

HighQ

① $A(-3a, 0)$, $B(3, 0)$, $a > 0$

$$P(x_p, y_p)$$

$$PA = \sqrt{(x_p + 3a)^2 + y_p^2}, \quad PB = \sqrt{(x_p - 3)^2 + y_p^2}$$

$$\frac{PA}{PB} = 1 \quad /(\cdot)^2 \rightarrow \frac{PA^2}{PB^2} = 1 \rightarrow \frac{(x + 3a)^2 + y^2}{(x - 3)^2 + y^2} = 1$$

$$\rightarrow (x + 3a)^2 + y^2 = (x - 3)^2 + y^2 \rightarrow x^2 + 6ax + 9a^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\rightarrow 6x + 6ax = 9 - 9a^2$$

$$x(6 + 6a) = 9(1 - a^2) \quad /: (6 + 6a) \neq 0$$

$$x = \frac{9(1-a)(1+a)}{6(1+a)} \quad a > 0$$

$$x = 1.5 - 1.5a \quad /c$$

Q (X_a, y_a)

$$\frac{QA^2}{QB^2} = 4 \rightarrow \frac{(x+3a)^2 + y^2}{(x-3)^2 + y^2} = 4 \quad / \cdot ((x-3)^2 + y^2)$$

$$(x+3a)^2 + y^2 = 4(x-3)^2 + 4y^2 \rightarrow x^2 + 6ax + 9a^2 + y^2 = 4(x^2 - 6x + 9) + 4y^2$$

$$\rightarrow x^2 + 6ax + 9a^2 + y^2 = 4x^2 - 24x + 36 + 4y^2$$

$$0 = 3x^2 + x(24 - 6a) + 3y^2 + 36 - 9a^2 \quad /: 3$$

$$0 = x^2 + x(-8 - 2a) + y^2 + 12 - 3a^2$$

$$0 = (x + (-4 - a))^2 - (-4 - a)^2 + y^2 + 12 - 3a^2$$

$$0 = (x - (a + 4))^2 + y^2 - a^2 - 8a - 16 + 12 - 3a^2$$

$$4a^2 + 8a + 4 = (x - (a + 4))^2 + y^2$$

$$(2a + 2)^2 = (x - (a + 4))^2 + y^2$$

נקודת המפגש של המעגלים: $(a+4, 0)$. ב

רדיוס: $2a+2$

ד.
(1) מחפשי אנטימטרים ללא נקבלים במרחק כזה מהישור

$x = 1.5 - 1.5a$ ומהנק' $(0, a+4)$, וזו כן מקורה בכרוביה,

שהישור הוא המרחק לנק' המקורה הוא המקור לנק'.

