חלוקת קטע ביחס נתון – פתרונות

1. בהתבסס על נתוני השאלה, נשתמש בנוסחה לחישוב יחס נתון ונקבל:

$$x=\frac{3\cdot 5+1\cdot 13}{4}=7\ ,\ y=\frac{3\cdot 5+1\cdot 11}{4}=6.5$$

ולכן שיעורי הנקודה המבוקשת הם: $(7,6.5)$.

2. בנקודת המפגש של תיכונים במשולש כל תיכון מתחלק באופן הבא:

$\frac{1}{3}$ מן התיכון נמצא החל בנקודת מפגש התיכונים ועד למפגש עם הצלע ו- $\frac{2}{3}$ מן התיכון נמצא החל בנקודת מפגש התיכונים ועד לקודקוד שמולו.

נשתמש בשני הקודקודים $(6,12)$, $(0,0)$ ונחשב מה היא נקודת האמצע ביניהם:

$$\left(\frac{6+0}{2},\frac{12+0}{2}\right)\Rightarrow(3,6)$$

נשתמש בנקודה זו אשר מצאנו ובקודקוד השלישי של המשולש הנמצא בנקודה ששיעוריה הם $(-6,6)$ ובהתבסס על היחס הידוע לנו נשתמש בנוסחה לחישוב יחס נתון, ונקבל את שיעורי נקודת המפגש של התיכונים:

$$x=\frac{2\cdot 3+1\cdot(-6)}{3}=0\ ,\ y=\frac{2\cdot 6+1\cdot 6}{3}=6$$

נקודת המפגש של התיכונים היא $(0,6)$.

3. בנקודת המפגש של התיכונים במשולש כל תיכון מתחלק באופן הבא:

$\frac{1}{3}$ מן התיכון נמצא החל בנקודת מפגש התיכונים ועד למפגש עם הצלע, ו- $\frac{2}{3}$ מן התיכון נמצא החל מנקודת מפגש התיכונים ועד לקודקוד שמולו.

נשתמש בשני הקודקודים (x_2,y_2) , (x_1,y_1) ונחשב מה היא נקודת האמצע ביניהם:

$$\left(\frac{x_2+x_1}{2},\frac{y_2+y_1}{2}\right)$$

נשתמש בנקודה זו אשר מצאנו ובקודקוד השלישי של המשולש הנמצא בנקודה ששיעוריה הם (x_3,y_3) ובהתבסס על היחס הידוע לנו נשתמש בנוסחה לחישוב יחס נתון, ונקבל את שיעורי נקודת המפגש של התיכונים:

$$x=\frac{\cancel{2}\cdot\frac{x_2+x_1}{\cancel{2}}+1\cdot x_3}{3}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\quad ;\quad y=\frac{\cancel{2}\cdot\frac{y_2+y_1}{\cancel{2}}+1\cdot y_3}{3}=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

נקודת המפגש של התיכונים היא $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$.

4. בשלב הראשון נמצא את נקודת האמצע בין שני הקודקודים הנתונים ונקבל:

$$\left(\frac{4+2}{2},\frac{-1+5}{2}\right)\Rightarrow(3,2)$$

נסמן את הקודקוד השלישי ב-(x,y) . ידוע כי נקודת המפגש של התיכונים $(5,2)$ מחלקת ביחס $2:1$ גם את התיכון שיוצא מהקודקוד (x,y) לאמצע הצלע הנגדית $(3,2)$. וזאת כאשר הקטע הקרוב יותר לקודקוד הוא הקטע הגדול מבין השניים.
נציב נתון זה בנוסחת היחס הנתון ונקבל את שיעורי הקודקוד השלישי:

$$5=\frac{2\cdot 3+1\cdot x}{3}\Rightarrow 15=6+x\Rightarrow x=9\ ,\ 2=\frac{2\cdot 2+1\cdot y}{3}\Rightarrow 6=4+y\Rightarrow y=2$$

הקודקוד השלישי הוא $(9,2)$.

