המרחק בין שתי נקודות

1. נציב את הנקודות במשוואה: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

א.

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(4-1)^2+(-2-2)^2}=$$
$$\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

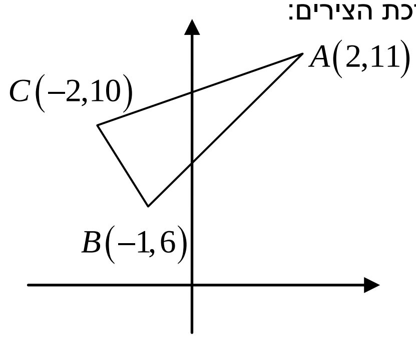
ב. 13

ג. 1

ד. 9

ה. $\sqrt{5}a$

2. נצייר את המשולש במערכת הצירים:



א. כדי להוכיח שהמשולש ישר זווית צריך להראות ששתי צלעות מאונכות זו לזו.
שיפועי 2 קוים מאונכים הם מנוגדים והופכיים, ולכן צריך להתקיים: $m_1\cdot m_2=-1$:

$$m_{AC}=\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}=\frac{11-10}{2-(-2)}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

$$m_{AB}=\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}=\frac{11-6}{2-(-1)}=\frac{5}{2+1}=\frac{5}{3}$$

$$m_{BC}=\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}=\frac{10-6}{-2-(-1)}=\frac{4}{-2+1}=\frac{4}{-1}=-4$$

מכפלת שניים מהשיפועים אכן מביאה תוצאה של (-1): $m_{AC}\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow\frac{1}{4}\cdot(-4)=-1$

ומכאן נסיק כי המשולש הוא משולש ישר זווית.

ב. שטח משולש מתקבל על-ידי הנוסחה: בסיס כפול הגובה לבסיס לחלק ב- 2.
במשולש ישר זווית הגובה הוא בעצם ניצב במשולש, ולכן ניתן לחשב גובה כמכפלת הניצבים לחלק ב- 2, כלומר: $S=\frac{AC\cdot BC}{2}$.

$$AC=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2-(-2))^2+(11-10)^2}=$$

$$\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}\Rightarrow AC=\sqrt{17}$$

$$BC=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-2-(-1))^2+(10-6)^2}=$$

$$\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}\Rightarrow BC=\sqrt{17}$$

$$S=\frac{AC\cdot BC}{2}=\frac{\sqrt{17}\cdot\sqrt{17}}{2}=\frac{17}{2}=8.5$$

3. כדי להראות שהמשולש שווה שוקיים יש למצוא שתי צלעות שוות במשולש. נשתמש בנוסחה $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ כדי למצוא את אורכי שלוש הצלעות וכך נוכל להראות כי שתיים מהן שוות.

4. נתונות שתי נקודות $(2,-6),(m,6)$ ונתון שהמרחק ביניהן הוא 13.

בכדי למצוא את m יש להציב את הנתונים בנוסחה $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ כאשר אחת מנקודות ה-x היא m ו-d (המרחק ביניהן) הוא 13: נקבל משוואה עם נעלם אחד.
כעת נצמצם ונכנס וכך יוצאת משוואה ממעלה שניה עם נעלם אחד, כאשר m מקבל שני ערכים המהווים את התשובות: $m=-7$ או $m=3$.

5. א. כדי למצוא נקודה שמרחקה מהנקודה הוא 4 וששיעור ה-y שלה הוא 5 נגדיר את שיעור ה-x של הנקודות כ-T, כך שהנקודה היא $(T,5)$ ונציב בנוסחה $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\Rightarrow 4=\sqrt{(2-T)^2+(5-5)^2}$$

$$4=\sqrt{(2-T)^2}\Rightarrow 16=(2-T)^2$$

מכאן $T=-2 \Leftarrow 4=(2-T)$ או $-4=(2-T)\Rightarrow T=6$

לכן הנקודות: $(-2,5);(6,5)$

ב. $(0,2)$ או $(0,8)$

ג. $(5,5)$ או $(2,2)$

ד. $(0,1)$ או $(4,9)$

6. נתונות שתי הנקודות $A(6,6),B(-4,2)$:

