0 + yy_0 = R^2$

15. מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 20$ בנקודה $(4, -2)$.
16. מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 13$ בנקודה $(2, 3)$.
17. מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 2a^2$ בנקודה על המעגל שבה $x = a$.
18. מצא את משוואת המשיק למעגל $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$ בנקודה $(2, 2)$.
19. מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 10$ המקביל לישר $y = 3x + 5$.
20. מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 50$ הניצב לישר $y = -7x + 2$.
21. מצא את משוואת המשיק למעגל $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 20$ המקביל לישר $y = -2x + 6$.
22. הישר $y = -\frac{1}{2}x + 6$ משיק למעגל שמרכזו על ציר ה-X. נקודת ההשקה היא $(4, 4)$. מצא את משוואת המעגל.
23. נתונה משוואת מעגל: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2 + b^2$.

¹ אפשר להרכיב את משוואת המשיק למעגל בנקודה שנמצאת עליו גם בדרכים הבאות:
 א. מתוך העובדה כי בנקודת ההשקה משיק למעגל מאונך לרדיוס המעגל ולכן שיפועו הוא ההופכי-הנגדי של שיפוע הרדיוס.
 ב. באמצעות החשבון הדיפרנציאלי. הרי ששיפוע המשיק הוא ערך הנגזרת בנקודת ההשקה.

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-Y.
 ב. מצא את משוואות המשיקים למעגל בנקודות הנ"ל.

24. מצא את משוואת מעגל העובר בנקודה (7,1) ומשיק לציר ה-X בנקודה (4,0).

משוואת המעגל

המשוואה $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ תהיה משוואה של מעגל

$$\begin{cases} A = B \neq 0 \\ C^2 + D^2 > 4AE \end{cases} \quad \text{בתנאים הבאים:}$$

25. מצא את מרכזי המעגלים ואת רדיוסיהם, על פי משוואות המעגלים הנתונות:

א. $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 8 = 0$

ב. $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 9 = 0$

ג. $x^2 + y^2 - 14x + 2y = -25$

ד. $x^2 + y^2 + y = 0$

26. משוואת המעגל היא $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 8my - 12 = 0$. מצא את m ואת רדיוס המעגל, אם ידוע כי המעגל עובר בנקודה $(-1, -1)$.

27. נתונה משוואת מעגל $x^2 + y^2 - 2mx + 6my - 9 = 0$. מצא את משוואת המעגל אם רדיוסו 7.

28. מצא את משוואת המעגל שעובר בנקודות (1,9), (3,7) ושמוקדו נמצא על ציר ה-Y.

29. מצא את משוואת המיתר המשותף לשני המעגלים הבאים:

$$x^2 + y^2 + x - 2y = 6, \quad x^2 + y^2 - 2x + 3y = 10$$

30. מצא משוואת מעגל שמרכזו נמצא ברביע הראשון במרחק של $2m$ מראשית הצירים וידוע כי המעגל משיק לשני הצירים.