מרחק בין נקודה וישר – פתרונות

5. נשתמש בנוסחה למציאת המרחק בין נקודת וישר ונקבל:

א. $d=\frac{|3\cdot 0+(-4)\cdot 0+10|}{\sqrt{9+16}}=2$

ב. $d=\frac{|5\cdot 0+12\cdot 0-13|}{\sqrt{25+144}}=1$

ג. $d=\frac{|1\cdot 0+1\cdot 0-6|}{\sqrt{1+1}}=3\cdot\sqrt{2}$

ד. $d=\frac{|a\cdot 0+b\cdot 0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

ה. $d=\frac{|-m\cdot 0+1\cdot 0-n|}{\sqrt{m^2+1^2}}=\frac{|n|}{\sqrt{m^2+1^2}}$

ו. $d=\frac{|2\cdot(-1)+(-1)\cdot 1-2|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5}$

ז. $d=\frac{|10\cdot 1+(-1)\cdot 14+4|}{\sqrt{100+1}}=0$

ח. $d=\frac{|3\cdot 1+11\cdot 0-7|}{\sqrt{1+0}}=4$

6. נסמן על אחד הישרים נקודה כללית $\left(x,-\frac{3}{4}x+2.5\right)$ ונמצא את מרחקה מהישר השני:

$$d=\frac{\left|3\cdot x+4\cdot\left(-\frac{3}{4}x+2.5\right)-50\right|}{\sqrt{9+16}}=8$$

7. נקודה כללית על הישר $y=-\frac{1}{2}x$ תראה כך: $\left(x,-\frac{1}{2}x\right)$.
נציב בנוסחה למציאת מרחק בין נקודה וישר ונשווה ל-4 :

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\Rightarrow 4=\frac{\left|3\cdot x+4\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)-8\right|}{\sqrt{9+16}}\Rightarrow 4=\frac{|x-8|}{5}$$

$$4=\frac{x-8}{5}\Rightarrow x=28\Rightarrow y=-14\Rightarrow (28,-14)$$

$$4=\frac{-(x-8)}{5}\Rightarrow x=-12\Rightarrow y=6\Rightarrow (-12,6)$$

8. נקודה כללית על הישר $y=x+2$ תראה כך: $(x,x+2)$, נציב בנוסחה למציאת מרחק בין נקודה וישר ונשווה ל-4:

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\Rightarrow 4=\frac{|3\cdot x+4\cdot(x+2)-2|}{\sqrt{9+16}}\Rightarrow 4=\frac{|7x+6|}{5}\Rightarrow$$

$$4=\frac{7x+6}{5}\Rightarrow 20=7x+6\Rightarrow 7x=14\Rightarrow x=2\Rightarrow y=2+2\Rightarrow x=4\Rightarrow (2,4)$$

$$4=\frac{-(7x+6)}{5}\Rightarrow 20=-7x-6\Rightarrow -7x=26\Rightarrow x=-\frac{26}{7}\Rightarrow y=-\frac{26}{7}+2=-\frac{12}{7}\Rightarrow\left(-\frac{26}{7},-\frac{12}{7}\right)$$

9. נשתמש במשוואה למציאת מרחק בין ישרים מקבילים, ובמרחק הנתון ונקבל:

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\Rightarrow 6=\frac{\left|3\cdot x+4\cdot\left(-\frac{3}{4}x-\frac{c}{4}\right)-2\right|}{\sqrt{9+16}}\Rightarrow 6=\frac{|-c-2|}{5}\Rightarrow$$

$$6=\frac{-c-2}{5}\Rightarrow -c-2=30\Rightarrow -c=32\Rightarrow c_1=-32$$

$$6=\frac{-(-c-2)}{5}\Rightarrow c+2=30\Rightarrow c_2=28$$

ולכן משוואות שני הישרים יהיו: $3x+4y+28=0$, $3x+4y-32=0$.