א. צריך למצוא נקודה על ציר ה-x שמרחקה משתי הנקודות שווה.
כיוון שידוע לנו כי הנקודה הינה על ציר ה-x נוכל להניח כי שיעור ה-y שלה הוא 0. נגדיר את שיעור ה-x של הנקודה כ-T וכעת נמצא את מרחקה משתי הנקודות הנתונות ונשווה ביניהן:

$$d_A=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(6-T)^2+(6-0)^2}=$$
$$\sqrt{(6-T)^2+6^2}=\sqrt{(6-T)^2+36}\Rightarrow d_A=\sqrt{(6-T)^2+36}$$
$$d_B=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-4-T)^2+(2-0)^2}=$$
$$\sqrt{(-4-T)^2+2^2}=\sqrt{(4+T)^2+4}\Rightarrow d_B=\sqrt{(4+T)^2+4}$$
$$d_A=d_B\to\sqrt{(6-T)^2+36}=\sqrt{(4+T)^2+4}\to(6-T)^2+36=(4+T)^2+4\Rightarrow$$
$$36-12T+T^2+36=16+8T+T^2+4\Rightarrow-20T=-52\to T=2.6$$

ב. צריך למצוא נקודה על ציר ה- y שמרחקה משתי הנקודות שווה.
ידוע לנו שהנקודה על ציר ה- y כלומר שיעור ה x - שלה הינו 0 נגדיר את שיעור ה- y של הנקודה כ- T, לאחר מכן נמצא את מרחקה משתי הנקודות הנתונות ונשווה ביניהן:

$$d_A=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(6-0)^2+(6-T)^2}=$$
$$\sqrt{6^2+(6-T)^2}=\sqrt{36+(6-T)^2}\Rightarrow d_A=\sqrt{36+(6-T)^2}$$
$$d_B=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-4-0)^2+(2-T)^2}=$$
$$\sqrt{(-4)^2+(2-T)^2}=\sqrt{16+(2-T)^2}\Rightarrow d_B=\sqrt{16+(2-T)^2}$$
$$d_A=d_B\Rightarrow\sqrt{36+(6-T)^2}=\sqrt{16+(2-T)^2}\Rightarrow(6-T)^2+36=16+(2-T)^2\Rightarrow$$
$$36-12T+T^2+36=16+4-4T+T^2\Rightarrow-8T=-52\to T=6.5$$

7. נתונה נקודה על ציר y שמרחקה מהנקודה $A(6,0)$ כפול ממרחקה מראשית הצירים.
הנקודה נמצאת על ציר y לכן שיעור ה- x שלה הוא 0. נגדיר את שיעור ה y - של הנקודה כ T -.
נמצא את מרחק הנקודה מהנקודה $A(6,0)$ על-ידי שימוש בנוסחה. כמו כן נמצא את מרחק הנקודה מראשית הצירים $(0,0)$.
לאחר מכן נשווה את המרחק מהנקודה A לפעמיים המרחק מראשית הצירים וכך נקבל משוואה אחת עם נעלם אחד - T.
התשובות: $\left(0,\pm2\sqrt{3}\right)$

8. נתון לנו במשולש שקודקודיו $A(-1,1),B(5,3),C(1,t)$ שהוא שווה שוקיים כלומר: $(AB=AC)$.
א. עלינו למצוא את שני ערכיו של t. ידוע $(AB=AC)$ נמצא את אורכיהם ונשווה ביניהם:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-(-1))^2 + (3-1)^2} =$$

$$\sqrt{(5+1)^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \Rightarrow AB = \sqrt{40}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1-1)^2 + (1-t)^2} =$$

$$\sqrt{(-2)^2 + (1-t)^2} = \sqrt{4 + (1-t)^2} \Rightarrow AC = \sqrt{4 + (1-t)^2}$$

$$AB = AC \Rightarrow \sqrt{40} = \sqrt{4 + (1-t)^2} \Rightarrow 40 = 4 + (1-t)^2 \Rightarrow$$

$$40 = 4 + 1 - 2t + t^2 \Rightarrow t^2 - 2t - 35 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+140}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2+12}{2} = \frac{14}{2} = 7 \; ; \; t_2 = \frac{2-12}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

ב. עלינו למצוא את אורך הבסיס, כלומר את אורך הקטע BC. נציב בנוסחה את שני ערכי C:

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (3-t)^2} = \sqrt{16 + (3-t)^2}$$