$$1.5 - 1.5a = -(a+4) \quad (2)$$

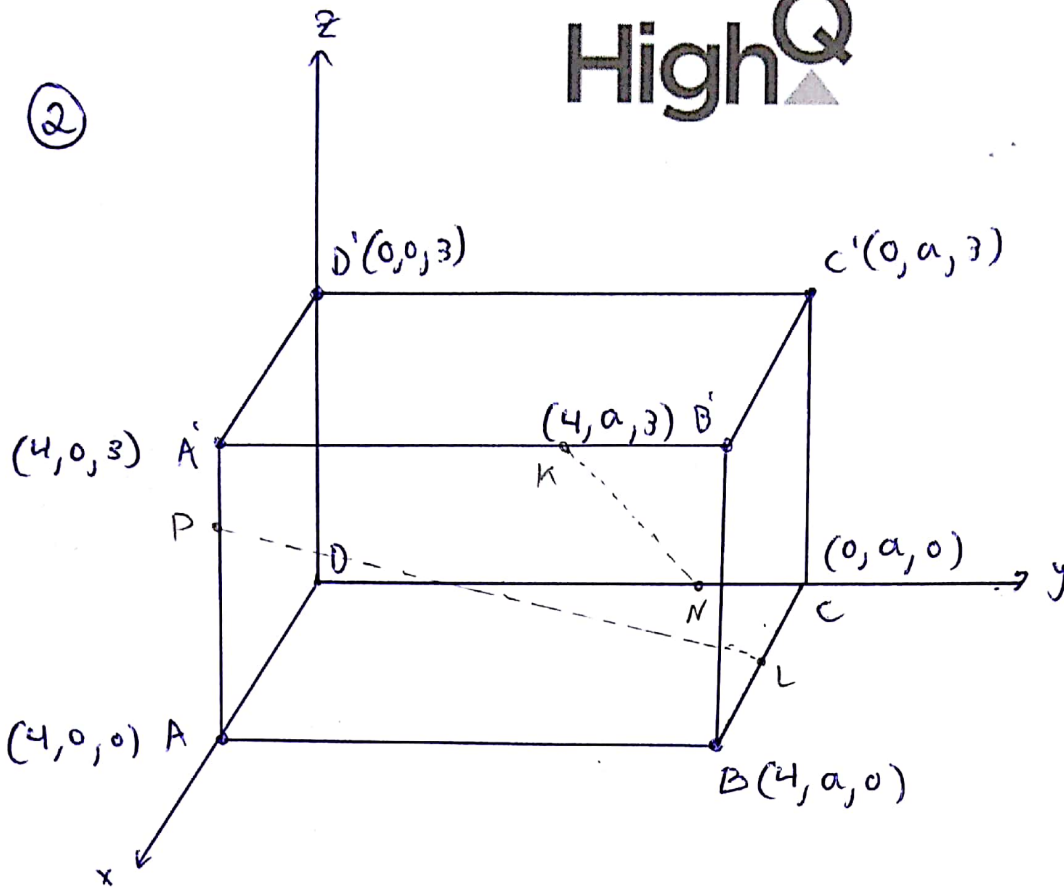
$$1.5 - 1.5a = -a - 4 \rightarrow 5.5 = \frac{1}{2}a \quad /: \frac{1}{2} \rightarrow a = 11$$

~~מחפשי אנטימטרים~~

מכילי שנקודת הכוביה הוא $(0, 15)$, ושוליים:

$$y^2 = 60x$$

②



$$x_p = 4, \quad y_p = 0, \quad z_p = \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 3}{1+2} = 2$$

$$P(4, 0, 2)$$

$$N(0, a, 0)$$

$$L(2, a, 0)$$

$$\vec{DN} = (0, a, 0) \quad \vec{A'K} = (0, a, 0) \Rightarrow y_k - y_{A'} = a \Rightarrow y_k = a$$

$$K(4, a, 3)$$

$$\vec{PN} = (-4, 5, -2) \quad \vec{PK} = (0, 4, 1)$$

נבצע מכסה הוקטורים שתוצאתה וקטור הנורמל המשותף לוקטורים השתיים המכסה:

$$\begin{array}{r} \times \quad -4, 5, -2 \\ \quad \quad 0, 4, 1 \\ \hline 43, 4, -16 \end{array}$$

$$\vec{N} (43, 4, -16)$$

$$\pi_{PNK}: 43x + 4y - 16z + D = 0$$

$$43 \cdot 4 + 4 \cdot 4 - 16 \cdot 3 + D = 0$$

נציב נק':

$$D = -20$$

$$\pi_{PNK}: 21x + 4y - 16z - 20 = 0$$

./c

2. (1) $l_{AK} : \underline{x} = (0, 5, 0) + t(4, -1, 3)$

$l_{PL} : \underline{x} = (4, 0, 2) + s(2, -\alpha, 2)$

(2) וקטורי הביוון הטרנס, משמש עבויסיים נמכיים

אלו הנכנסים. אם היו נמכיים, היו מופלים האורו

מישור. במצב כזה, נק' L, N ו:ים היו מתכנסים, אין

בן זל.

$$d. (1) \vec{PC'} = (-4, a, 1)$$

$$\vec{CC'} = (0, 0, 3)$$

$$\cos(82.1) = \frac{(-4, a, 1) \cdot (0, 0, 3)}{\sqrt{16+a^2+1} \sqrt{9}}$$

$$\cos(82.1) = \frac{3}{\sqrt{17+a^2}} \quad | \cdot 7^2$$

$$0.018 = \frac{9}{17+a^2}$$

$$17+a^2 = 476.41$$

$$a^2 = 459.41$$

$$a = \pm 21.43$$

$$a > 0$$

↓

$$a = 21.43$$

(2) $AP = 2PA'$, במרחב כמה P מתלכד עם A' וכאמור $AP = 2PA'$

$$\textcircled{3} \quad |z_1| = |z_2| = r$$

$$\arg z_1 = \theta_1, \quad \arg z_2 = \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \theta_1$$