10. נציב את הנקודה הנתונה ונגלה כי היא לא נמצאת על שני הישרים. לכן, על מנת למצוא את השטח המבוקש, נחשב את אורכי צלעות המלבן בעזרת הנוסחה לחישוב מרחק בין נקודה וישר:

$$d_1=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|4\cdot 5+2\cdot 1-1|}{\sqrt{16+4}}=\frac{21}{\sqrt{20}}=\sqrt{22.05}$$

$$d_2=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|2\cdot 5-4\cdot 1-3|}{\sqrt{16+4}}=\frac{3}{\sqrt{20}}=\sqrt{0.45}$$

$$S=d_1\cdot d_2=\sqrt{22.05}\cdot\sqrt{0.45}=3.15$$

11. נבדוק האם הקודקוד הנתון נמצא על אלכסון הריבוע: $2+3\cdot 8+4\neq 0$. התקבל פסוק שקר ולכן נסיק כי הקודקוד אינו נמצא על האלכסון. נבדוק מהו מרחק הקודקוד מן האלכסון ונקבל:

$$d=\frac{|1\cdot 2+3\cdot 8+4|}{\sqrt{1+9}}=\sqrt{90}$$

כיוון שאלכסוני ריבוע מאונכים אחד לשני, וכמו כן ידוע לנו כי הנוסחה למציאת מרחק מוצאת לנו את אורך האנך אשר נוריד מן הקודקוד לכיוון הישר , נוכל להסיק כי חצי מאלכסון הריבוע שווה $\sqrt{90}$, ולכן אלכסון הריבוע שווה $2\sqrt{90}$, ומכאן ששטח הריבוע הוא :

$$\frac{2\cdot\sqrt{90}\cdot\cancel{2}\cdot\sqrt{90}}{\cancel{2}}=180$$

12. אפשר לראות שאחד מן הישרים המבוקשים הוא $x=2$. כעת נמצא את הישר השני.
נציב נקודה כללית על הישר ששיעוריה יהיו (x,y) ונבנה סקיצה של הישר אותו אנו מחפשים בעזרת שימוש בשתי הנקודות, הנקודה $(2,1)$ והנקודה אשר הצבנו (x,y):

$$y-y_1=m(x-x_0)\xrightarrow{(2,1)}y-1=m(x-2)\Rightarrow mx-y-2m+1=0$$

נבנה משוואה נוספת בה נשתמש בנוסחה למציאת המרחק בין נקודה לישר, כאשר נציב בנוסחה זו את המשוואה אשר בנינו, וכי המרחק שווה 2.

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\Rightarrow 2=\frac{|m\cdot 0+(-1)\cdot 0-2m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow|-2m+1|=2\cdot\sqrt{m^2+(-1)^2}\xrightarrow{(\;)^2}4m^2-4m+1=4(m^2+1)\Rightarrow m=-\frac{3}{4}$$

נציב את ערכו של m שקיבלנו במשוואת הישר ונקבל:

$$mx-y-2m+1=0\xrightarrow{m=-\frac{3}{4}}-\frac{3}{4}x-y-2\cdot-\frac{3}{4}+1=0\xrightarrow{\cdot-4}3x+4y-10=0$$

13. נציב נקודה אשר שיעוריה הם (x,y) כעת נשתמש פעמיים בנוסחה למציאת מרחק בין ישר מנקודה, נבנה את שתי המשוואות:

$$\begin{cases} d=\dfrac{|3\cdot x+4\cdot y-1|}{5}=\dfrac{1}{5} \\ d=\dfrac{|3\cdot x-4\cdot y-1|}{5}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$$

$$|3x+4y-1|=|3x-4y-1|\Rightarrow$$

$$\text{i. } 3x+4y-1=3x-4y-1$$

או:

$$\text{ii. } 3x+4y-1=-3x+4y+1$$

נפתור כל משוואה על מנת למצוא את ערכי הנקודה:

$$\text{i. } \cancel{3x}+4y-1=\cancel{3x}-4y-1$$

$$8y=0\Rightarrow y=0$$

$$|3x+4\cdot 0-1|=1\Rightarrow|3x-1|=1\Rightarrow$$

$$3x-1=1\Rightarrow 3x=2\Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

$$3x-1=-1\Rightarrow 3x=0\Rightarrow x=0$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{2}{3},0\right),\ (0,0)$$

$ii.\ 3x+4y-1=-3x+4y+1$

$6x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

$\left|3\cdot\frac{1}{3}+4y-1\right|=1$

$1+4y-1=1 \Rightarrow 4y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{4}$

$1+4y-1=-1 \Rightarrow 4y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{4}$

$\Downarrow$

$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{4}\right)$

נקבל כי שיעורי הנקודה האפשריים הם: $\left(\frac{2}{3},0\right)$, $\left(\frac{1}{3},\pm\frac{1}{4}\right)$, $(0,0)$.