או $t = 7$: $BC = \sqrt{16 + (3-t)^2} = \sqrt{16 + (3-7)^2} = \sqrt{16 + (-4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$

או $t = -5$: $BC = \sqrt{16 + (3-t)^2} = \sqrt{16 + (3-(-5))^2} = \sqrt{16 + 8^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80}$

9. נתונים קודקודי הבסיס של משולש שווה שוקיים $(2,9),(-4,3)$, ועלינו למצוא את נקודת הראש.
ידוע שנקודת הראש הינה על ציר ה- y לכן שיעור ה- x שלה הוא 0. נגדיר את שיעור ה- y של הנקודה כ- T.
כמו כן ידוע לנו שהמשולש הוא משולש שווה שוקיים כלומר המרחק של נקודת הראש מהנקודה $(-4,3)$ שווה למרחק נקודת הראש מהנקודה $(2,9)$. עלינו למצוא את המרחק בין נקודת הראש לנקודה הראשונה ואת המרחק בין נקודת הראש לנקודה השנייה ולהשוות ביניהם וכך נקבל משוואה עם נעלם אחד, והתשובות הן: $(0,5)$

10. נתונים שני קודקודים של מעוין $(5,7),(-3,1)$ ידוע שאורך האלכסון העובר דרך שני הקודקודים האחרים שווה ל- 20.
עלינו למצוא את שטח המעוין, ידוע לנו כי שטח המעוין מתקבל על-ידי הנוסחה הבאה: מכפלת האלכסונים חלקי 2, כיוון שידוע לנו מהו אורכו של אלכסון אחד, אנחנו צריכים למצוא את האלכסון השני.
נוכל למצוא את האלכסון השני על-ידי שימוש בנוסחה על שני הקודקודים האחרים של המעוין $(5,7),(-3,1)$ מוצאים את אורך האלכסון ומכפילים אותו באורך האלכסון השני. מחלקים ב- 2 ומקבלים את שטח המעוין. התשובה היא: 100.

אמצע קטע

11. נציב בנוסחה: $x_m=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$

א. $\left.\begin{matrix} x_m=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+2}{2}=\frac{2}{2}=1 \\ y_m=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{0+6}{2}=\frac{6}{2}=3 \end{matrix}\right\}\Rightarrow M(1,\ 3)$

ב. $M(0,\quad 5)$

ג. $M(0,\quad 0)$

ד. $M\left(\frac{1}{2},\quad -\frac{1}{2}\right)$

12. נציב בנוסחה: $x_m=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$, עלינו למצוא את אחד מקצות הקטע AB כאשר נתונה לנו נקודת האמצע, M, ונקודה A :

א. $\left.\begin{matrix} x_m=\frac{x_1+x_2}{2}\Rightarrow 2=\frac{0+x_2}{2}\Rightarrow 4=0+x_2\Rightarrow x_2=4 \\ y_m=\frac{y_1+y_2}{2}\Rightarrow -3=\frac{0+y_2}{2}\Rightarrow -6=0+y_2\Rightarrow y_2=-6 \end{matrix}\right\}\Rightarrow B(4,-6)$

ב. $B(4,-1)$

ג. $B(-2,-4)$

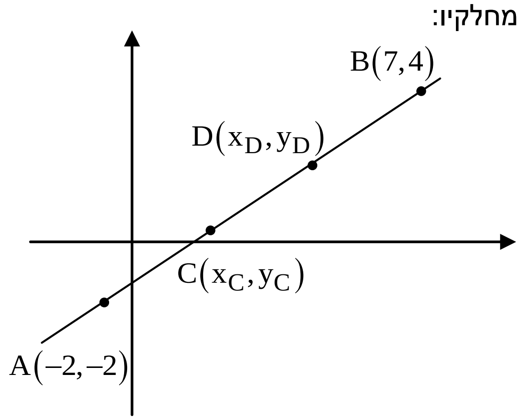
13. ידוע שהישר חותך את הצירים בנקודות A ו- B.
נניח באופן שרירותי שב- A הוא חותך את ציר ה- y, וב- B הוא חותך את ציר ה- x לכן בנקודה A שיעור ה x - הוא 0, ובנקודה B שיעור ה- y הוא 0. בנוסף ידוע שנקודת אמצע הקטע AB היא $(2,3)$ לכן נציב בנוסחה: $x_m=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$:

$$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}\Rightarrow 2=\frac{0+x_B}{2}\Rightarrow 4=0+x_B\Rightarrow x_B=4$$

$$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}\Rightarrow 3=\frac{0+y_A}{2}\Rightarrow 6=0+y_A\Rightarrow y_A=6$$

לכן נקודות B ו- A : $A(0,6);B(4,0)$.