$$z_1 \cdot z_2 = r^2 \operatorname{cis}(\theta_1 + 90^\circ - \theta_1) = r^2 \operatorname{cis} 90^\circ = r^2 i \quad .k$$

$$\operatorname{Re}(z_1) = r \cos \theta_1 = a \quad \operatorname{Im}(z_1) = r \sin \theta_1 = b$$

$$\operatorname{Re}(z_2) = r \cos(90^\circ - \theta_1) = r \sin \theta_1 = b$$

$$\operatorname{Im}(z_2) = r \sin(90^\circ - \theta_1) = r \cos \theta_1 = a$$

$$z_1 = a + bi$$

$$z_2 = b + ai$$

$$z_3 = x + xi$$

$$\left. \begin{aligned} d_{z_1 z_3} &= \sqrt{(x-a)^2 + (x-b)^2} \\ d_{z_2 z_3} &= \sqrt{(x-b)^2 + (x-a)^2} \end{aligned} \right\} d_{z_1 z_3} = d_{z_2 z_3} \quad \text{ל"ע . 2}$$

$$\begin{cases} \text{I} & z_1 + z_2 = 7 + 7i \\ \text{II} & z_1 - z_2 = 1 - i \end{cases} +$$

$$2z_1 = 8 + 6i$$

$$z_1 = 4 + 3i$$

$$\text{I} \quad 4 + 3i + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_2 = 3 + 4i$$

$$\text{III} \quad z_3^2 = 2i = 2 \operatorname{cis} 90$$

$$z_3 = \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} (45 + 180k)$$

$$\begin{aligned} z_{3,0} &= \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} 45 = 1 + i \\ z_{3,1} &= \sqrt[4]{2} \operatorname{cis} 225 = -1 - i \end{aligned}$$

$$|z_1| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\arg z_1: \quad \operatorname{tg} \theta_1 = \frac{3}{4} \approx 36.87$$

$$\arg z_2 = 90 - \theta_1 = 53.13$$

$Z_{3,0}$

$$D = C_{i545} (25 C_{i590})^2 = C_{i545} (625 C_{i5180}) = 625 C_{i5225}$$

$$X_D = 625 \cos 225 \approx -441.94$$

$$Y_D = 625 \sin 225 \approx -441.94$$

$$\left. \begin{array}{l} X_D = 625 \cos 225 \approx -441.94 \\ Y_D = 625 \sin 225 \approx -441.94 \end{array} \right\} D(-441.94, -441.94)$$

$Z_{3,1}$

$$D = C_{i5225} (625 C_{i5180}) = 625 C_{i5405}$$

$$X_D = 625 \cos 405 \approx 441.94$$

$$Y_D = 625 \sin 405 \approx 441.94$$

$$\left. \begin{array}{l} X_D = 625 \cos 405 \approx 441.94 \\ Y_D = 625 \sin 405 \approx 441.94 \end{array} \right\} D(441.94, 441.94)$$

d. (2)

הנק' D נמצאת על הישר $y=x$, מכאן

הישר $y=x$ הוא ישר אנכי שנק' A

הנק' B: מכאן שנתנו $BDAC$ הוא מלבן.

$$d_{CD} = \sqrt{(1+441.94)^2 + (1+441.94)^2} \approx 626.41$$

(מ' מ' / 100%)

$$d_{AB} = \sqrt{(4-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

(מ' מ' / 100%)

$$S_{BDAC} = \frac{626.41 \cdot \sqrt{2}}{2} \approx 442.94$$

יחידות

4

$$f(x) = e^{2mx} - e^{mx}, \quad m > 0$$

x ל (1) /

$$0 = e^{2mx} - e^{mx}$$

(2)

$$e^{mx} = e^{2mx}$$

$$mx = 2mx$$

$$0 = x(2m - m)$$

$$0 = mx \quad /: m \neq 0$$

$$0 = x$$

(0, 0)

(3) אין אסימטות אנכיות כי אין גזירי הפונקציה.

$$f(x) = e^{mx}(e^{mx} - 1)$$

גזיק → אסימטות אלקטיות

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [e^{\infty}(e^{\infty} - 1)] = \infty$$

