

השאלות

שים לב! הסבר את כל פועלותיך, כולל חישובים, בפירות ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבדיקה.

פרק ראשון – אלגברת והסתברות (40 נקודות)

עונה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדק רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בcpf נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'.

הנפח של בריכה א' הוא V_1 והנפח של בריכה ב' הוא V_2 .

את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו הספק.
ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות.

התחלו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות. כאשר התמלאה בריכה א' לכדי $\frac{1}{6}$ מנפחיה, העבירו אחד מן הצינורות לבריכה ב' והתחלו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה א' עד מחציתה, העבירו ענבי צינורות למילוי בריכה ב'.

מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן.

כל הצינורות הזריכו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות.

$$\text{חסב את היחס } \frac{V_1}{V_2}.$$

2.

a. היא סדרה חשבונית שההפרש שלה, d , שונה מד. 0.

נתון: $a_1 = a_7$.

a. מצא את a_{12} .

b. (1) האם קיימים בסדרה איבר שערכו שווה ל- $|a|$? נמק.

(2) נמצא מספר טבעי n שעבורו סכום כל האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- 0.

ג. האם קיימים a טبוי ו- a_n ש- $a + a_n = a$? אם כן – מצא זה כזה, אם לא – נמק.

ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק (הבחן בין מקרים שונים).

למייל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש המפאות האחרות כתוב המספר 4.

לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מייל וגלית משחקים משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שניצח במספר סיבובים רב יותר מהברטה, תניצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת.

המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר.

נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מייל לניצח את גלית הוא $\frac{7}{12}$.

א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך.

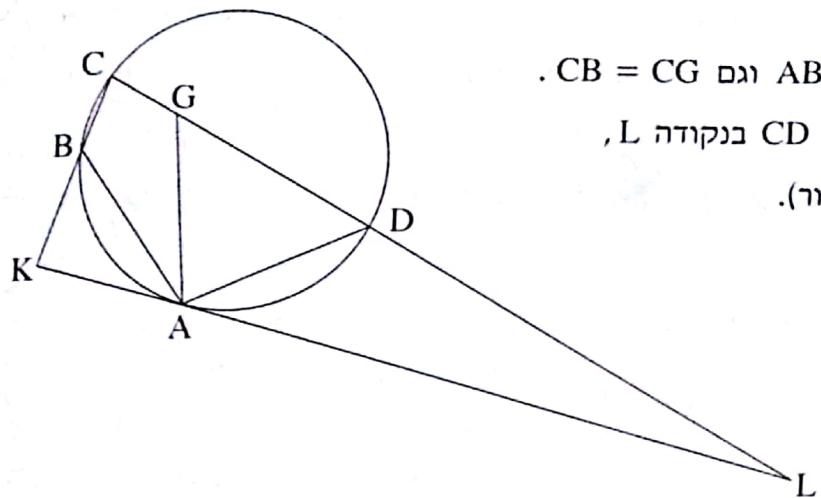
ב. מהו הסיכוי שgalit תניצח במשחק?

ג. מהו הסיכוי של גלית לניצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

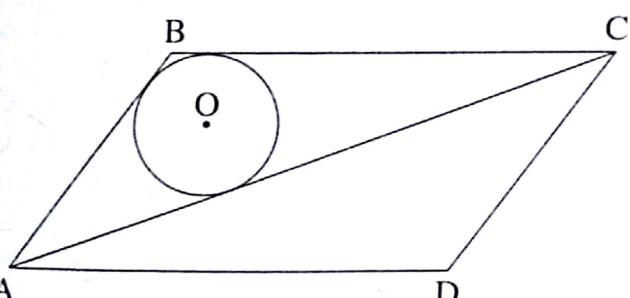
ענה על אחד מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלת אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- .4 המרובע $ABCD$ חסום במעגל.
הנקודה G נמצאת על הצלע CD כך ש- $CB = CG$ וגם $AB = AG$.
המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L ,
וחותך את המשך הצלע CB בנקודה K (ראה ציור).
א. הוכח כי $AD = AG$.
ב. (1) הוכח כי $\triangle ABK \sim \triangle CDA$.
(2) הוכח כי $AD^2 = BK \cdot CD$.
ג. הראה כי $\frac{S_{\triangle LDA}}{S_{\triangle KAB}} = \frac{LA}{AK}$

.5 נתונה מקבילית $ABCD$. AC הוא האלכסון הארוך, כמפורט בציור.



- במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O .
נתון: הנקודה O נמצאת במרחקים 6 ו- 3
מן היישרים AD ו- BC בהתאם;
 $OA = 10$.
א. חשב את גודלי זוויות המקבילית.
ב. חשב את אורך האלכסון AC .
ג. חשב את שטח המקבילית.

**פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegralי של פולינומי
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדק רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונות הפונקציות $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$, $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

ענה על סעיף א' עבור התחום $\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

עונה גם על סעיף ב' עבור התחום $\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) הוכח: $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ג. מצא את ערך הביטוי $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$. נמק את תשובתך.

7.

$$\text{נתונה משפחת הפונקציות: } f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-a} . \quad a \neq 4 . \quad a \neq 0 .$$

עננה על סעיף א. הבע באמצעות a במידה הצורך. הבחן בין $0 > a$ ובין $0 < a$ במידה הצורך.

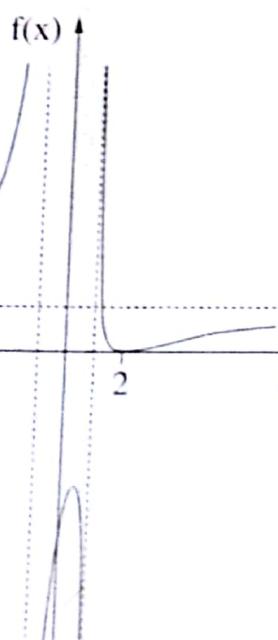
- א. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $(x)f$.
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $(x)f$ עם הצירים.
- (3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $(x)f$ המקבילה לציר ה- x .
- (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $(x)f$ המאונכות לציר ה- x (אם יש כאלה).

עננה על סעיף ב. הבע באמצעות a במידה הצורך. הבחן בין $4 > a$ ובין $4 < a$ במידה הצורך.

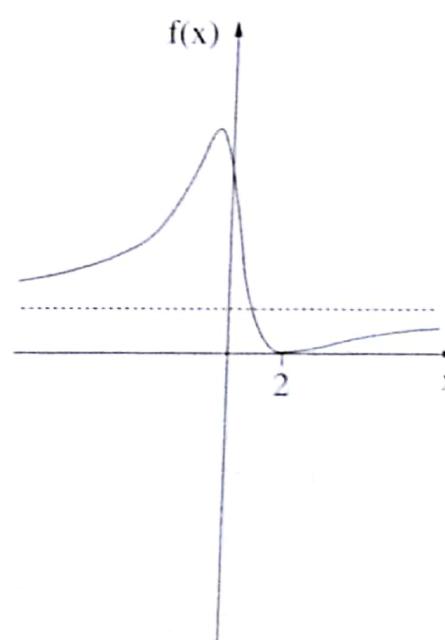
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(x)f$, וקבע את סוגן.

ג. לפניה שלושה גрафים אפשריים של הפונקציה $(x)f$, כל אחד עבור ערך אחר של a .

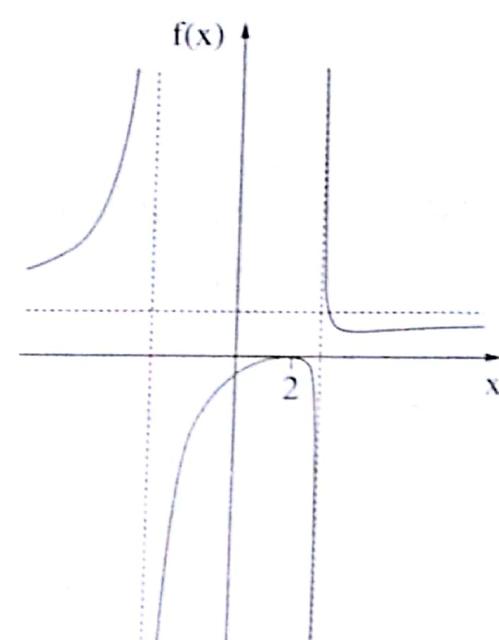
כתב מהו תחום הערכים של a המתאים לכל אחד מן הגрафים I-II-III. נמק את תשובהך.



III



II



I

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת שבה $t = x$.
נתון: $1 \leq t \leq 5$.

- המשיק חותך את ציר ה- x בנקודת A ואת ציר ה- y בנקודת B. הנקודה O היא ראשית הצירים.
- א. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.
- ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.