14. נצייר את הקו ואת מחלקיו:



כפי שרואים בשרטוט , C הוא אמצע הקטע AD ו D - הוא אמצע הקטע BC כך שהקטע מתחלק ל- 3 חלקים שווים. נציב את המשוואות לגבי C :

$$x_C = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{x_A+x_D}{2} = \frac{-2+x_D}{2} \Rightarrow 2x_C = -2+x_D \Rightarrow x_D = 2x_C+2$$

$$y_C = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{y_A+y_D}{2} = \frac{-2+y_D}{2} \Rightarrow 2y_C = -2+y_D \Rightarrow y_D = 2y_C+2$$

נציב את המשוואות לגבי D :

$$x_D = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{7+x_C}{2} \Rightarrow 2x_D = 7+x_C$$

$$y_D = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{y_B+y_C}{2} = \frac{4+y_C}{2} \Rightarrow 2y_D = 4+y_C$$

נציב את y_D ואת x_D שבודדנו ממשוואת מציאת נקודה C במשוואה של D :

$$x_D = 2x_C+2; y_D = 2y_C+2$$

$$2x_D = 7+x_C \Rightarrow 2(2x_C+2) = 7+x_C \Rightarrow 4x_C+4 = 7+x_C \Rightarrow 3x_C = 3 \Rightarrow x_C = 1$$

$$2y_D = 4+y_C \Rightarrow 2(2y_C+2) = 4+y_C \Rightarrow 4y_C+4 = 4+y_C \Rightarrow 3y_C = 0 \Rightarrow y_C = 0$$

$$x_D = 2x_C+2 = 2+2 = 4$$

$$y_D = 2y_C+2 = 0+2 = 2$$

לכן הנקודות: $C(1,0);D(4,2)$

15. נתונים 3 קודקודים של מקבילית: $D(3,6), B(4,0), A(2,-6)$ וצריך למצוא את קודקוד C .
כיוון שזוהי מקבילית ידוע שהאלכסונים חוצים זה את זה, לכן, אם נמצא את נקודת מפגש האלכסונים נוכל למצוא את נקודה C , מכיוון שנקודת מפגש האלכסונים היא אמצע הקטע AC . נוכל למצוא את נקודת מפגש האלכסונים מכיוון שהיא גם אמצע קטע BD . נציב את נקודות B ו- D בנוסחה למציאת אמצע קטע ונקבל את נקודת מפגש האלכסונים. ניקח את נקודת מפגש האלכסונים ונציב אותה בנוסחה למציאת אמצע קטע, עם הנקודה A כדי למצוא את קודקוד C .
התשובה תהיה: $(5, \quad 12)$.

16. הנקודות $(-4,-5),(3,2),(-3,0)$ הן 3 קודקודים של מקבילית, ועלינו למצוא את מפגש האלכסונים ואת הנקודה הרביעית. ישנן 3 אפשרויות:

i. הנקודות $(3,2),(-4,-5)$ מנוגדות במקבילית.

ii. הנקודות $(3,2),(-3,0)$ מנוגדות במקבילית.

iii. הנקודות $(-3,0),(-4,-5)$ מנוגדות במקבילית.

i. במקרה הזה כדי למצוא את נקודת מפגש האלכסונים צריך להציב את $(3,2),(-4,-5)$ במשוואה כי נקודת מפגש האלכסונים היא אמצע האלכסון:

$$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3+(-4)}{2}=\frac{3-4}{2}=-\frac{1}{2}$$
$$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2+(-5)}{2}=\frac{2-5}{2}=-\frac{3}{2}=-1\frac{1}{2}$$

נקודת מפגש האלכסונים במקרה הראשון היא: $M\left(-\frac{1}{2},-1\frac{1}{2}\right)$.