אין אסימטות אלקטיות → אדר

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [e^{-\infty}(e^{-\infty} - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [0^+(0^+ - 1)] = 0$$

אין אסימטות אלקטיות → אדר $y=0$

$$f'(x) = 2me^{2mx} - me^{mx} \tag{4}$$

$$f'(x) = me^{mx}(2e^{mx} - 1)$$

$$0 = me^{mx}(2e^{mx} - 1) \quad /: me^{mx} \neq 0$$

מגדירים את המשוואה $m > 0$, כי $m < 0$ לא משמעותי

$$0 = 2e^{mx} - 1$$

$$e^{mx} = \frac{1}{2}$$

$$\ln \frac{1}{2} = mx \quad /: m \neq 0 \rightarrow x = \frac{\ln 0.5}{m}$$

נק' חשבוני / נק' קיצוני

$$f''(x) = 4m^2 e^{2mx} - m^2 e^{mx}$$

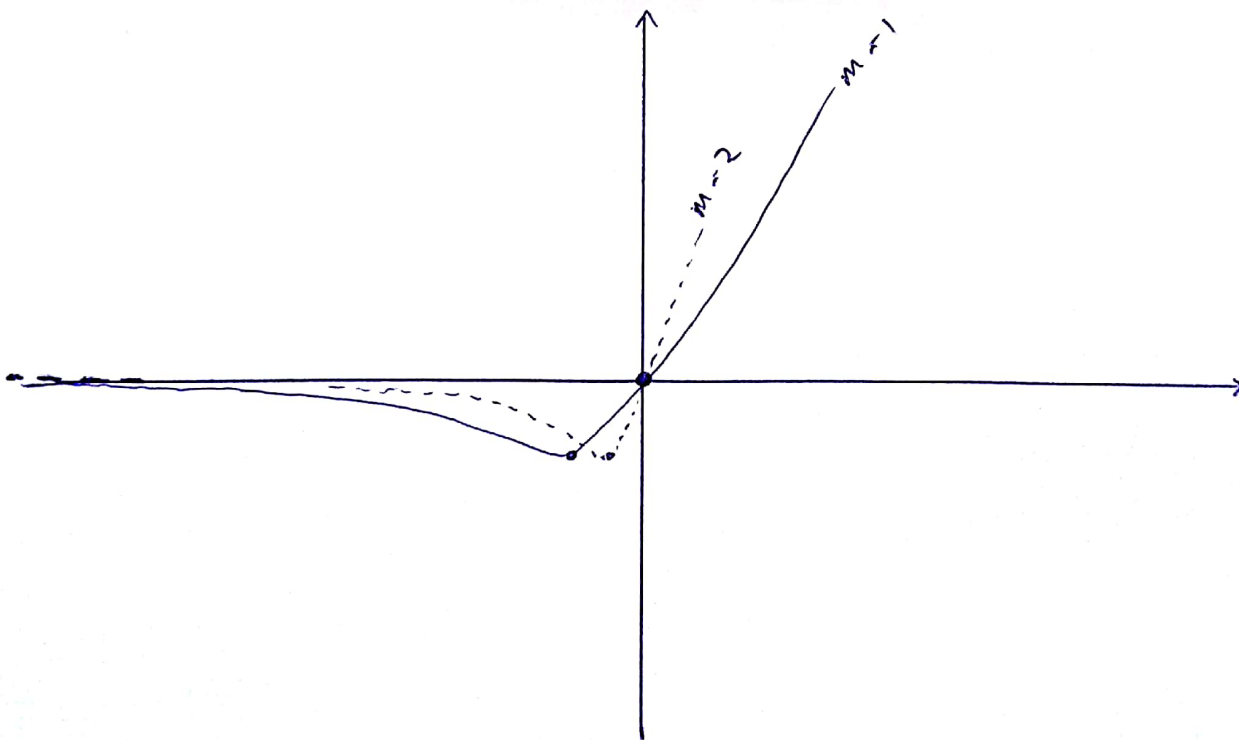
$$f''\left(\frac{\ln 0.5}{m}\right) = 4m^2 e^{2 \ln \frac{1}{2}} - m^2 e^{\ln 0.5} = m^2 - \frac{m^2}{2} = \frac{1}{2}m^2 > 0$$

נק'י נ'!