14. בשלב הראשון נבנה סקיצה של הישר, הוא יראה כך: $ax+by+c=0$, כעת נבנה שתי משוואות:

$$\begin{cases} d=\dfrac{|a\cdot 0+b\cdot 0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1 \\ d=\dfrac{|a\cdot 1+b\cdot 1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{4}{5} \end{cases}$$

נפתור אותן ונקבל כי הישרים האפשריים הם: $3x-4y+5=0$ או $4x-3y-5=0$.

המשיק למעגל– פתרונות

15. משוואת המעגל היא $x^2+y^2=20$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $(0,0)$ ואורך הרדיוס הוא $\sqrt{20}$. נציב את הנתונים במשוואה למציאת משיק למעגל:

$$(x-a)\cdot(x_1-a)+(y-b)\cdot(y_1-b)=R^2 \rightarrow$$
$$(x-0)\cdot(4-0)+(y-0)\cdot(-2-0)=20 \Rightarrow 4x-2y=20 \Rightarrow y=2x-10$$

16. משוואת המעגל היא $x^2+y^2=13$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $(0,0)$ ואורך הרדיוס הוא $\sqrt{13}$. נציב את הנתונים במשוואה למציאת משיק למעגל:

$$(x-0)\cdot(2-0)+(y-0)\cdot(3-0)=13 \Rightarrow 2x+3y=13 \Rightarrow y=-\frac{2}{3}x+4\frac{1}{3}$$

17. משוואת המעגל היא $x^2+y^2=2a^2$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $(0,0)$ ואורך הרדיוס הוא $\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$. שיעור ה- x בנקודת ההשקה הוא a, ומכאן ששיעור ה- y בנקודת ההשקה הוא:

$$a^2+y^2=2a^2 \Rightarrow y^2=a^2 \Rightarrow y=\pm a$$

כלומר ישנן שתי אפשרויות למשוואת משיק:

$$y=a\Rightarrow(x-0)\cdot(a-0)+(y-0)\cdot(a-0)=2a^2\Rightarrow ax+ay=2a^2\Rightarrow y=\frac{\cancel{a}(-x+2a)}{\cancel{a}}\Rightarrow y=-x+2a$$

$$y=-a\Rightarrow(x-0)\cdot(a-0)+(y-0)\cdot(-a-0)=2a^2\Rightarrow ax-ay=2a^2\Rightarrow y=\frac{\cancel{a}(x-2a)}{\cancel{a}}\Rightarrow y=x-2a$$

18. משוואת המעגל היא $(x+2)^2+(y-5)^2=25$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $(-2,5)$ ואורך הרדיוס הוא 5. נציב את הנתונים במשוואה למציאת משיק למעגל:

$$(x+2)\cdot(2+2)+(y-5)\cdot(2-5)=25\Rightarrow 4x+8-3y+15=25\Rightarrow y=1\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$$

19. נתון כי המשיק למעגל מקביל לישר $y=3x+5$, כלומר למשיק ולישר אותו שיפוע $m=3$. תנאי ההשקה של הישר $y=mx+n$ למעגל קנוני הוא $n^2=R^2\left(m^2+1\right)$. נמצא את n:

$$n^2=10\cdot\left(3^2+1\right)\Rightarrow n^2=100\Rightarrow n=\pm 10$$

מכאן שמשוואת המשיק היא: $y=3x\pm 10$.

20. נתון כי המשיק למעגל ניצב לישר $y=-7x+2$, כלומר מכפלת שיפוע המשיק עם שיפוע הישר שווה -1. נמצא את שיפוע המשיק:

$$m_1\cdot m_2=-1\Rightarrow(-7)\cdot m_2=-1\Rightarrow m_2=\frac{1}{7}$$

תנאי ההשקה של הישר $y=mx+n$ למעגל קנוני הוא $n^2=R^2\left(m^2+1\right)$. נמצא את n:

$$n^2=50\cdot\left[\left(\frac{1}{7}\right)^2+1\right]\Rightarrow n^2=51\frac{1}{49}\Rightarrow n=\pm 7\frac{1}{7}$$

מכאן שמשוואת המשיק היא: $y=\frac{1}{7}x\pm 7\frac{1}{7}$.