כדי למצוא את הקודקוד הרביעי במקרה הזה נציב את M ואת הנקודה השלישית במשוואה כי M היא גם אמצע האלכסון השני:

$$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}\Rightarrow-\frac{1}{2}=\frac{-3+x_c}{2}\Rightarrow-1=-3+x_c\Rightarrow x_c=2$$
$$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}\Rightarrow-\frac{3}{2}=\frac{0+y_c}{2}\Rightarrow-3=0+y_c\Rightarrow y_c=-3$$

מצאנו כי הקודקוד הרביעי במקבילית הוא: $(2,-3)$.

ii. נחשב באותה הדרך: נקודת מפגש האלכסונים היא $M(0,1)$. הקודקוד הרביעי $(4,7)$.

iii. נחשב באותה הדרך: נקודת מפגש האלכסונים היא $M\left(-3\frac{1}{2},-2\frac{1}{2}\right)$ והקודקוד הרביעי $(-10,-7)$

17. נתון משולש ABC ובו הנתונים הבאים:

א. קודקוד A: $(6,4)$

ב. אמצע הצלע AB: $\left(1\frac{1}{2},3\right)$

ג. אמצע הצלע BC: $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$.

עלינו למצוא את הנקודות B ו- C. נתונה לנו הנקודה A ואמצע הצלע AB לכן אם נציב את שני הנתונים האלה בנוסחה למציאת אמצע קטע נקבל את הקודקוד B.
לאחר שמצאנו את הנקודה B ונתונה לנו נקודת אמצע הקטע BC, נציב בנוסחה את שני הנתונים האלו ונקבל את הנקודה C, ומכאן $C(4,-3),B(-3,2)$

18. נתונים 3 קודקודי משולש $(0,-3),(2,5),(-8,-1)$, צריך למצוא את אורך התיכון היורד מהקודקוד $(0,-3)$. כיוון שזהו תיכון הוא מחלק את הקטע אליו הוא יורד לשני חלקים שווים לכן עלינו למצוא את אמצע הקטע אליו הוא יורד.
התיכון יורד אל קטע אותו נכנה AB, ולכן צריך להציב בנוסחה את הקודקודים A ו- B ולמצוא את אמצע הקטע אליו התיכון יורד.
אמצע הקטע הוא $(-3,2)$. כדי למצוא את אורך התיכון נשתמש בנוסחה:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

נציב את הנקודה שמצאנו ואת הקודקוד ממנו יורד התיכון ונקבל את התשובה $\sqrt{34}$

19. נתונים אמצעי 3 הקודקודים במשולש $(5,3),(-2,-2),(1,5)$ צריך למצוא את שיעורי קודקודי המשולש נציב את שלושת האמצעים במשוואות:

$(5,3)$

$$x_m = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow 5 = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow 10 = x_1+x_2 \Rightarrow x_1 = 10-x_2$$

$$y_m = \frac{y_1+y_2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{y_1+y_2}{2} \Rightarrow 6 = y_1+y_2 \Rightarrow y_1 = 6-y_2$$

$(-2,-2)$

$$x_m = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow -2 = \frac{x_2+x_3}{2} \Rightarrow -4 = x_2+x_3 \Rightarrow x_3 = -4-x_2$$

$$y_m = \frac{y_1+y_2}{2} \Rightarrow -2 = \frac{y_2+y_3}{2} \Rightarrow -4 = y_2+y_3 \Rightarrow y_3 = -4-y_2$$

$(1,5)$

$$x_m = \frac{x_1+x_2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{x_1+x_3}{2} \Rightarrow 2 = x_1+x_3$$

$$y_m = \frac{y_1+y_2}{2} \Rightarrow 5 = \frac{y_1+y_3}{2} \Rightarrow 10 = y_1+y_3$$

נחבר את כולם. נתחיל עם המשוואות של שיעורי ה- x:

$$x_1 = 10-x_2$$
$$x_3 = -4-x_2$$
$$2 = x_1+x_3 \Rightarrow 2 = 10-x_2-4-x_2 \Rightarrow -2x_2 = -4 \Rightarrow x_2 = 2$$
$$x_1 = 8; x_3 = -6$$

המשוואות של שיעורי ה- y:

$$y_1 = 6-y_2$$
$$y_3 = -4-y_2$$
$$10 = y_1+y_3 \Rightarrow 10 = 6-y_2-4-y_2 \Rightarrow -2y_2 = 8 \Rightarrow y_2 = -4$$
$$y_1 = 10; y_3 = 0$$