(מכיוון שיש נק'י נ')

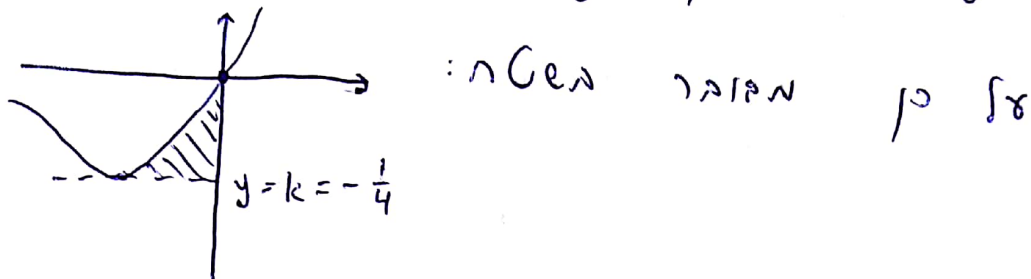
$$f\left(\frac{\ln 0.5}{m}\right) = e^{\ln 0.5} (e^{\ln 0.5} - 1) = -\frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4}\right) \text{Min}$$



HighQ

-d
(1) $y=k$ ישר אנכי וקו ישר $y=k$ הנק' הנש' אלה.



$$\int_{\frac{\ln 0.5}{m}}^0 (e^{2mx} - e^{mx} + \frac{1}{4}) dx = \left[\frac{e^{2mx}}{2m} - \frac{e^{mx}}{m} + \frac{1}{4}x \right]_{\frac{\ln 0.5}{m}}^0$$

$$= \frac{1}{2m} - \frac{1}{m} - \left(\frac{\frac{1}{4}}{2m} - \frac{\frac{1}{2}}{m} + \frac{\ln 0.5}{4m} \right) = \frac{-0.5}{m} + \frac{3}{8m} - \frac{\ln 0.5}{4m}$$

$$= \frac{1}{m}(0.048) = \frac{0.048}{m} \text{ ש"ח}$$

$$S_m = \frac{\frac{0.048}{1}}{m} = \frac{0.048}{m} \text{ ש"ח} \quad (2)$$

5

א. $g(-2) = 0 \rightarrow 0 = \ln(f(-2)) \rightarrow f(-2) = 1$

$g(0) = 1 \rightarrow 1 = \ln(f(0)) \rightarrow e = f(0)$

$g(1) = 0 \rightarrow 0 = \ln(f(1)) \rightarrow f(1) = 1$

ב. $g(x) = \ln f(x) \Rightarrow e^{g(x)} = f(x)$

היטוי מעריכי חיובי לכל x , מהלך f חיובי

לכל x מתקן בתחום $2 \leq x \leq 4$, הסדר בסדר ו.

ג.

$0 = e^{g(x)}$

אין חיבור זה
כי $x > 0$

$f(0) = e^{g(0)} = e^1 \rightarrow (0, e)$ בתחום בו f מוגדרת

בתחום בו f אינה מוגדרת יש חיבור ב: $(2, 0)$ ו: $(4, 0)$
מאחר ו: f רציפה. הסדר בסדר ה.

c.

$$\underline{x < 2 \quad \text{או} \quad x > 4}$$

$$0 = e^{g(x)} \quad \text{אין חייגן עם } x$$

ש"ס ההסגה מסוף ב' ניתן להסיק כי גדולים $x=2; 4$
 הפונ' חורגת את צ"ה x .

בנוסף, מסוף ה' האני כי $f(0)=1$.

$(0, 1), (2, 0), (4, 0)$

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \infty} e^{g(x)} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{g(x)} = e^2 \end{array}$$

עבור $x \rightarrow \infty$ יש אסימ' אנכית $y=1$, ועבור $x \rightarrow -\infty$
 $y=e^2$.

ה. $\frac{x < 2 \quad \text{או} \quad x > 4}{\text{}}$

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \rightarrow g'(x) f(x) = f'(x)$$

↑
ה'ה'ר

בתחומה סימן הנכרתה ל f ול f' זהה.

$$\underline{2 < x < 4}$$

מאחר והסיון רחבה, נותק' ה'ה'זה החשבה כק'י'טון מקבל

עבור $x=3$, הנק' $x=4$ אין ק'י'טון. מכאן שהפע' מש'יכה ארזת עד לקבל' מ'ן ה: $x=3$.