21. נתון כי המשיק למעגל מקביל לישר $y=-2x+6$, כלומר למשיק ולישר אותו שיפוע $m=-2$. משוואת המעגל היא $(x+5)^2+(y-1)^2=20$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם $(-5,1)$ ואורך הרדיוס הוא $\sqrt{20}$. נציב את הנתונים במשוואה למציאת משיק למעגל ששיפועו m:

$$y-b=m(x-a)\pm R\sqrt{m^2+1}\rightarrow y-1=-2(x+5)\pm\sqrt{20}\cdot\sqrt{(-2)^2+1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y-1=-2x-10\pm\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}\Rightarrow y=-2x+1,\ y=-2x-19$$

22. מרכזו של המעגל מונח על ציר ה- X, לכן נגדיר את שיעורי מרכז המעגל כ-$(x,0)$. מרחק נקודת ההשקה ממרכז המעגל שווה לרדיוס. נשווה את מרחק זה למרחק מרכז המעגל מהישר המשיק כדי למצוא את שיעורי מרכז המעגל:

$$\sqrt{(x-4)^2+(-4)^2}=\frac{\left|\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot x-1\cdot 0+6\right|}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2}}\xrightarrow{(\ )^2}x^2-8x+16+16=\frac{\left(6-\frac{1}{2}x\right)^2}{1\frac{1}{4}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\frac{1}{4}x^2-10x+40=\frac{1}{4}x^2-6x+36\Rightarrow x^2-4x+4=0\Rightarrow (x-2)^2=0\Rightarrow x=2$$

כלומר שיעור מרכז המעגל הוא $(2,0)$. נציב את הנקודה ונחשב את הרדיוס:

$$R=\sqrt{(2-4)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}$$

מכאן שמשוואת המעגל היא שמרכזו $(2,0)$ ורדיוסו $\sqrt{20}$ הוא $(x-2)^2+y^2=20$.

23. א.

$$(0-a)^2+(y-b)^2=a^2+b^2\Rightarrow a^2+y^2-2by+b^2=a^2+b^2\Rightarrow y(y-2b)=0\Rightarrow y=0,2b$$

מכאן שנקודות החיתוך עם ציר ה- Y הן $(0,0),(0,2b)$.

ב. משוואת המעגל היא $(x-a)^2+(y-b)^2=a^2+b^2$, כלומר שיעורי מרכז המעגל הם (a,b) ואורך הרדיוס הוא $\sqrt{a^2+b^2}$. נציב את הנתונים במשוואה למציאת משיק למעגל בכל נקודת חיתוך שמצאנו:

$$(0,0):(x-a)\cdot(0-a)+(y-b)\cdot(0-b)=a^2+b^2\Rightarrow -ax+a^2-by+b^2=a^2+b^2\Rightarrow$$

$$y=-\frac{a}{b}x$$

$$(0,2b):(x-a)\cdot(0-a)+(y-b)\cdot(2b-b)=a^2+b^2\Rightarrow -ax+a^2+by-b^2=a^2+b^2\Rightarrow$$

$$y=\frac{a}{b}x+2b$$

24. המעגל משיק לציר ה- X בנקודה $(4,0)$ ולכן נגדיר את שיעורי מרכז המעגל כ-$(4,y)$, ואת אורך הרדיוס כ- y. המרחק בין הנקודה $(7,1)$ למרכז המעגל הוא הרדיוס. לכן ניצור משוואה מתאימה:

$$\sqrt{(7-4)^2+(1-y)^2}=y\xrightarrow{(\ )^2}9+1-2y+y^2=y^2\Rightarrow y=5\Rightarrow R=5$$

כעת נציב את התוצאות ונבנה את משוואת המעגל:

$$x=4,y=5,R=5\rightarrow(x-4)+(y-5)=25$$

משוואת המעגל – פתרונות מלאים

25. על מנת למצוא את רדיוס המעגל ואת מרכזו נהפוך (בתהליך של 'השלמת ריבועים') כל אחת מן המשוואות הנתונות למשוואת המעגל:

א. $x^2+y^2-2x-8y-8=0\Rightarrow(x-1)^2+(y-4)^2=25$

ממשוואה זו אנו רואים כי רדיוס המעגל הינו 5 וכי שיעורי מרכז המעגל הם $(1,4)$.