התשובות: $(8,10),(-6,0),(2,-4)$

20. נתון קטע שקצותיו הם $A(5,5),B(13,11)$. צריך למצוא נקודה שתחלק את הקטע ביחס של $1:3$. תחילה נמצא את אמצע הקטע AB (על-ידי שימוש בנוסחה למציאת אמצע קטע). לאחר מכן נמצא את אמצע הקטע של אחת מהנקודות הנתונות (A או B) עם נקודת אמצע AB. הנקודה שתתקבל מחלקת את הקטע לרבע (פעמיים חצי), והוא בעצם נמצא ביחס של $1:3$ עם שלושת הרבעים האחרים של הקטע. התשובה: $(7,6.5)$.

21. נתונים 3 קודקודי משולש $(-6,6),(6,12),(0,0)$ ועלינו למצוא את מפגש התיכונים. ראשית, נמצא את אמצע הקטע אליו התיכון יורד במידה ונבחר למצוא את אמצע הקטע של שני קודקודים האלה $(-6,6),(6,12)$ אז אמצע הקטע יהיה:

$$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{6+(-6)}{2}=\frac{0}{2}=0$$
$$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{12+6}{2}=\frac{18}{2}=9$$

אנו מחפשים את מפגש התיכונים. מפגש התיכונים מחלק כל תיכון ל- 2 חלקים ביחס $1:2$ כאשר החלק הגדול קרוב לקודקוד ממנו יוצא התיכון, לכן בעצם בתיכון ישנם 3 חלקים שווים כאשר 2 מהם לפני מפגש התיכונים ואחד אחריו. נמצא את אורך התיכון:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(9-0)^2}=\sqrt{9^2}=9$$

אורך התיכון הוא 9 לכן כל חלק שליש שלו הוא 3.

התיכון יוצא מהנקודה $(0,0)$ ומגיע לנקודה $(0,9)$ לכן ה- x שלו לא משתנה רק ה- y.

כדי למצוא את מפגש התיכונים צריך לבדוק לאיזה נקודה (כששיעור ה- x הוא 0) מגיעים אחרי שליש אחד של התיכון כאשר יוצאים מסופו:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\Rightarrow 3=\sqrt{(0-0)^2+(9-x)^2}\Rightarrow$$
$$3=\sqrt{(9-x)^2}\Rightarrow 3=9-x\Rightarrow x=6$$

לכן מפגש התיכונים הוא בנקודה $(0,6)$.

הקו הישר

22. נשווה ל- 0:

א.

$$x=0: y=x-3=0-3\Rightarrow y=-3\Rightarrow x=0; y=-3$$
$$y=0: y=x-3\Rightarrow 0=x-3\Rightarrow x=3\Rightarrow x=3; y=0$$

הנקודות הן: (0,-3), (3,0).

ב. $(0,0)$

ג. $(0,4)$

ד. $(7,0)$

ה. $(6,0),(0,4)$

ו. $\left(-\frac{n}{m},0\right),(0,n)$

ז. $\left(-\frac{c}{a},0\right),\left(0,-\frac{c}{b}\right)$

23. נשווה את הישרים זה לזה: א.

$$y=2x-8; y=x+4$$
$$2x-8=x+4\Rightarrow x=12$$
$$x=12: y=x+4\Rightarrow y=12+4\Rightarrow y=16$$

ב. $(0,0)$

ג. $(1,1)$

ד. $(3,5)$

24. צריך למצוא נקודה על הישר $x-2y+10=0$ שמרחקה מראשית הצירים הוא 10.

נגדיר את x כ- T, נבודד את y במשוואת הישר ונבטא את y כ- T. נציב בנוסחה את הנתונים ואת המרחק 10 כ- d ונמצא את T:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

התשובות: $(6,8)$ או $(-10,0)$.

25. צריך למצוא נקודה על הישר $5x+2y-14=0$ שמרחקיה מהצירים שווים.