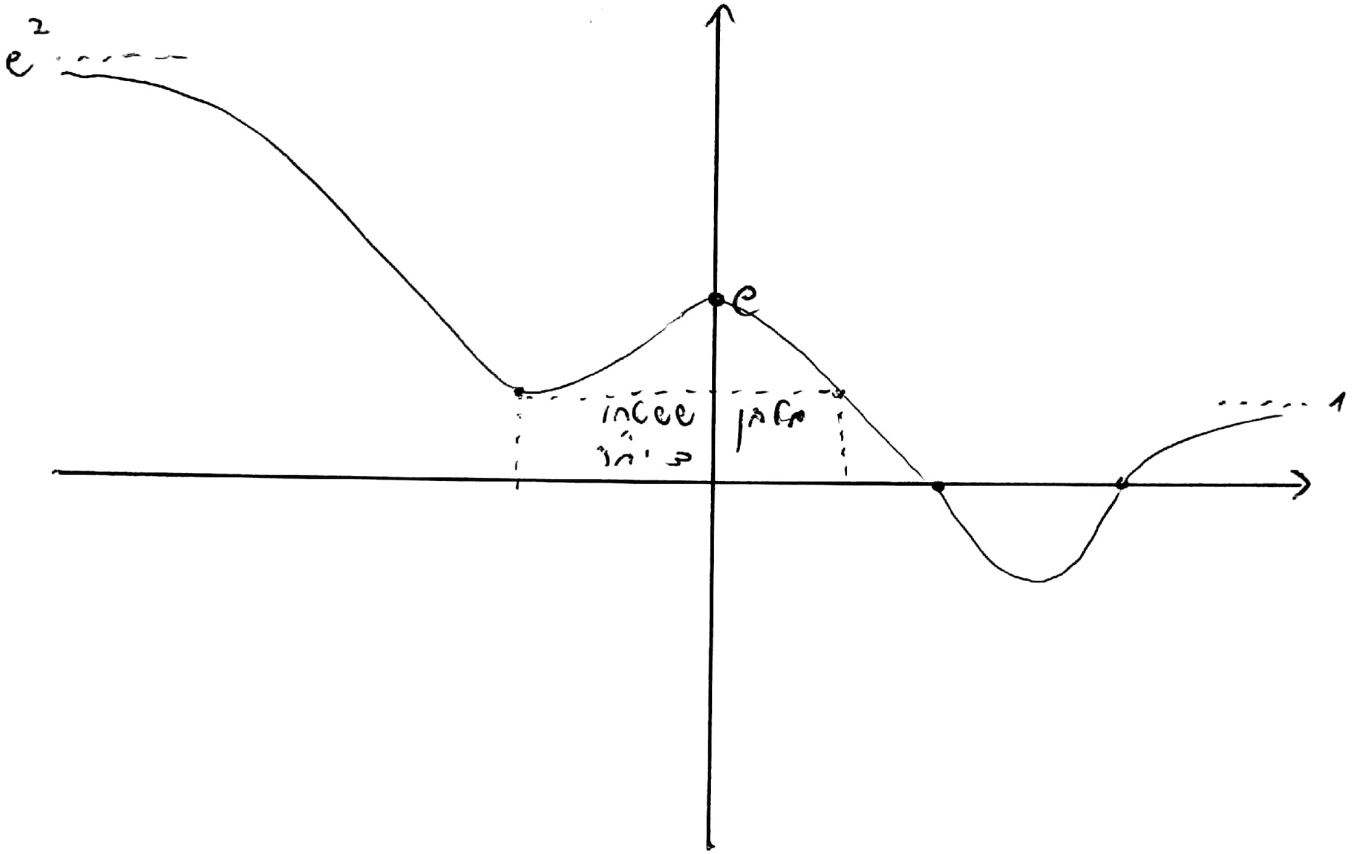
א'סי'טון:

א'סי'טון:

↑ : $-2 < x < 0$ או $3 < x$

↓ : $x < -2$ או $0 < x < 3$

1.



ב. ניתן להיווכח כי מקומם המבוקש אכן נמצא ב- e^2
 כפי שה"ר, ובע"מ נוסף. זה כן סך כל הע"מ גבוה
 מ: צ"ה"ר.