ב. $x^2+y^2+6x-10y+9=0\Rightarrow(x+3)^2+(y-5)^2=25$

ממשוואה זו אנו רואים כי רדיוס המעגל הינו 5 וכי שיעורי מרכז המעגל הם $(-3,5)$.

ג. $x^2+y^2-14x+2y=-25 \Rightarrow (x-7)^2+(y+1)^2=25$

ממשוואה זו אנו רואים כי רדיוס המעגל הינו 5 וכי שיעורי מרכז המעגל הם $(7,-1)$.

ד. $x^2+y^2+y=0 \Rightarrow x^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

ממשוואה זו אנו רואים כי רדיוס המעגל הינו $\frac{1}{2}$ וכי שיעורי מרכז המעגל הם $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

26. ראשית נפשט את משוואת המעגל:

$$x^2+y^2-2(m+2)x+8my-12=0$$

$$\left[x-(m+2)\right]^2+(y+4m)^2=12+m^2+4m+4+16m^2$$

כעת נציב את הנקודה בה המעגל עובר:

$$(-1,-1): \quad \Rightarrow\left[-1-(m+2)\right]^2+(-1+4m)^2=17m^2+4m+16\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9+6m+m^2+16m^2-8m+1=17m^2+4m+16\Rightarrow 6m=-6\Rightarrow m=-1$$

נציב נתון זה במשוואה המקורית שמצאנו עבור המעגל:

$$(x-1)^2+(y-4)^2=29$$

מכאן נסיק כי $R=\sqrt{29}$.

27. ראשית נפשט את משוואת המעגל:

$$x^2+y^2-2mx+6my-9=0\Rightarrow(x-m)^2+(y+3m)^2=m^2+9m^2+9$$

ידוע לנו כי רדיוס המעגל הוא 7 ולכן נוכל להסיק כי $9+10m^2=49\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm2$ ולכן משוואת המעגל תהיה:

$(x+2)^2+(y-6)^2=49$ או $(x-2)^2+(y+6)^2=49$

28. ידוע כי שיעורי מרכז המעגל הם $(0,y)$. כעת נציב במשוואת המעגל את שתי הנקודות הנתונות ונקבל:

$$\begin{cases}3^2+(7-y)^2=R^2\\ 1^2+(9-y)^2=R^2\end{cases}\Rightarrow 9+49-14y+y^2=1+81-18y+y^2\Rightarrow 4y=24\Rightarrow y=6\Rightarrow R^2=10$$

מכאן שמשוואת המעגל היא $x^2+(y-6)^2=10$.

29. למציאת המיתר המשותף נשווה בין משוואות המעגלים:

$$x^2+y^2-2x+3y=10\Rightarrow x^2+y^2-2x+3y-10=0$$

$$x^2+y^2+x-2y=6\Rightarrow x^2+y^2+x-2y-6=0$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-2x+3y-10=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+x-2y-6$$

$$-3x+5y-4=0\Rightarrow y=\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}$$

30. נגדיר את שיעורי מרכז המעגל כ-(x,y).

לכן שיעורי נקודות ההשקה לצירים הן $(x,0)$ ו-$(0,y)$. נחשב את אורך הרדיוס:

$x-0=0$

$y-0=0 \Rightarrow R=x=y$

$x^2+x^2=(2m)^2 \Rightarrow 2x^2=4m^2 \Rightarrow x^2=2m^2 \Rightarrow x=\sqrt{2}m \Rightarrow R=\sqrt{2}m \Rightarrow x=y=\sqrt{2}m$

מכאן שמשוואת המעגל שמרכזו $\left(\sqrt{2}m,\sqrt{2}m\right)$ ורדיוסו $\sqrt{2}m$ היא:

$$\left(x-\sqrt{2}m\right)^2+\left(y-\sqrt{2}m\right)^2=2m^2$$