נגדיר את ה- x כ- T ולכן ה- y יהיה:

$$5x+2y-14=0 \Rightarrow 2y=14-5x \Rightarrow y=7-2.5x \Rightarrow y=7-2.5T$$

המרחקים מהישר שווים כאשר שיעור ה- x שווה לשיעור ה- y:

$$T=7-2.5T \Rightarrow 3.5T=7 \Rightarrow T=2$$

ישנה עוד אפשרות שבה אחד מה- x או ה- y (לא משנה) בעצם בצד הנגדי:

$$-T=7-2.5T \Rightarrow 1.5T=7 \Rightarrow T=4\frac{2}{3}$$

ולכן הנקודות הן: $(2,2)$ או $\left(4\frac{2}{3},-4\frac{2}{3}\right)$

26. עלינו למצוא נקודה על הישר $y=2x+1$ שמרחקה מציר x שווה למרחקה מהנקודה $(-1,9)$.

נגדיר את ה- x בנקודה כ- T לכן ה- y של הנקודה הוא $y=2x+1=2T+1$. המרחק של הנקודה על הישר לציר ה- x שווה לשיעור ה- y שלה: $2T+1$. מרחק הנקודה מהנקודה $(-1,9)$ הינו:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(T-(-1))^2+(2T+1-9)^2}=\sqrt{(T+1)^2+(2T-8)^2}$$

נשווה בין שני הביטויים:

$$2T+1=\sqrt{(T+1)^2+(2T-8)^2} \rightarrow (2T+1)^2=(T+1)^2+(2T-8)^2 \Rightarrow$$

$$4T^2+4T+1=T^2+2T+1+4T^2-32T+64 \Rightarrow T^2-34T+64=0$$

$$T_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{34\pm\sqrt{34^2-4\cdot1\cdot64}}{2\cdot1}=\frac{34\pm\sqrt{1156-256}}{2}$$

$$\frac{34\pm\sqrt{900}}{2}=\frac{34\pm30}{2} \Rightarrow T_1=\frac{34+30}{2}=\frac{64}{2}=32\ ;\ T_2=\frac{34-30}{2}=\frac{4}{2}=2$$

לכן הנקודות: $(2,5)$ או $(32,65)$.

מציאת משוואת ישר

27. מציבים את הנתונים בנוסחה $y-y_1=m(x-x_1)$

א.

$$y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-3=2(x-0)\Rightarrow y-3=2x$$
$$y=2x+3$$

ב. $y=-x+3$

ג. $y=4x$

ד. $y=-2$

ה. $y=\frac{1}{2}x+6$

28. מציבים את שתי הנקודות בנוסחה: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ בכדי למצוא את השיפוע ולאחר מכן במשוואה: $y-y_1=m(x-x_1)$ בכדי למצוא את הישר:

א.

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-0}{2-0}=\frac{6}{2}=3$$
$$y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-0=3(x-0)\Rightarrow y=3x$$

ב. $y=-3x+5$

ג. $y=4$

ד. $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

ה $x=2$

29. צריך למצוא ישר שעובר בנקודת החיתוך $y=2x+1$ ו- $y=-2x+5$ ושיפועו -4.
נמצא את נקודת החיתוך של שני הישרים: $y=2x+1$ ו - $y=-2x+5$ על-ידי כך שנשווה ביניהם, ונמצא נקודה שהישר עובר בה והשיפוע נתון -4. ניתן להציב את הנתונים בנוסחה $y-y_1=m(x-x_1)$ ולמצוא את משוואת הישר. התשובה $y=-4x+7$.

30. צריך למצוא ישר שפוגש את הישר $y=2x-6$:

א. כשהישר $y=2x-6$ חותך את ציר ה- x שיעור ה- y שלו הוא 0:

$$y=0: y=2x-6\Rightarrow 0=2x-6\Rightarrow 2x=6\Rightarrow x=3$$

על פי נתון זה לישר שאנו מחפשים יש נקודה $(3,0)$, וכיוון שהשיפוע נתון, ניתן למצוא את המשוואה שלו:

$$y-y_1=m\left(x-x_1\right)\Rightarrow y-0=3\left(x-3\right)\Rightarrow y=3x-9$$

ב. כשהישר $y=2x-6$ חותך את ציר ה- y שיעור ה- x שלו הוא 0:

$$x=0: y=2x-6\Rightarrow y=0-6\Rightarrow y=-6$$

לפי זה הישר שאנו מחפשים עובר נקודה $\left(0,-6\right)$ ומכיוון שהשיפוע נתון ניתן למצוא את המשוואה שלו:

$$y-y_1=m\left(x-x_1\right)\Rightarrow y-\left(-6\right)=3\left(x-0\right)\Rightarrow y+6=3x\Rightarrow y=3x-6$$